УДК 514.18

ЗАЛЕЖНІСТЬ ЗОВНІШНЬОГО ФОРМОУТВОРЮЮЧОГО НАВАНТАЖЕННЯ ВІД КООРДИНАТ СУМІЖНИХ ВУЗЛІВ СІТКИ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ ДИСКРЕТНИХ КАРКАСІВ ПОВРЕХОНЬ

Ботвіновська С.І., д.т.н.,
Золотова А.В., к.т.н.
Київський національний університет будівництва і архітектури (Україна)

Моделювання дискретних каркасів криволінійних поверхонь статико-геометричним методом (СГМ) під дією нормального функціонально розподіленого навантаження на вузли сітки можна розглядати як узагальнення результатів досліджень, отриманих при моделюванні дискретних каркасів кривих ліній. Такий підхід розширює можливості СГМ при формоутворенні двовимірних дискретних структур у тривимірному точковому просторі. У задачах створення дискретних каркасів поверхонь СГМ необхідною вимогою виступає задання двовимірного графіка розподілу модулів зусиль, який може залежати від різних параметрів. Графік розподілу зусиль зовнішнього навантаження між вузлами сітки може базуватись, з одного боку, суто на геометричних параметрах поверхні, а з іншого – на фізичних параметрах, які мають геометричну інтерпретацію, і визначаються у процесі задання вихідних даних для кожної конкретної задачі.

При формуванні СГМ дискретних каркасів криволінійних об'єктів під дією зусиль, напрямок яких не є вертикальним, з'являється необхідність розв'язання нелінійних задач. Це відбувається коли у системі рівнянь рівноваги вузлів зовнішні формоутворюючі зусилля функціонально залежать від координат суміжних вузлів. Вектори зусиль повинні бути нормальними до відповідних площин у вузлах дискретно представленої поверхні, яка на момент розрахунків залишається невідомою. Тому задачі знаходження координат вузлів дискретної сітки розв'язуються із використанням ітераційних методів.

Ключові слова: дискретний каркас, графік розподілу зусиль, нелінійні задачі, геометрична інтерпретація, формоутворююче навантаження.

Постановка проблеми. При моделюванні кривих лінія або криволінійних поверхонь статико-геометричним методом можуть з'являтися нелінійні задачі та необхідність їх розв'язання. Це відбувається при формуванні дискретних каркасів криволінійних об'єктів, коли у системі рівнянь рівноваги вузлів зовнішні формоутворюючі зусилля нелінійно залежать від координат суміжних вузлів.

Зокрема, нелінійність задачі виникає і тоді, коли моделювання дискретних каркасів поверхонь під дією нормального функціонально розподіленого навантаження на вузли сітки доповнюється завданням двовимірних графіків розподілу модулів зусиль. Причому, розподіл зусиль зовнішнього навантаження може залежати від різних параметрів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Нелінійні задачі раніше розглядались у роботі [1], де було представлено спосіб формоутворення дискретного каркаса поверхні безмоментного покриття постійної товщини під дією власної ваги, коли зусилля зовнішнього навантаження розподілялися не в плані, а по поверхні. Це призвело до того, що між вузлами правильної сітки у плані розподіл навантаження був нерівномірним, і зовнішні зусилля ставали залежними від координат вузлів сітки, а система рівнянь рівноваги вузлів була нелінійною.

Графік розподілу зусиль зовнішнього навантаження між вузлами сітки може базуватись виключно на геометричних параметрах, як це було розглянуто у роботах [2 – 5]. У представлених дослідженнях, вектори зусиль зовнішнього навантаження на вузли сітки не були пов'язані з координатами цих вузлів, оскільки обирались вертикальними. Тому система рівнянь рівноваги вузлів залишалась лінійною, і для її розв'язання не було необхідності у використанні ітераційних методів.

Коли зовнішні зусилля відіграють роль геометричної інтерпретації фізичних процесів, тобто напрям зусиль відрізняється від вертикального, і зусилля стають пов'язаними з координатами вузлів ще невизначеної дискретної сітки, це призводить до нелінійності системи рівнянь рівноваги вузлів. Наприклад, нелінійність виникає при моделюванні безмоментних оболонок, що формуються під дією зусиль внутрішнього надлишкового тиску у роботі [6]. Автор пропонує обирати зусилля нормальними до модельованої поверхні у кожному вузлі сітки. Задача стає нелінійною, оскільки параметри зусиль зовнішнього навантаження стають залежними від невідомих координат, але у цих дослідженнях величина векторів навантаження обиралась однаковою для кожного вузла сітки.

Саме за цим принципом відбувався процес формоутворення за допомогою статико-геометричного методу замкнутих біоформ на основі розтягнутих сіток у роботах [7], які моделюються під дією гравітації або збиткового тиску. Величина зусилля у вузлах сітки залежить від площі елементарної ділянки поверхні, а напрям зовнішнього навантаження є нормальним до неї.

У зазначених роботах для визначення величин векторів зовнішніх зусиль не використовувався дискретний графік їх розподілу між вузлами сітки у вигляді площини загального положення.

Формулювання цілей статті. Мета роботи полягає у тому, щоб показати на конкретному прикладі як задання двовимірного графіка розподілу модулів зусиль, який залежить від різних параметрів, можна реалізувати при моделюванні дискретних каркасів поверхонь, що формуються під дією нормальних зусиль у вузлах дискретної сітки за допомогою статико-геометричного методу.

Основна частина. Математична постановка задачі формоутворення дискретного образу, коли зусилля зовнішнього навантаження є нормальними до модельованої поверхні, призводить до нелінійності системи рівнянь рівноваги вузлів. Така система може бути розв’язана за допомогою ітераційних методів. Наслідком подібного ітераційного процесу буде деяка послідовність розрахунків, яка при збереженні встановлених обмежень та умов буде зберігатись до отримання кінцевого результату поставленої задачі.

Процес наближеного розв’язування задачі, а саме розрахунку координат вузлів дискретного каркаса модельованої поверхні, формується на послідовних наближеннях до бажаного результату шляхом багатократного застосування деяких обчислювальних процедур. Вихідними даними для кожного наступного кроку розрахунків будуть результати застосування попередніх кроків. Такі розрахунки можна виконати, наприклад, за допомогою системи Maple. У результаті цього можна отримати безліч рішень. Але, для розв’язання конкретної задачі необхідно задати таке перше наближення, яке буде дуже близьким до бажаного результату.

Крім того, розв’язання нелінійних систем рівноваги вузлів при формуванні дискретних образів потребує правильної організації ітераційних процесів, що дозволить отримати ціленаправлений результат з довільною допустимою похибкою. При цьому, критерієм оцінки розв’язання задачі може бути найменше сумарне число ітерацій.

У багатьох роботах, пов’язаних із використанням СГМ, зовнішні зусилля можуть виступати формоутворюючими чинниками при дискретному геометричному моделюванні. Якщо, у узагальненій рекурентній формулі величина зовнішнього навантаження функціонально (нелінійно) пов'язана із координатами вузлів, то і задача формування дискретного каркаса поверхні є нелінійною, оскільки рівновага кожного вузла описується нелінійним рівнянням:

$$u_{i,j,1} + u_{i,j,2} + \ldots + u_{i,j,\ell-1} + u_{i,j,\ell} - l u_{i,j} + \\ + f_1(u_{i,j,1}, u_{i,j,2}, \ldots, u_{i,j,\ell-1}, u_{i,j,\ell},\ u_{i,j}) = 0, \quad (1)$$

де ℓ – кількість в'язей в одному вузлі локальної системи координат; $u_{i,j}$ – координати вузла у глобальній системі координат; $f_1(u)$ – нелінійна функція залежності зовнішнього формоутворюючого навантаження від координат вузлів.

При формоутворенні двовимірного образу (дискретного точкового каркаса поверхні) рівняння рівноваги вузла на сітці з чотирикутними клітинами має вигляд:

$$x_{i,j-1} + x_{i,j+1} - 4x_{i,j} + x_{i-1,j} + x_{i+1,j} + kP_{i,j,x} = 0; \\ y_{i,j-1} + y_{i,j+1} - 4y_{i,j} + y_{i-1,j} + y_{i+1,j} + kP_{i,j,y} = 0; \quad (2) \\ z_{i,j-1} + z_{i,j+1} - 4z_{i,j} + z_{i-1,j} + z_{i+1,j} + kP_{i,j,z} = 0,$$

де $x_{i,j}$, $y_{i,j}$, $z_{i,j}$ – координати вузла у системі відліку iOj;

$$kP_{i,j,u} = f(x_{i,j-1}, x_{i,j+1}, x_{i-1,j}, x_{i+1,j}, x_{i,j}, y_{i,j-1}, y_{i,j+1}, y_{i-1,j}, \\ y_{i+1,j}, y_{i,j}, z_{i,j-1}, z_{i,j+1}, z_{i-1,j}, z_{i+1,j}, z_{i,j}),$$

– координатні складові вектора зовнішнього формоутворюючого зусилля у конкретному вузлі i, j сітки (функція $kP_{i,j,u}$ є нелінійною, відносно координат вузлів). Тому, система рівнянь (2) є також нелінійною і розв'язується методом послідовних наближень.

Ітераційний процес передбачає покрокове уточнення одного з параметрів, наприклад, координат вузлів або коефіцієнтів пропорційності при зовнішньому навантаженні. Відомо, що збіжність ітерацій в методі послідовних наближень суттєво залежить від близькості вихідного наближення до кінцевого результату. Однак, якщо кінцевий результат невідомий, то і задання першого наближення є невизначеним [8, 9].

Для організації ітераційного процесу при моделюванні дискретного каркаса поверхні використовуємо покрокове збільшення аплікати у заданому екстремальному вузлі, крок обираємо довільним.

За початкове наближення в ітераційному процесі для розрахунків координат вузлів наступного кроку обираємо результати лише першої ітерації, отримані на першому кроці попереднього наближення.

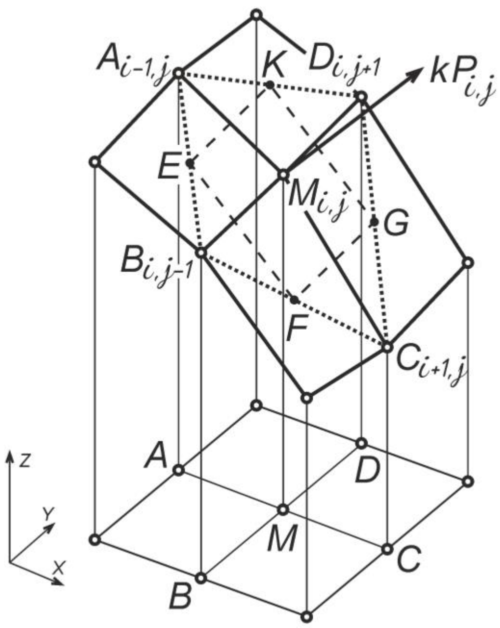

Рис. 1. Схема визначення нормалі, якій відповідає зовнішнє зусилля у довільному вузлі $M_{i,j}$ сітки

Напрям векторів зусиль у вузлах дискретної сітки призначаємо нормальним до поверхні. За відомими публікаціями [6, 7] для визначення нормалі $kP_{i,j}$ (рис. 1) необхідно задати рівновіддалену від мимобіжних прямих $A_{i-1,j}C_{i+1,j}$ і $B_{i,j-1}D_{i,j+1}$ площину паралелізму. Але, якщо вважати, що площина паралелограма $KEFG$ (рис. 1) наближено паралельна дотичній площині дискретно представленої поверхні у вузлі $M_{i,j}$, то нормаль можна визначити, як перпендикуляр до цієї площини.

Коефіцієнти A, B і C площини $KEFG$ у тривимірному просторі при заданій прямокутній системі координат $Oxyz$:

$$Ax + By + Cz - 1 = 0, \tag{3}$$

визначаються за умови її проходження через три з чотирьох вершин паралелограма $KEFG$, наприклад, через точки:

$$K\,(x_{i,j}^K = \frac{x_{i-1,j} + x_{i+1,j}}{2};\, y_{i,j}^K = \frac{y_{i-1,j} + y_{i+1,j}}{2};\, z_{i,j}^K = \frac{z_{i-1,j} + z_{i+1,j}}{2}),$$

$$F\,(x_{i,j}^F = \frac{x_{i,j-1} + x_{i+1,j}}{2};\, y_{i,j}^F = \frac{y_{i,j-1} + y_{i+1,j}}{2};\, z_{i,j}^F = \frac{z_{i,j-1} + z_{i+1,j}}{2}),$$

$$E\,(x_{i,j}^E = \frac{x_{i-1,j} + x_{i,j-1}}{2};\, y_{i,j}^E = \frac{y_{i-1,j} + y_{i,j-1}}{2};\, z_{i,j}^E = \frac{z_{i-1,j} + z_{i,j-1}}{2}),$$

де нижні індекси відповідають номеру вузла до якого віднесено площину (3); верхній індекс – відповідає вершині паралелограма $KEFG$ у цій площині. Тоді, для спрощення підрахунків, коефіцієнти A, B і C площини (3) можна визначити послідовно, за формулами:

$$C_{i,j} = \frac{(x_{i,j}^E - x_{i,j}^K)(x_{i,j}^E y_{i,j}^F - x_{i,j}^F y_{i,j}^E) - (x_{i,j}^E - x_{i,j}^F)(x_{i,j}^E y_{i,j}^K - x_{i,j}^K y_{i,j}^E)}{(x_{i,j}^E z_{i,j}^K - x_{i,j}^K z_{i,j}^E)(x_{i,j}^E y_{i,j}^F - x_{i,j}^F y_{i,j}^E) - (x_{i,j}^E z_{i,j}^F - x_{i,j}^F z_{i,j}^E)(x_{i,j}^E y_{i,j}^K - x_{i,j}^K y_{i,j}^E)};$$

$$B_{i,j} = \frac{x_{i,j}^E - x_{i,j}^K - C_{i,j}(x_{i,j}^E z_{i,j}^K - x_{i,j}^K z_{i,j}^E)}{x_{i,j}^E y_{i,j}^K - x_{i,j}^K y_{i,j}^E};$$

$$A_{i,j} = \frac{1 - B_{i,j} y_{i,j}^E - C_{i,j} z_{i,j}^E}{x_{i,j}^E}. \tag{4}$$

Вектор зовнішнього зусилля обираємо направленим у бік опуклості локальної зони. Величина модуля вектора зовнішнього зусилля $P'_{i,j}$, перпендикулярного площині (3) розраховується за формулою:

$$P'_{i,j} = \left| \sqrt{A_{i,j}^2 + B_{i,j}^2 + C_{i,j}^2} \right|. \tag{5}$$

Якщо, величину модуля зовнішнього зусилля $P_{i,j}$ у вузлах дискретної сітки задано, його координатні складові визначаються з пропорцій: $\frac{kP_{i,j,x}}{A_{i,j}} = \frac{kP_{i,j,y}}{B_{i,j}} = \frac{kP_{i,j,z}}{C_{i,j}} = \frac{kP_{i,j}}{P'_{i,j}}$, звідки рівняння для визначення координатних складових зовнішніх зусиль у кожному вузлі дискретної сітки матимуть вигляд:

$$P_{i,j,x} = \frac{A_{i,j} \cdot kP_{i,j}}{\sqrt{A_{i,j}^2 + B_{i,j}^2 + C_{i,j}^2}};$$

$$P_{i,j,y} = \frac{B_{i,j} \cdot kP_{i,j}}{\sqrt{A_{i,j}^2 + B_{i,j}^2 + C_{i,j}^2}}; \tag{6}$$

$$P_{i,j,z} = \frac{C_{i,j} \cdot kP_{i,j}}{\sqrt{A_{i,j}^2 + B_{i,j}^2 + C_{i,j}^2}}.$$

Алгоритм організації ітераційного процесу для розв'язання поставленої нелінійної задачі, коли зовнішні зусилля, прикладені до кожного з вузлів сітки, залежатимуть від невідомих координат вузлів, можна представити наступним чином:

1. За перше наближення приймаються вузли дискретної сітки модельованої поверхні з рівномірним кроком вздовж координатних осей Ox, Oy. Величини вертикальних зусиль обираються за заданим графіком їх розподілу, у вигляді площини загального положення.

2. За формулами (6) визначаються уточнені координатні складові зовнішніх зусиль у кожному вузлі дискретної сітки, з урахуванням координат вузлів сітки попереднього наближення. Ці координатні складові, з урахуванням величин коефіцієнтів $A_{i,j}$, $B_{i,j}$, $C_{i,j}$ дотичних площин для кожного внутрішнього вузла сітки, розрахованими за формулами (4), та величин модулів зовнішнього навантаження $P_{i,j}$ у кожному вузлі, підставляються до системи рівнянь (2). Там спочатку визначаються нові аплікати вузлів сітки та коефіцієнти пропорційності k_j при координатних складових зовнішніх зусиль, де

j – номер поточної ітерації. Потім ці коефіцієнти підставляють до рівнянь системи (2) для визначення нових уточнених абсцис та ординати вузлів.

3. Після розв’язання системи рівнянь рівноваги вузлів і визначення уточнених координат вузлів дискретного каркаса модельованої поверхні, отримані результати приймають за вихідне наближення для проведення нових розрахунків на наступному кроці, який пов’язаний із збільшенням аплікати екстремального вузла на задану величину (крок підйому). Апліката заданого екстремального вузла виступає параметром управління формою дискретного каркаса модельованої поверхні.

4. Процес повторюється, починаючи з п. 2 до п. 3, й продовжується до того моменту, поки апліката екстремального вузла не досягне заданого вихідного значення. Після чого, знову уточнюються координати вузлів дискретної сітки за формулами (2).

5. На кожному наступному кроці протягом ітераційного процесу моделювання дискретного каркаса поверхні (п. 2 – п. 4), при досягненні сталого значення аплікати екстремального вузла, визначається та аналізується величина похибки $\sigma = \left| k_j - k_{j-1} \right| \le \sigma_{np}$ знайденого рішення задачі. Ітераційний процес завершується, коли похибка результату розв’язання системи рівнянь рівноваги не перебільшить задану припустиму σ_{np}. Тобто, якщо ця величина σ менша за припустиму σ_{np}, ітераційний процес зупиняється. У іншому випадку, процес знову повторюється з п. 2.

6. На кожному кроці аналізується збіжність δ процесу шляхом порівняння похибок у поточній та попередній ітераціях: $\delta = \left| \sigma_i - \sigma_{i-1} \right| \le \delta_{i-1}$, і якщо $\delta \to 0$ процес збігається. Критерієм збіжності ітераційного процесу можна обрати величину $\delta = \dfrac{\left| k_j - k_{j-1} \right|}{k_j} \le 0{,}001$.

Покажемо на прикладі, як можна реалізувати умову моделювання дискретного каркаса поверхні під дією нормального навантаження на вузли, графіком розподілу величин яких виступає площина загального положення.

Приклад. Задано опорний контур поверхні у вигляді прямокутника 5×6 лінійних одиниць у площині $z = 0$. Вузли опорного контура мають крок $h = 1$ лінійна одиниця. Задано аплікату найвищого (екстремального) вузла A_{32} дискретної сітки $z_A = 3$ лін. од.

Для забезпечення збіжності ітераційного процесу формування дискретного каркаса поверхні, величину покрокового збільшення аплікати заданого вузла A_{32} обираємо за умовою $\frac{z_A}{\ell} \le 0{,}5$, де ℓ – довжина більшої сторони прямокутника опорного контура.

Топологічну схему сітки обираємо з 5 х 6 чотирикутних клітин, як представлено на рис. 2, *а*.

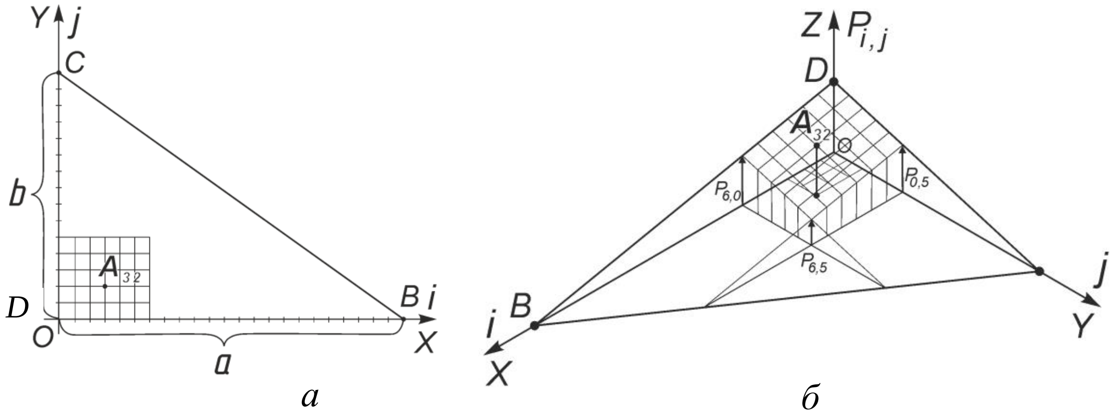

Рис. 2. Розподіл модулів величин зовнішнього навантаження

Задано (рис. 2, *б*) дискретний графік розподілу модулей зусиль зовнішнього навантаження між вузлами сітки у вигляді площини BCD:

$$P_{i,j} = -0.2i - 0.25j + 4. \tag{7}$$

Необхідно визначити координати вузлів дискретного каркаса поверхні під дією нормального навантаження (7) на вузли без урахування площ елементів, до яких віднесено зовнішні зусилля.

Величина модуля кожного зусилля визначається як апліката $P_{i,j}$ площини BCDу відповідному вузлі топологічної схеми сітки (рис. 2, *б*). Значення величин $P_{i,j}$ векторів зовнішніх зусиль, прикладених до вузлів сітки, представлено у табл. 1.

Таблиця 1

Значення величин $P_{i,j}$ векторів зовнішніх зусиль, прикладених до вузлів сітки

j=5	2,55	2,35	2,15	1,95	1,75	1,55
j=4	2,80	2,60	2,40	2,20	2,00	1,80
j=3	3,05	2,85	2,65	2,45	2,25	2,05
j=2	3,30	3,10	2,90	2,70	2,50	2,30
j=1	3,55	3,35	3,15	2,95	2,75	2,55
j / i	*i=1*	*i=2*	*i=3*	*i=4*	*i=5*	*i=6*

Для збіжності ітераційного процесу формування дискретного каркаса поверхні обираємо алгоритм, описаний вище. На першому етапі покроково збільшуємо аплікату заданого вузла A_{32}, а на другому етапі результати розв'язання задачі уточнюємо при сталій величині $z_A = 3$ лін. од. Ітераційний процес буде складатись з двох етапів.

На першому кроці першого етапу ітераційного процесу за вихідне наближення обираємо плоску сітку на заданому опорному контурі. Тому зусилля зовнішнього навантаження на цьому кроці приймаємо вертикальними. Величина зусиль обирається за табл. 1. На кожному наступному кроці, покроково збільшуючи висоту екстремального вузла до заданого сталого значення, за формулами (6) уточнюємо параметри зовнішнього навантаження, нормального до поверхні, з урахуванням координат вузлів сітки попереднього наближення першого етапу (рис. 3).

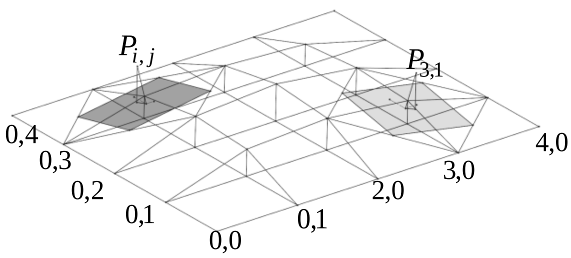

Рис. 3. Фрагмент схеми визначення напрямів зусиль у вузлах сітки

Після того, як апліката екстремального вузла A_{32} за результатами третьої ітерації досягла заданої величини $z_A = 3$ лін. од. було розпочато другий етап ітераційного процесу, коли уточнення координат вузлів сітки відбувається при сталому значенні аплікати z_A. Процес продовжувався протягом 6-ти ітерацій до досягнення наперед заданої точності розв'язання задачі.

У представленому прикладі допустиму похибку було призначено як різницю між коефіцієнтами пропорційності k_j двох суміжних ітерацій: $\sigma = \left|k_j - k_{j-1}\right| \le 0{,}0001$. За 5-ть кроків двох етапів ітераційного процесу було отримано координати вузлів дискретного каркаса, коли допустима похибка склала $\sigma = \left|k_6 - k_7\right| = 0{,}7208 - 0{,}7207 = 0{,}0001$.

Критерієм зупинки ітераційного процесу було обрано величину $\delta = \dfrac{\left|k_j - k_{j-1}\right|}{k_j} \le 0{,}0001$. Результати проведеного аналізу збіжності ітераційного процесу занесено у табл. 2.

За результатами розрахунків на рис. 4 представлено побудований дискретний каркас модельованої поверхні, під дією нормального навантаження прикладеного до вузлів сітки. Розрахунки було проведено без урахування площ елементів, до яких віднесено зовнішні зусилля.

Таблиця 2

Аналіз збіжності ітераційного процесу

№ ітерації п/п	Висота z_A екстремального вузла, лін. один.	Коефіцієнти пропорційності різних ітерацій, k_j	Порівняння коефіцієнтів пропорційності різних ітерацій	Критерій збіжності, δ
1	1,000	$\lvert k_1 \rvert = 0{,}0000$	$\lvert k_1 - k_2 \rvert = 0{,}3663$	1
2	2,000	$\lvert k_2 \rvert = 0{,}3663$	$\lvert k_2 - k_3 \rvert = 0{,}4121$	0,5294
3	3,000	$\lvert k_3 \rvert = 0{,}7784$	$\lvert k_3 - k_4 \rvert = 0{,}0578$	0,0802
4	3,000	$\lvert k_4 \rvert = 0{,}7206$	$\lvert k_4 - k_5 \rvert = 0{,}0002$	0,0002
5	3,000	$\lvert k_5 \rvert = 0{,}7208$	$\lvert k_5 - k_6 \rvert = 0{,}0001$	0,0001
6	3,000	$\lvert k_6 \rvert = 0{,}7207$	-	

За результатами розрахунків на рис. 3 представлено побудований дискретний каркас модельованої поверхні, під дією нормального навантаження прикладеного до вузлів сітки, без урахування площ елементів, до яких віднесено зовнішні зусилля.

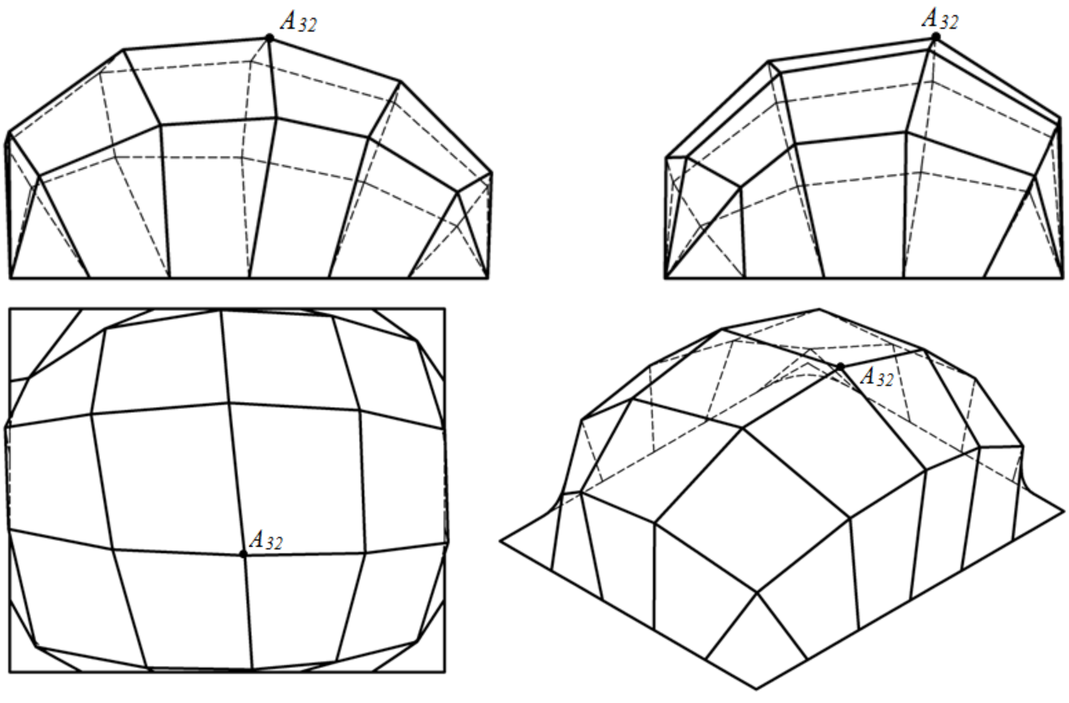

Рис. 4. Приклад формування дискретного каркаса поверхні під дією нормальних функціонально розподілених зовнішніх зусиль

Висновки. Залежність параметрів зовнішнього формоутворюючого навантаження від невідомих координат вузлів дискретного каркаса модельованої поверхні породжує нелінійність системи рівнянь рівноваги вузлів дискретно представленого образу. Такі задачі розв’язуються складними ітераційними способами.

Ітераційний процес передбачає покрокове уточнення одного з параметрів. Збіжність такого процесу суттєво залежить від близькості вихідного наближення до кінцевого результату. Невдало обране перше наближення може значно збільшити число ітерацій.

Графік розподілу величин векторів зовнішнього навантаження між вузлами дискретного каркаса може базуватись на геометричних та фізичних параметрах, що мають геометричну інтерпретацію. За рахунок варіювання параметрів графіка розподілу величин векторів є можливість управляти формою модельованої поверхні.

Основна мета такого підходу при формоутворенні криволінійних поверхонь є визначення точкового каркаса поверхні, що моделюється під впливом зовнішнього навантаження на вузли дискретної сітки, напрям якого є нормальним до поверхні. Це суттєво розширить можливості статико-геометричного методу при створення різноманітних архітектурних форм.

Література

1. Даниловская Н.А. Дискретное моделирование поверхностей сводов-оболочек : дис. ... канд. техн. наук : 05.01.01. Киев : КИСИ, 1986. 163 с. ил.
2. Грищенко В.Г. Дискретное моделирование поверхностей оболочек с учетом совокупности геометрических и статических формообразующих параметров : автореф. дис. … канд. техн. наук : 05.01.01. Киев : КИСИ, 1985. 15 с.
3. Золотова А.В., Ахматшина О.І. Формування дискретного каркасу складеної поверхні при рівномірному розподіленні зовнішнього формоутворюючого навантаження. *Геометричне та комп'ютерне моделювання*. Харків. 2011. № 28. С. 149–154.
4. Ковальов С.М., Ахматшина О.І. Формоутворююча роль зовнішнього навантаження в статико-геометричному методі. *Сучасні проблеми моделювання* : зб. наук. праць МДПУ ім. Б. Хмельницького / гол. ред. кол. А.В. Найдиш. Мелітополь : Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2014. Вип.2. 161 с. С. 43–50.
5. Самчук П.В. Управление формой дискретно заданных поверхностей в задачах паркетирования оболочек. : автореф. дис. … канд. техн. наук : 05.01.01. Київ : КІБІ, 1991. 16 с.
6. Логачов М.Я. Управління формою поверхонь оболонок, що формуються під впливом нормального навантаження : автореф. дис. … канд. техн. наук : 05.01.01. Київ : КДТУБА, 1995. 18 с.
7. Кащенко А.В. Геометрическое моделирование поверхностей некоторых биоформ – конструкций. *Прикладна геометрія, інженерна графіка* : зб. наук. праць. Киев : КИСИ. 1978. № 26. С. 46–48.

8. Ботвіновська С.І. Дослідження збіжності ітераційних процесів у нелінійних задачах. *Сучасні проблеми архітектури та містобудування* : наук.-техн. збірник / відп. ред. Дьомін М.М. Київ : КНУБА. 2017. № 49. С. 82–90.
9. Ботвіновська С.І. Нелінійні задачі формування дискретних образів статико-геометричним методом. *Сучасні проблеми моделювання* : зб. наук. праці МДПУ ім. Б. Хмельницького. Мелітополь : МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2014. Вип. 3. С. 21–27.

ЗАВИСИМОСТЬ ВНЕШНЕЙ ФОРМООБРАЗУЮЩЕЙ НАГРУЗКИ ОТ КООРДИНАТ УЗЛОВ ДИСКРЕТНОЙ СЕТКИ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ КРАКАСОВ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Ботвиновская С.И., Золотова А.В.

Моделирование дискретных каркасов криволинейных поверхностей статико-геометрическим методом (СГМ) под действием нормальной функционально распределенной нагрузки на узлы сетки можно рассматривать как обобщение результатов исследований, полученных при моделировании дискретных каркасов кривых линий. Такой подход расширяет возможности СГМ при формообразовании двумерных дискретных структур в трехмерном точечном пространстве. В задачах моделирования дискретных каркасов поверхностей СГМ необходимым требованием выступает задание двумерного графика распределения модулей усилий, который может зависеть от различных параметров. График распределения величин усилий внешней нагрузки между узлами сетки может зависеть, с одной стороны, только от геометрических параметров поверхности, а с другой - от физических параметров, которые имеют геометрическую интерпретацию. Физические параметры определяются в процессе задания исходных данных для каждой конкретной задачи.

При моделировании СГМ дискретных каркасов криволинейных объектов под действием невертикальных усилий возникает необходимость решения нелинейных задач. Это происходит, когда в системе уравнений равновесия узлов внешняя формообразующая нагрузка функционально зависит от координат смежных узлов. Направление усилий должно быть нормальным к соответствующим плоскостям в узлах дискретно представленной поверхности, которая на момент расчетов остается неизвестной. Поэтому, задачи нахождения координат узлов дискретной сетки решаются с использованием итерационных методов.

Ключевые слова: дискретный каркас, график распределения *усилий, нелинейные задачи, геометрическая интерпретация, формообразующая нагрузка.*

DEPENDENCE OF EXTERNAL FORM-FORMING LOAD FROM COORDINATES OF NODES THE DISCRETE GRID WHEN MODELING FRAMEWORKS OF SURFACE

Botvinovska S., Zolotova A.

Modeling of discrete frameworks of curvilinear surfaces by the static-geometric method (SGM) under the influence of normal functionally distributed load on grid nodes can be considered as a generalization of the results of research obtained during the modeling of discrete frameworks of curves.

This approach expands the possibilities of the SGM in the formation of two-dimensional discrete structures in a three-dimensional point space. In problems of modelling of discrete frameworks of surfaces SGM the necessary requirement acts the task of the two-dimensional schedule of distribution of modules of efforts which can depend on various parameters.

The graph of the distribution of the external load forces between the knots of a grid can depend, on the one hand, only on the geometrical parameters of a surface, and with another - on the physical parameters which have a geometric interpretation. Physical parameters discrete image of an object are defined in the process of specifying the initial data for each specific task. When modeling SGMs of discrete frameworks of curvilinear objects under the influence of non-vertical forces of external load there is a necessity to solve nonlinear tasks. This occurs when in the system of equilibrium equations of nodes the external form-forming load is functionally dependent on the coordinates of the neighboring nodes of the star's of the grid's.

The external load forces should remain normal to the corresponding planes in the nodes of the discretely represented surface, which at the time of the calculations remains unknown. Therefore, the problems of finding the coordinates of the discrete grid nodes are solved using iterative methods.

Keywords: discrete framework, external load distribution graph, nonlinearity of the system of equilibrium equations, the geometrical interpretation the form-forming load.