

УДК 621.372.061

## **МЕТОД АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ: ТЕСТОВЫЕ ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА ДЛЯ АНАЛИЗА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ**

Финогенов А.Д., к.т.н.,

Ладогубец Т.С.,

Залевский С.В., к.т.н.

*Національний технічний університет України «Київський  
політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» (Україна)*

*В работе предложены тестовые примеры для определения основных параметров в программном обеспечении, которое реализует метода анализа иерархий (МАИ).*

*Ключевые слова: МАИ, парные сравнения, многокритериальное принятие решений, тестирование программного обеспечения.*

**Постановка проблемы.** При использовании программного обеспечения для математических расчетов или моделирования, инженер-проектировщик должен владеть полной информацией о методах и их модификациях, настроечных параметрах и их предельных значениях и т.д. для правильного формирования задания на исследование и интерпретации результата. Во многих случаях, информации в документации, поставляемой с программным обеспечением, недостаточно ввиду неполноты описания или умышленного сокрытия от конкурентов. Однако, во многих научных статьях даже весьма авторитетные авторы не придерживаются единых правил подачи научной информации, а именно: основополагающего требования к эксперименту – его воспроизводимости. Часто данных, которые приводятся в статьях или даже монографиях, недостаточно для перепроверки результатов и подтверждения сделанных выводов, а значит можно поставить под сомнение и само исследование.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Проблема неполноты исходных данных в публикуемых результатах исследований, затрагивалась в [1], где проводился анализ публикаций по тематике использования метода анализа иерархий (МАИ) в области медицины. Вопросы воспроизводимости результатов привели, например, к созданию Центра открытых наук [2] и таких групп, как Reproducibility Project: Psychology [3] для проверки результатов в области психологии.

**Формулировка целей статьи.** В статье предлагаются ряд тестовых примеров с результатами расчетов, позволяющих определить

используемые константы, настройки и алгоритмы расчета в программном обеспечении, реализующем МАИ.

**Основная часть.** Метод анализа иерархий или в западной литературе Analytic Hierarchy Process (АНР), был предложен Томасом Саати [4] в переводе на русский [5]. Рассмотрим основные этапы МАИ.

#### 1. Структуризация проблемы в виде иерархии.

В общем случае, иерархия может состоять из уровня цели исследования, нескольких уровней критериев (или акторов), уровня альтернатив и быть как полностью связанной, так и не полностью связанной. Существующее программное обеспечение предоставляет разные возможности по количеству уровней иерархии, его связанности, количеству критериев и альтернатив, допустимых на каждом уровне, поэтому для тестовых примеров наиболее универсальным является использование типовой 3-х уровневой полностью связанной иерархии («Цель» – «Критерии» – «Альтернативы»), с малым количеством альтернатив и критериев. Оценки всех альтернатив по каждому из критериев формируют  $N$  обратно-симметричных матриц размерности  $M$ , где  $N$  – количество критериев,  $M$  – количество альтернатив. Дополнительно, путем парных сравнений, заполняется матрица важности критериев для достижения цели размерности  $N$ .

#### 2. Проведение экспертом парных сравнений элементов иерархии.

Сравнение альтернатив происходит обычно путем попарного сравнения с использованием шкалы (1) [5]. Однако встречаются примеры использования и других шкал, например [6,7].

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1/9, 1/8, 1/7, 1/6, 1/5, 1/4, 1/3, 1/2\}. \quad (1)$$

#### 3. Расчет локальных весов элементов иерархии.

Для расчета локальных весов, наиболее часто используются нормированные значения собственного вектора матрицы или его приближенное значение на основе среднего геометрического. Для ручного подсчета могут использоваться значения сумм строк матрицы.

#### 4. Оценка согласованности мнения эксперта.

Оценка согласованности. чаще всего, осуществляется на основе соотношения (2):

$$OC = \frac{ИС}{СИ} = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \cdot \frac{1}{СИ}, \quad (2)$$

где ИС – индекс согласованности, показывающий отклонение от полностью согласованной матрицы (для согласованной матрицы  $\lambda_{\max} = n$ ), СИ – индекс случайной согласованности, показывающий среднее значение ИС для случайно-заполненных матриц. Мнение эксперта считается согласованным, если  $OC < 0,1$  [4]. В более поздних

работах [9], Т. Саати рекомендовал использовать порог  $OS < 0.05$  для матриц размерности  $3 \times 3$ ,  $OS < 0.08$  для матриц размерности  $4 \times 4$  и  $OS < 0.1$  для матриц размерности  $5 \times 5$  и выше.

В зависимости от метода определения значения максимального собственного числа матрицы и количества экспериментов, значения СИ у разных авторов несколько отличаются [8]. Наиболее часто используются данные, приведенные в [4, 9] (табл. 1).

Таблица 1

Индекс случайной согласованности

Порядок	1,2	3	4	5	6	7	8	9	10
СИ [4]	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49
СИ [9]	0	0,52	0,89	1,11	1,25	1,35	1,40	1,45	1,49

### 5. Расчет глобальных весов элементов иерархии.

Для типовой 3-х уровневой иерархии, расчет глобальных весов представляет собой линейную свертку матрицы локальных весов значений альтернатив по критериям и вектора весов критериев. Оценку согласованности мнения эксперта для всей иерархии  $OS(I)$  можно рассчитать, используя (3):

$$OS(I) = OS(K) + OS(K_i) \times W(K_i), \quad i = \overline{1, N}, \quad (3)$$

где  $OS(K)$  – оценка согласованности матрицы критериев,  $OS(K_i)$  – оценка согласованности матрицы парных сравнений альтернатив по  $i$ -му критерию,  $W(K_i)$  – вес  $i$ -го критерия.

#### Тест 1. Определение используемой шкалы СИ.

Для определения используемой шкалы СИ (табл. 1), проще всего использовать матрицу  $3 \times 3$ , т.к. для данной размерности матрицы разница в значениях СИ максимальная между двумя шкалами. Схема иерархии данного теста представлена на рис. 1.

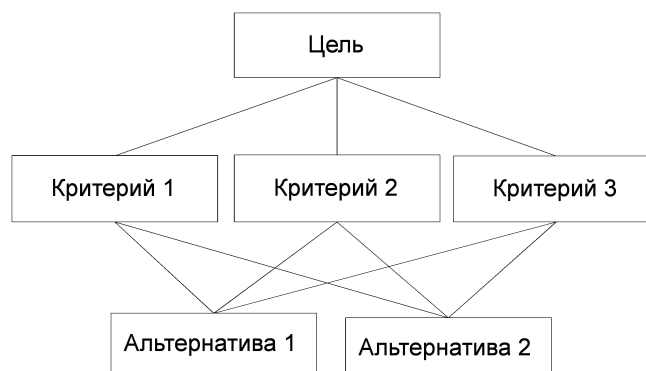


Рис. 1. Схема иерархии

Матрицы парных сравнений альтернатив по критериям имеют размерность  $2 \times 2$ , заполняются «1» и являются согласованными. Таким

образом оценка согласованности зависит только от значений матрицы сравнения критериев (3).

В случае, если программное обеспечение не дает информации о численном значении оценки согласованности, а только о факте согласована матрица парных сравнений или нет, необходимо учитывать возможные различия в пороге ОС (п.4). На основании (2), получим граничные значения  $\lambda_{\max}$ , при которых матрица считается согласованной для разных значений СИ и порогов согласованности (табл. 2).

Таблица 2

Значения  $\lambda_{\max}$ , при которых матрица согласована

СИ	Значение порога согласованности	
	ОС < 0.05 [9]	ОС < 0.1 [4]
СИ(3) = 0.52 [9]	$\lambda_{\max} < 3.052$	$\lambda_{\max} < 3.116$
СИ(3) = 0.58 [4]	$\lambda_{\max} < 3.058$	$\lambda_{\max} < 3.104$

**Тест 1а.** Определение используемой шкалы СИ (порог ОС < 0.05)

Матрица парных сравнений критериев для «Тест 1а» имеет вид:

К	К1	К2	К3
К1	1	2	1
К2	1/2	1	1
К3	1	1	1

Для данной матрицы  $\lambda_{\max} = 3.053622$  ОС (для СИ=0.52) = 0.052 (матрица несогласованна); ОС (для СИ=0.58) = 0.046 (матрица согласована).

**Тест 1б.** Определение используемой шкалы СИ (порог ОС < 0.1)

Матрица парных сравнений критериев для «Тест 1б» имеет вид:

К	К1	К2	К3
К1	1	1/9	1/6
К2	9	1	4
К3	6	1/4	1

Для данной матрицы  $\lambda_{\max} = 3.107847$ . ОС (для СИ=0.52) = 0.104 (матрица несогласованна); ОС (для СИ=0.58) = 0.093 (матрица согласована).

**Тест 2.** Определение метода расчета локальных весов.

Т.к. метод среднего геометрического и метод собственного вектора для матрицы размерностью 3x3 имеют одинаковое

аналитическое решение, то определение метода расчета локальных весов целесообразно проводить на иерархии, аналогичной изображенной на рис. 1, с изменением количества критериев до четырех. Расчет локальных весов может идти с разной точностью, поэтому результирующие значения весов каждого из критериев должны быть достаточно отделены друг от друга (табл. 3).

Матрица парных сравнений критериев для теста 2 имеет вид:

К	К1	К2	К3	К4
К1	1	1/9	1/6	1/7
К2	9	1	4	5
К3	6	1/4	1	2
К4	7	1/5	1/2	1

Таблица 3

#### Результаты вычислений весовых коэффициентов

Точность	Методы расчета*		
	Собственного вектора	Среднего геометрического	Строчных сумм
1E– 2	0.04; 0.60; 0.21; 0.15	0.04; 0.60; 0.22; 0.15	0.04; 0.50; 0.24; 0.23
1E– 3	0.038; 0.600; 0.210; 0.152	0.037; 0.598; 0.215; 0.149	0.038; 0.508; 0.248; 0.206
1E– 4	0.0381; 0.5997; 0.2104; 0.1518	0.0371; 0.5985; 0.2150; 0.1494	0.0370; 0.4952; 0.2411; 0.2267
1E– 5	0.03808; 0.59972; 0.21045; 0.15175	0.03722; 0.60110; 0.21598; 0.14571	0.03702; 0.49517; 0.24107; 0.22674
1E– 6	0.038080; 0.599720; 0.210448; 0.151753	0.037055; 0.598465; 0.215031; 0.149450	0.037024; 0.495170; 0.241070; 0.226736

\* в результате округлений, сумма коэффициентов может не равняться 1

**Выводы.** Предложенные тестовые примеры позволяют определить основные параметры МАИ в программном обеспечении для воспроизводимости полученных результатов.

#### Литература

1. Schmidt K. Applying the Analytic Hierarchy Process in healthcare research: A systematic literature review and evaluation of reporting / Katharina Schmidt, Ines Aumann, Ines Hollander et. al. // BMC Medical Informatics and Decision Making. – 2015. – Vol. 15. – P.1–27.
2. Центр открытых наук [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://cos.io/>.
3. Проект Reproducibility Project: Psychology [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://osf.io>

4. Saaty T. The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation / Thomas L. Saaty. – New York: McGraw-Hill, 1980. – ISBN 0-07-054371-2. – 287 p.
5. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати. – М.: «Радио и связь», 1993. — 278 с.
6. Salo A. On the Measurement of Preference in the Analytic Hierarchy Process / A. Salo, R. Hamalainen // Journal of Multi-Criteria Decision Analysis. – 1997. – Vol. 6. – P. 309–319.
7. Koczkodaj W.W. Using consistency-driven pairwise comparisons in knowledge-based systems / W.W. Koczkodaj, M.W. Herman, M.Orlowski // Proceedings of the sixth international conference on Information and knowledge management. – ACM Press, 1997. – P. 91–96.
8. Панкратова Н.Д. Моделі і методи аналізу ієрархій. Теорія. Застосування: навч. посібник / Н.Д. Панкратова, Н.І. Недашковська. – К.: ІВЦ “Видавництво «Політехніка», 2010. – 372 с.
9. Saaty T. Comparison of eigenvalue, logarithmic least squares and least squares methods in estimating ratios / Thomas L. Saaty, Luis G. Vargas // Mathematical Modelling. – 1984. – Vol. 5. – P. 309–324.

### **МЕТОД АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ: ТЕСТОВІ ПРИКЛАДИ РОЗРАХУНКУ ДЛЯ АНАЛІЗУ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ**

Фіногенов О.Д., Ладогубець Т.С., Залевський С.В.

*В роботі запропоновані тестові приклади для визначення основних параметрів у програмному забезпеченні, що реалізує метод аналізу ієрархій (МАІ).*

*Ключові слова: МАІ, парні порівняння, багатокритеріальне прийняття рішень, тестування програмного забезпечення.*

### **ANALYTIC HIERARCHY PROCESS: TEST CALCULATION EXAMPLES FOR THE SOFTWARE ANALYSIS**

Finogenov A., Ladogubets T., Zalevskiy S.

*The textbook proposed test examples for determining the main parameters in the software that implements the analytic hierarchy process.*

*Key words: AHP, pairwise comparison, multicriteria decision making, software testing.*