

УДК 514.18

## ФОРМИРОВАНИЕ ОБВОДОВ С ЗАДААННЫМИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ

Холодняк Ю.В., к.т.н.,

Гавриленко Е.А., к.т.н.

*Мелитопольская школа прикладной геометрии*

*Таврический государственный агротехнологический университет*

*(г. Мелитополь, Украина)*

Дубинина А.В., аспирант\*

*Мелитопольский государственный педагогический университет*

*имени Богдана Хмельницкого*

***В работе предложен алгоритм формирования обвода второго порядка гладкости с монотонным изменением радиусов кривизны, вдоль которого скорость изменения радиусов кривизны изменяется непрерывно.***

***Ключевые слова: дискретно представленная кривая (ДПК), радиус кривизны, порядок гладкости, скорость изменения радиусов кривизны.***

***Постановка проблемы.*** Поверхности, ограничивающие сложные технические изделия, могут быть сформированы на основе дискретного линейчатого каркаса. Дифференциально-геометрические характеристики поверхности определяются характеристиками линий, которые являются линейными элементами каркаса. При формировании поверхностей по заданным условиям такими характеристиками могут быть: отсутствие осцилляции, заданный порядок гладкости, динамика изменения положений касательных и значений радиусов кривизны вдоль кривых.

***Анализ последних исследований и публикаций.*** Широкие возможности для формирования линейных элементов каркаса поверхностей дает вариативное дискретное геометрическое моделирование, которое предполагает формирование обвода в виде сколь угодно большого количества точек, получаемых в результате последовательных сгущений исходного точечного ряда [1]. Положения точек геометрического образа назначаются внутри диапазонов возможного расположения, определяемых исходя из условий задачи.

В работе [4] разработан алгоритм моделирования обводов с монотонным изменением радиусов кривизны. Исходными данными

---

\* Научный руководитель – к.т.н., доцент Гавриленко Е.А.

является упорядоченный точечный ряд, который представляет дискретно представленную кривую (ДПК) и условия, накладываемые на обвод: отсутствие осцилляции, второй порядок гладкости, монотонное изменение радиусов кривизны вдоль обвода. Обвод формируется внутри базисных треугольников (БТ), ограниченных касательными, проходящими через точки ДПК, и отрезками, соединяющими последовательные точки. Алгоритм предполагает формирование цепочки из минимального числа БТ, которые в общей точке обеспечивают равные значения радиусов кривизны и эти значения изменяются монотонно вдоль обвода.

Основное назначение ДПК, формируемых разрабатываемым методом, – использование в качестве линейных элементов каркаса при моделировании динамических поверхностей, функциональное назначение которых – взаимодействие со средой. Обеспечение второго порядка гладкости и монотонного изменения радиусов кривизны вдоль линейных элементов каркаса поверхностей способствует ламинарному характеру обтекания этих поверхностей средой [2]. Дальнейшее улучшение динамических качеств поверхностей можно обеспечить за счет наращивания условий, накладываемых на линейные элементы модели: увеличения порядка гладкости обвода, обеспечения непрерывного графика скорости изменения радиусов кривизны вдоль обвода.

В работе [3] предложен критерий для оценки скорости изменения радиусов кривизны в точках ДПК. Оценка проводится на основе цепочки базисных треугольников, которые определяют ДПК второго порядка гладкости с монотонным изменением радиусов кривизны.

**Формулировка целей статьи.** Целью данного исследования является разработка методики уточнения области расположения точки сгущения в случае, если на кривую накладывается дополнительное условие – непрерывность скорости изменения радиусов кривизны.

**Основная часть.** Рассмотрим участок ДПК  $i \dots i+1$ , в граничных точках которого БТ(  $i, T, i+1$  )

определяет назначенные значения радиусов кривизны и значения скорости изменения радиусов

кривизны  $\vec{\sigma}_i$   $\leftarrow \sigma_{i+1}$  .

Вдоль кривой Безье, определяемой БТ, значения  $\sigma_i$  изменяются непрерывно. Величина разрыва значений критерия скорости

изменения радиусов кривизны ( $\Delta_i^R$ ) определяется по формуле:

$$\Delta_i^R = \sigma_i^{\leftarrow} - \sigma_i^{\rightarrow}$$

где  $\sigma_i^{\leftarrow}$  и  $\sigma_i^{\rightarrow}$  – значения критерия скорости изменения радиусов кривизны в точке  $i$ , которые определяются предыдущим и последующим БТ соответственно.

Сформируем минимальную цепочку БТ, которая в точках  $i$  и  $i+1$  обеспечивает:

1) назначенные значения радиусов кривизны –  $R_i$  и  $R_{i+1}$  соответственно;

2) уменьшение разрывов значений  $\sigma_i^{\leftarrow} - \Delta_i^R$  и  $\Delta_{i+1}^R - \sigma_{i+1}^{\rightarrow}$ .

Уменьшение значений  $\Delta_i^R$  и  $\Delta_{i+1}^R$  в процессе сгущений внутри БТ( $i, T, i+1$ ), а также внутри предыдущего и последующего БТ. При

этом внутри БТ( $i, T, i+1$ ) обеспечивается приближение значений  $\sigma_i^{\rightarrow}$  и  $\sigma_{i+1}^{\leftarrow}$  к значениям  $\sigma_{i+1}^{\leftarrow}$  и  $\sigma_i^{\rightarrow}$  соответственно.

$$\sigma_i^{\rightarrow} = \frac{1}{2} \left( \sigma_i^{\rightarrow} + \sigma_i^{\leftarrow} \right) \quad \sigma_{i+1}^{\leftarrow} = \frac{1}{2} \left( \sigma_{i+1}^{\rightarrow} + \sigma_{i+1}^{\leftarrow} \right)$$

Значения  $\sigma_i^{\rightarrow}$  в точках  $i$  и  $i+1$  изменяются за счет выбора положений точек сгущения и касательных, которые им соответствуют.

Предварительное положение  $t_{c2}^1$  (рис. 1) назначается по центру диапазона, определенного исходя из назначенных значений  $R_i$  и  $R_{i+1}$  в исходных точках и условия монотонного изменения радиусов кривизны вдоль участков ДПК [4].

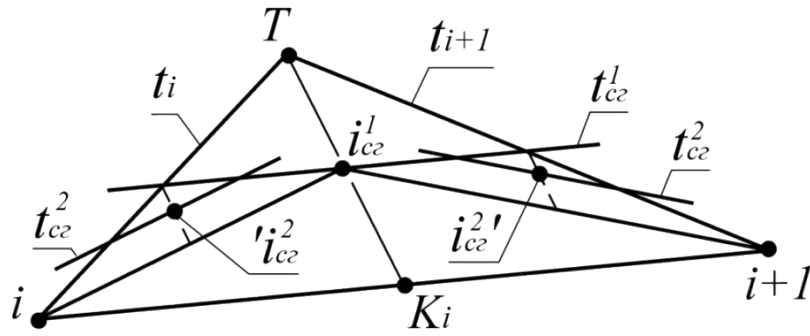


Рис. 1. Сгущение участка ДПК

В результате значения  $\Delta_i^R$  и  $\Delta_{i+1}^R$ , в точках, ограничивающих участок, уменьшаются, а в точке сгущения возникает разрыв значений

$\sigma_i$  —  $\Delta_{c2}^R = \vec{\sigma}_{c2} - \overleftarrow{\sigma}_{c2}$ . Положения  $t_{c2}^1$  и  $i'_{c2}^1$  назначаются таким образом, чтобы величина  $\Delta_{c2}^R$  не превышала максимального значения из  $\Delta_i^R$  и  $\Delta_{i+1}^R$ .

При этом параметры БТ сгущения в точке  $i'_{c2}^1$  определяют

значения  $R_{c2}^1 \neq R_{c2}^1$ , а в точках  $i$  и  $i+1$  — значения  $R_i^1$  и  $R_{i+1}^1$ , не равные назначенным значениям  $R_i$  и  $R_{i+1}$ .

Корректировка значений радиусов кривизны в точках  $i$ ,  $i'_{c2}^1$ ,  $i+1$  выполняется в результате второго шага сгущения. В результате внутри БТ( $i, T, i+1$ )

получаем цепочку из четырех БТ, обеспечивающих второй порядок гладкости и монотонное изменение кривизны вдоль ДПК.

При этом величины  $\Delta_i^R$  и  $\Delta_{i+1}^R$  уменьшаются за счет возникновения разрывов значений  $\sigma_i$  в точках сгущения.

В результате сгущения получаем новую цепочку БТ, определяющую монотонную кривую. Максимальная величина разрыва значений  $\sigma_i$  в точках стыковки участков на каждом шаге сгущения последовательно уменьшается. В случае, когда максимальное значение

$\Delta_i^R$  не превышает заданной величины  $\varepsilon$ , будем считать, что ДПК, вдоль которой скорость изменения радиусов кривизны изменяется непрерывно, сформирована.

**Выводы.** Предложен алгоритм формирования обвода второго порядка гладкости с монотонным изменением радиусов кривизны с учетом дополнительного требования – непрерывный график скорости изменения радиусов кривизны вдоль обвода. Обвод формируется методом сгущений на основе точеного ряда. Алгоритм предполагает уменьшение величины разрыва значений скорости изменения радиусов кривизны в точках стыковки участков обвода за счет возникновения разрыва внутри участка - в точках стыковки базисных треугольников сгущения.

Применение разработанного способа моделирования кривой позволяет повысить качество формирования функциональных поверхностей изделий при решении задач обратного инжиниринга, а также при формировании поверхностей изделий, которые взаимодействуют со средой (лопаток турбин, рабочих органов сельскохозяйственных машин, каналов двигателей внутреннего сгорания и др.).

### *Литература*

1. Найдиш В.М. Основи прикладної дискретної геометрії / В.М. Найдиш, В.М. Верещага, А.В. Найдиш, В.М.Малкіна. – Мелітополь: Люкс, 2007. – 193 с.
2. Осипов В.А. Машинные методы проектирования непрерывно-каркасных поверхностей / В.А. Осипов. – М.: Машиностроение, 1979. – 248 с.
3. Холодняк Ю.В. Моделирование одномерных обводов по заданным условиям / Ю.В. Холодняк, Е.А. Гавриленко, А.В. Дубинина // Сучасні проблеми моделювання: наукове фахове видання / МДПУ ім. Б. Хмельницького. – Мелітополь, 2017.– Вип. 9. – С. 162-166.
4. Холодняк Ю.В. Формування геометричних характеристик при моделюванні монотонної дискретно представлені кривої / Ю.В. Холодняк, Є.А. Гавриленко // Прикладна геометрія та інженерна графіка: міжвід. наук.–техн. збірник / КНУБА. – К., 2013. – Вип. 91. – С.292–296.

## **ФОРМУВАННЯ ОБВОДІВ ІЗ ЗАДАНИМИ ГЕОМЕТРИЧНИМИ ВЛАСТИВОСТЯМИ**

Холодняк Ю.В., Гавриленко Є.А., Дубініна О.В.

*У роботі запропоновано алгоритм формування обводі другого порядку гладкості з монотонною зміною радіусів кривини, уздовж якого швидкість зміни радіусів змінюється безперервно.*

*Ключові слова: дискретно представлена крива (ДПК), радіус кривини, порядок гладкості, швидкість зміни радіусів кривини.*

## FORMATION CONTOURS WITH GIVEN GEOMETRIC PROPERTIES

Kholodnyak Yu., Gavrilenko Eu., Dybinina O.

*The algorithm for forming contour of second-order of smoothness with a monotonous change of radiuses of curvature, along which the rate of change of radiuses of curvature changes continuously is proposed in this work.*

*Key words: discretely presented curve (DPC), radius of curvature, order of smoothness, rate of change of radiuses of curvature.*