УДК 514.18

ОРНАМЕНТЫ НА ОСНОВЕ СЕМЕЙСТВ КРИВЫХ, ЗАПОЛНЯЮЩИХ ПРАВИЛЬНЫЙ ШЕСТИУГОЛЬНИК

Ницын А.Ю., д.т.н.
Национальный технический университет
«Харьковский политехнический институт» (Украина)

Рассмотрена кривая Госпера как кривая, вписанная в правильный шестиугольник. Предложено семейство кривых, проходящее через все точки правильного шестиугольника. Составлен орнамент в виде семейства кривых, целиком заполняющего плоскость.

Ключевые слова: кривая Госпера, орнаменты, покрытие плоскости.

Постановка проблемы. Плоскость можно покрыть как квадратами, так и правильными шестиугольниками. При этом конструкцией, вписанной в исходный геометрический образ, можно покрыть плоскость так, чтобы с помощью аффинных преобразований получить конструкцию, состоящую из множества повторяющихся частей. Кроме того, с помощью тех же аффинных преобразований можно получить орнамент, подобный исходной конструкции. На наш взгляд, наибольшую эстетическую ценность имеют орнаменты, у которых большая часть является подобием его меньшей части. Одними из конструкций, которые подобны конструкции, построенной на предыдущем шаге, являются орнаменты на основе кривых Пеано, то есть кривых, целиком заполняющих плоскость. Однако кривые Пеано, имеющие эстетическую ценность, можно пересчитать по пальцам. К таким кривым относятся кривые Гильберта, Серпинского, Госпера, а также кривая, опубликованная нами в предыдущей статье [1]. Поэтому разработка кривых Пеано как основы для конструирования орнаментов является актуальной задачей графического дизайна.

Анализ последних достижений и публикаций. К сожалению, монографии, посвящённой кривым, целиком заполняющим плоскость, не существует. Краткие сведения о кривых Пеано разбросаны по монографиям, посвящённым теории множеств, теории функций действительного переменного и фрактальной геометрии [2–7].

Формулирование целей статьи. Таким образом, цель статьи – продолжение работы по построению кривых Пеано, имеющих эстетическую ценность.

Основная часть. Кривые Пеано, проходящие через все точки некоторого квадрата, то есть целиком заполняющие его внутренность, были рассмотрены нами в предыдущей статье [1]. Теперь рассмотрим кривые, проходящие через все точки некоторого правильного шестиугольника. Выделим отсек плоскости, ограниченный правильным шестиугольником. Покроем шестиугольник правильными треугольниками. Тогда под точками плоскости, ограниченной шестиугольником, будем понимать точки пересечения высот правильных треугольников, покрывающих шестиугольник.

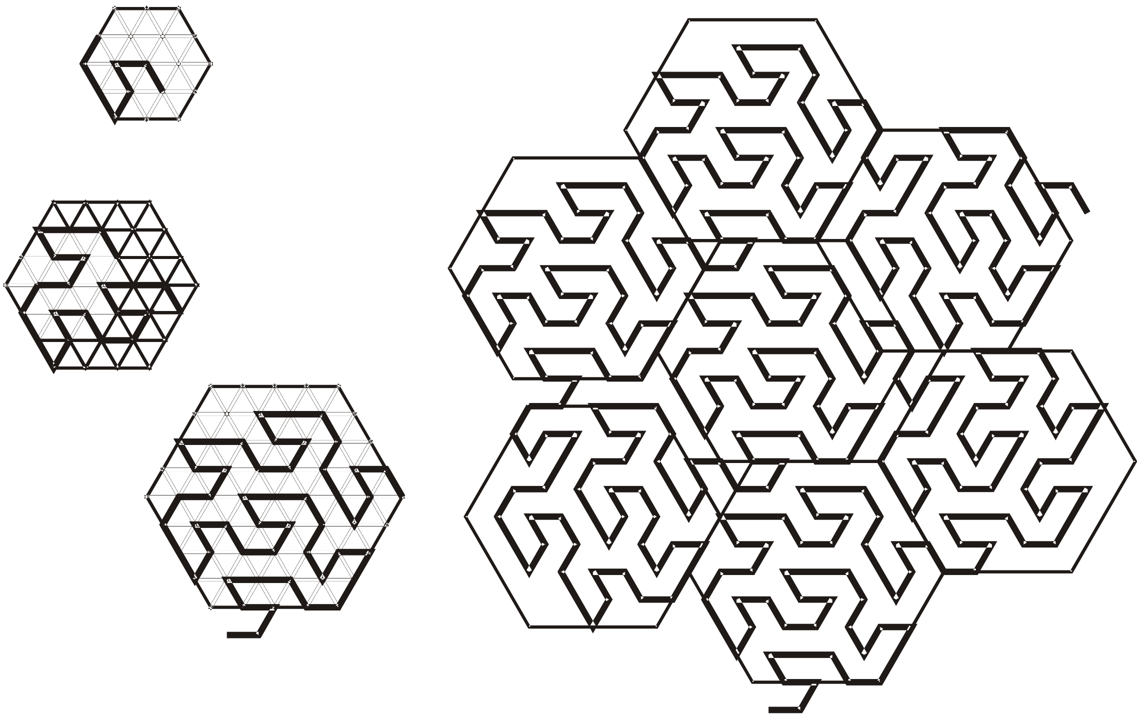

Рис. 1. Кривая Госпера после 4-х итераций

Покажем на рис. 1 начальные шаги построения кривой Госпера. Как показывает рисунок, при построении кривой Госпера под точкой плоскости понимается не точка пересечения высот правильного треугольника, а одна из его сторон. Кроме того, кривые Госпера, соответствующие первым 3-м итерациям, не заполняют полностью соответствующие шестиугольники, а на 3-й итерации даже выходят за границу соответствующего шестиугольника. Впрочем, на 4-й итерации кривая Госпера проходит через все точки плоскости, находящиеся внутри границы кривой Госпера, то есть не вполне корректное заполнение плоскости, наблюдаемое на первых 3-х итерациях, уже не сказывается на построении кривой Госпера на 4-й итерации. Обратим внимание, что на 4-й итерации кривая Госпера представляет собой фигуру, называемую «островом» и состоящую из фигуры, полученной на предыдущей итерации, и шести таких же фигур, расположенных вокруг центральной фигуры.

Рассмотрим покрытие плоскости фигурой, проходящей через все точки правильного шестиугольника. Будем понимать под точками плоскости, ограниченной шестиугольником, одну из точек, находящихся внутри правильных треугольников, покрывающих шестиугольник. При этом точки, принадлежащие вершинам правильных треугольников, мы не будем рассматривать как точки плоскости, ограниченной шестиугольником.

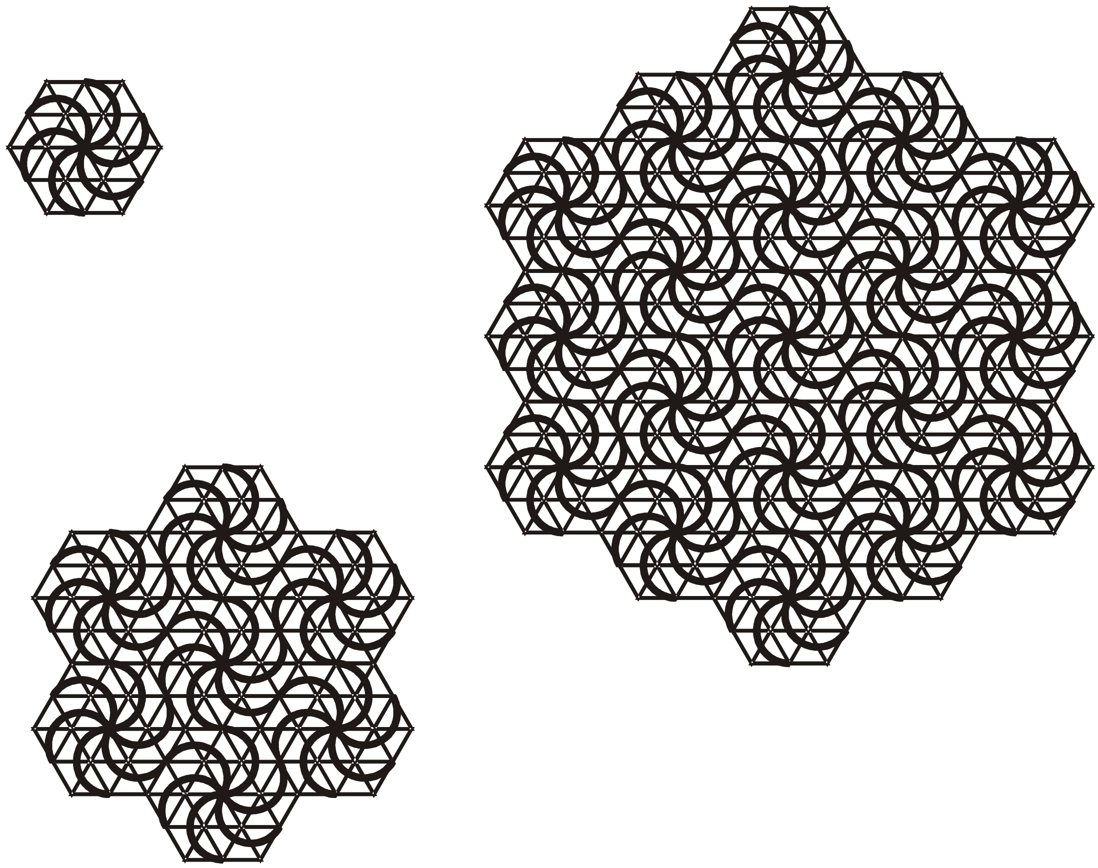

Рис. 2. Авторский вариант семейства кривых, целиком заполняющего плоскость, после 3-х итераций

Покажем на рис. 2 авторский вариант фигуры, образованной семейством линий, целиком заполняющим плоскость. Поскольку мы условились считать точками плоскости только те точки, что принадлежат внутренней области правильных треугольников, покрывающих шестиугольник, мы можем утверждать, что кривые, проходящие через точки плоскости, очерченной шестиугольником, не пересекаются в его центральной точке. Отсюда следует, что фигура, полученная с помощью параллельных переносов правильного исходного шестиугольника, представляет собой семейство кривых, целиком заполняющих плоскость и не пересекающихся ни в одной её точке.

Введём в плоскость точки, принадлежащие вершинам правильных треугольников. Тогда семейства кривых, целиком заполняющие правильные шестиугольники, объединятся в одно семейство кривых, имеющих бесконечную длину. Кроме того, удалим все правильные шестиугольники и покрывающие их правильные треугольники, и получим орнамент в виде семейства кривых, извивающихся наподобие змей на голове горгоны Медузы, – персонажа древнегреческого мифа о подвигах Персея. Покажем на рис. 3 полученный орнамент и будем называть его «Головой Медузы Горгоны».

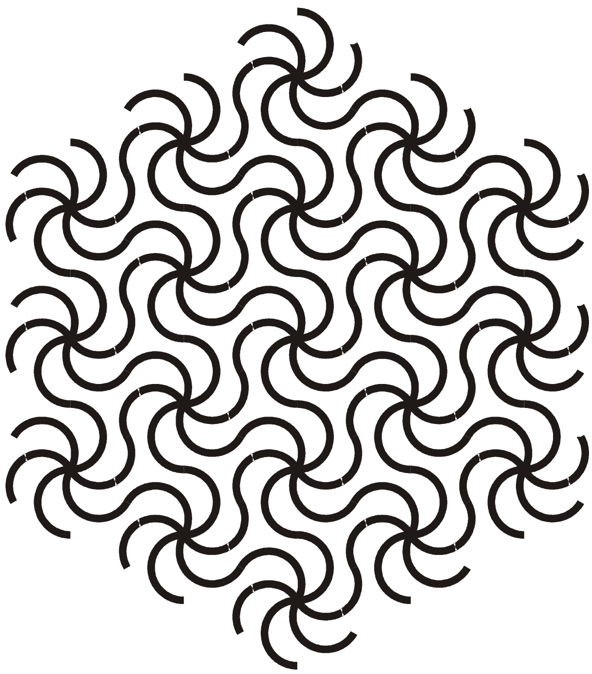

Рис. 3. Орнамент «Голова Медузы Горгоны»

Обратим внимание, что кривые, составляющие орнамент «Голова Медузы Горгоны», образуют фигуры, повторяющиеся во всех частях орнамента. Выделим цветом отдельные фигуры, и получим орнамент, который в искусствоведении называется «бесфоновым», то есть орнамент, в котором рисунок, вынесенный на передний план, образует рисунок, удалённый на задний план. При этом оба рисунка являются равноценными, и если рисунок на переднем плане представить рисунком заднего плана, то получим орнамент, который будет отличаться от его первоначального варианта только цветами переднего и заднего планов. Покажем на рис. 4 «бесфоновый» орнамент, образованный семейством кривых, заполняющих всю плоскость и нигде не пересекающихся друг с другом.

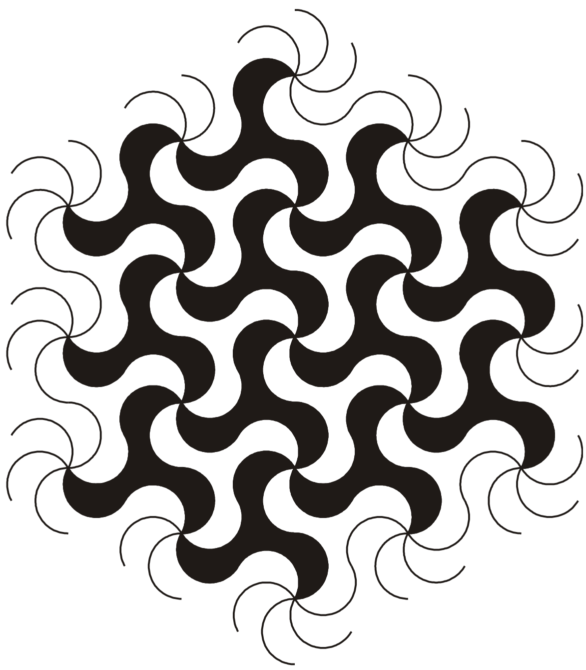

Рис. 4. «Бесфоновый» вариант орнамента «Голова Медузы Горгоны»

Выводы. Таким образом, в статье рассмотрено построение кривой Госпера как кривой, вписанной в правильный шестиугольник. Предложено семейство кривых, проходящее через все точки правильного шестиугольника. Составлен орнамент в виде семейства кривых, целиком заполняющего плоскость, с помощью аффинных преобразований семейства кривых, проходящего через все точки правильного шестиугольника. Обращено внимание, что полученное семейство кривых образует орнамент, составленный из множества совершенно одинаковых по форме фрагментов, то есть является «бесфоновым». Поэтому составление «бесфоновых» орнаментов и будет темой наших дальнейших исследований.

Литература

1. Ницын А. Ю. Кривые Пеано в конструировании орнаментов / А. Ю. Ницын // Сучасні проблеми моделювання. – Мелітополь : МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2017. – Вип. 9. – С. 103–108.
2. Лузин Н. Н. Теория функций действительного переменного / Н. Н. Лузин. – М. : Учпедгиз, 1948. – 319 с.
3. Александров П. С. Введение в теорию множеств и общую топологию / П. С. Александров. – М. : Наука, 1977. – 367 с.
4. Пайтген Х. О. Красота фракталов. Образы комплексных динамических систем / Х. О. Пайтген, П. Х. Рихтер. – М. : Мир, 1993. – 176 с.

5. Морозов А. Д. Введение в теорию фракталов / А. Д. Морозов. [2-е изд.]. – Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2002. – 160 с.
6. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы / Б. Мандельброт. – М. : Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.
7. Кроновер Р. Фракталы и хаос в динамических системах / Р. Кроновер. – М. : Техносфера, 2006. – 488 с.

ОРНАМЕНТИ НА ОСНОВІ СІМЕЙ КРИВИХ, ЩО ЗАПОВНЮЮТЬ ПРАВИЛЬНИЙ ШЕСТИКУТНИК

Ніцин А.Ю.

Розглянуто криву Госпера як криву, що вписується в правильний шестикутник. Запропоновано сім'ю кривих, що проходить через всі точки правильного шестикутника. Складено орнамент у вигляді сім'ї кривих, що цілком заповнює площину.

Ключові слова: крива Госпера, орнаменти, покриття площини.

ORNAMENTS ON THE BASIS OF FAMILIES OF CURVES, FILLING A REGULAR HEXAGON

Nitsyn A.

The curve of Gosper as a curve, inscribed in a regular hexagon, is considered. The family of curves, passing through all points of regular hexagon, is offered. An ornament as a family of curves, wholly filling a plane, is formed.

Keywords: curve of Gosper, ornaments, covering of plane.