

УДК 514.18

АНАЛІЗ СПОТВОРЕНЬ ПРИ НАНЕСЕННІ РАСТРОВИХ ЗОБРАЖЕНЬ НА КРИВОЛІНІЙНІ СІТКИ

Аушева Н.М., д.т.н.

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» (Україна),

Кремець Я.С., к.т.н.,

Несвідоміна О.В., асп.*

*Національний університет біоресурсів і природокористування
України (м. Київ, Україна)*

Сучасні системи комп'ютерної графіки та математики володіють потужними алгоритмами нанесення растрових зображень на криволінійні плоскі області та поверхні. При будь-якому нанесенні плоского зображення на криволінійну область відбувається його спотворення. Розробка алгоритмів нанесення зображень на криволінійні області з найменшими спотвореннями має певну актуальність.

За основу запропонованого способу нанесення плоского зображення на криволінійну область прийнято конформне відображення, при якому залишаються однаковими величини кутів між відповідними лініями в образі і в прообразі. Здійснити таке відображення можливо для двох сіток із квадратними комірками нескінченно малих розмірів, між якими встановлені відповідності.

Будь-яке растрове зображення у jpg-форматі можна представити у вигляді квадратних комірок малих розмірів (пікселів), які мають відповідні кольори та яскравості. Криволінійну область теж потрібно задати із квадратів нескінченно малих розмірів, якою є ізометрична сітка. Тоді зчитуваний колір кожного пікселя растрового зображення переноситься на відповідну квадратну комірку ізометричної сітки.

В статті проведено візуальне порівняння відображень візерунків вишиванок на плоску полярну сітку віднесеної як до ізометричних координат, так і до не ізометричних координат. Показано, що в другому випадку відображення має більше спотворення. Причому, використання рівняння поверхні в ізометричних координатах зменшує спотворення зображення при застосуванні оператора середовища Maple.

Ключові слова: ізометрична сітка, растрове зображення, колір пікселя, конформне відображення, спотворення растра.

* Науковий керівник – д.т.н., проф. Пилипака С.Ф.

Постановка проблеми. Більшість систем комп'ютерної графіки та математики мають засоби нанесення довільного зображення на криволінійні плоскі та просторові області. При цьому, будь-який вихідний $N \times M$ прямокутний растр у форматах *bmp, jpeg, png, tiff* завжди буде відображатися на криволінійну область із спотворенням. Вплив внутрішньої геометрії поверхні на спотворення при відображенні на неї растрового зображення є ще не вивченим.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Нанесення рисунків із ліній на ізометричні сітки із збереженням конформності (кутів між лініями) наведено в праці [2]. Формоутворення поверхонь віднесених до ізометричних координатних ліній показано в праці [3].

Формулювання цілей статті. Проаналізувати спотворення при відображенні растрових текстур на криволінійні області віднесених, як до ізометричних так, і до не ізометричних координатних ліній. В основі досліджень покладено візуальний аналіз результатів обчислювальних експериментів з різними растрами в середовищі *Maple* [1].

Викладення основного матеріалу. Нехай маємо будь-яке растрове зображення, наприклад, у *jpg*-форматі (рис.1,а), яке характеризується розміром – кількістю пікселів по ширині uN і висоті vN , та кольором і яскравістю кожного пікселя. За допомогою операторів бібліотеки *ImageTools* [1] середовища *Maple* при необхідності будь-який растр можна відредагувати, зокрема повернути (рис.1,б) та трансформувати (рис.1,в).

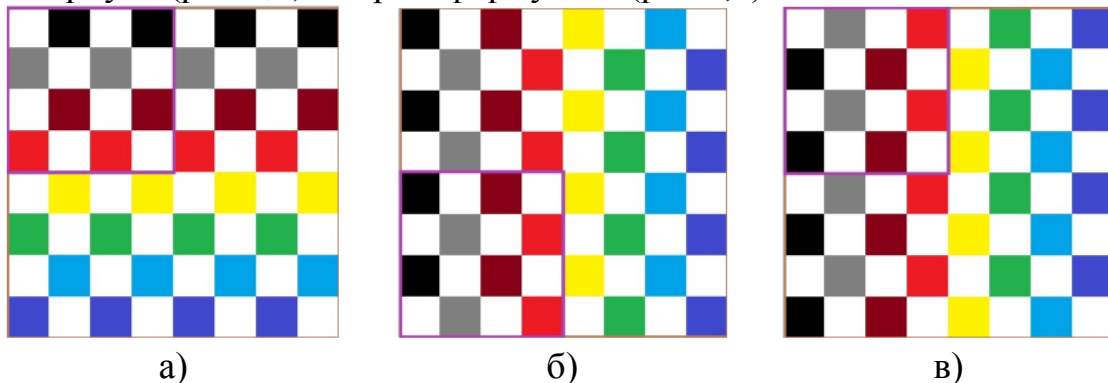


Рис.1. Растрові зображення із різнокольорових квадратів

Спершу наведемо відображення растра (рис.1) на найпростішу плоску полярна криволінійну сітку виду:

$$\mathbf{R}(u, v) = \mathbf{R}[e^u \cos(v), e^u \sin(v), 0], \quad (1)$$

перша квадратична форма якої дорівнює:

$$ds^2 = e^{2u} du^2 + e^{2u} dv^2, \quad (2)$$

звідки отримуємо:

- коефіцієнт $F=0$ - сітка координатних ліній ортогональна;

- коефіцієнти E і G рівні між собою і дорівнюють e^{2u} .

Саме ця властивість дозволяє на сітці (1) формувати комірки із квадратів однакового чи різного розміру та забезпечити конформне відображення (із збереженням кутів між лініями образу та прообразу) растрового зображення прямокутної форми на криволінійну область.

Для побудови комірок полігональної сітки із квадратів (рис.2,а) необхідно забезпечити однаковий приріст вздовж u і v -координат:

$$ud := \frac{u_2 - u_1}{u_N}, vd = ud, \quad (3)$$

або ж:

$$vd = \frac{v_2 - v_1}{v_N}, ud = vd, \quad (4)$$

де u_N, v_N – задана кількість комірок вздовж u, v – координат.

Можна бачити (рис.2,а), що вздовж v -координатних ліній (дуг кіл) маємо комірки із квадратів однакового розміру, а вздовж u -прямолінійних координатних ліній розміри квадратів збільшуються. Для того, щоб ці елементарні комірки із квадратів не зливалися на рисунках, їх кількість u_N, v_N приймалась дещо замалою.

В середовищі *Maple* нами була розроблена програма, яка фарбує елементарні квадратні комірки (рис.2,б) полярної ізометричної сітки (1) відповідним кольором пікселів вихідного растра (рис.1). Як можна бачити (рис.2,б), що растр із квадратів прямокутної сітки (рис.1,а) відображається в растр із квадратів вже на криволінійній ізометричній сітці. На рис.2,в показано відображення растра рис.1,б – орієнтація чорних квадратів здійснена вздовж u -прямолінійних координатних ліній полярної ізометричної сітки.

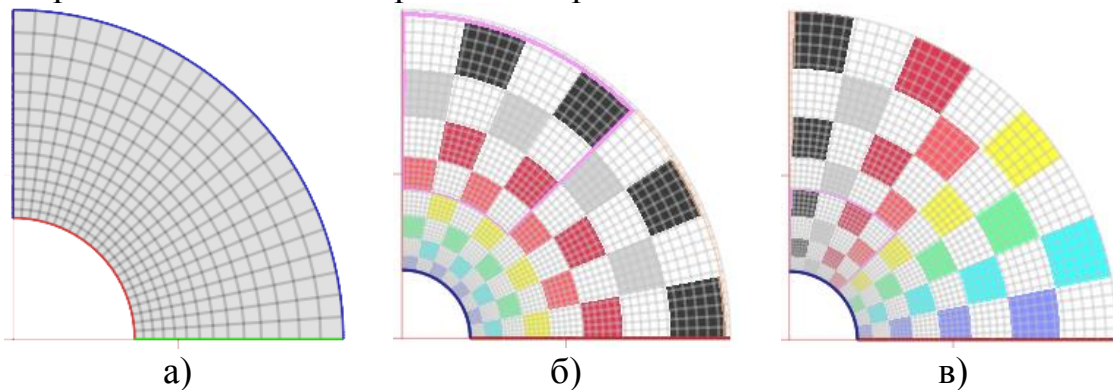


Рис.2. Відображення на полярну ізометричну сітку за виразом (3)

Наведемо відображення растра (рис.1) теж на плоску полярну, але вже не ізометричну сітку виду:

$$\mathbf{R}(u, v) = \mathbf{R}[u \cos(v), u \sin(v), 0]. \quad (5)$$

Оскільки перша квадратична форма цієї сітки дорівнює:

$$ds^2 = du^2 + u^2 dv^2, \quad (6)$$

то сітка (5) є ортогональною $F=0$, але не ізометричною $1 \neq u^2$.

Побудувати на цій сітці комірки із квадратів не вдається. Як можна бачити (рис.3,а), тільки одна v – координатна лінія складається із квадратів, всі інші є прямокутниками.

Відображення растра (рис.1,а) на сітку (рис.3,а) здійснимо за допомогою оператора із бібліотеки *ImageTools* середовища *Maple* [1]:

$$\text{plot3d}(\mathbf{R}, u = uS .. uE, v = vS .. vE, \text{image} = \text{Img}), \quad (7)$$

де *Img* – ідентифікатор растра рис.1,а,б.

Тільки квадрати жовтого кольору растра рис.1,а відобразилися в квадрати жовтого кольору на полярній неізометричній сітці рис.3,б. Рис.3,в відповідає відображенню растра рис.1,б на сітку рис.3,а. Вже візуально можна стверджувати, що спотворення на рис.3 є більш суттєвими по відношенню до спотворень на рис.2.

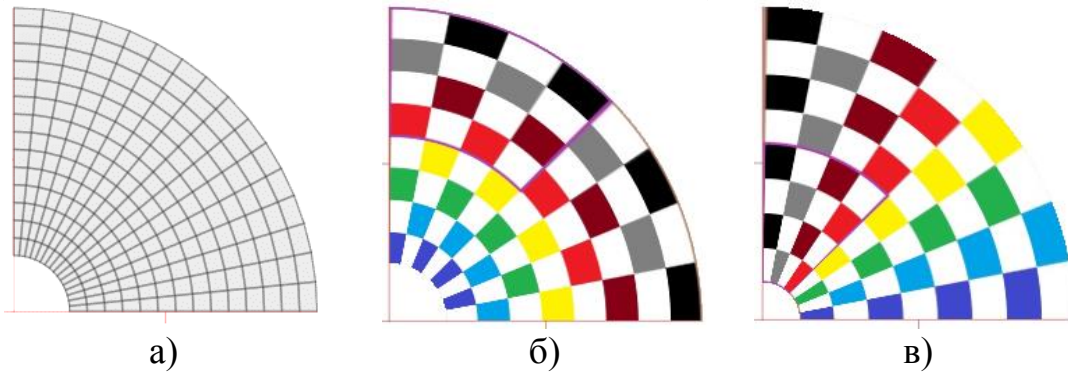


Рис.3. Відображення растра на полярну не ізометричну сітку оператором (7)

Тепер здійснимо відображення растра (рис.1) на ізометричну сітку (1) використовуючи оператор (7) - отримаємо зображення на рис.4,б,в. Як можна бачити, відображення на рис.2 і на рис.4 є ідентичними, але відрізняється від зображення на рис.3. Це означає, що вигляд рівняння поверхні, на яку відображається растр, в середовищі *Maple* [1] впливає на його спотворення.

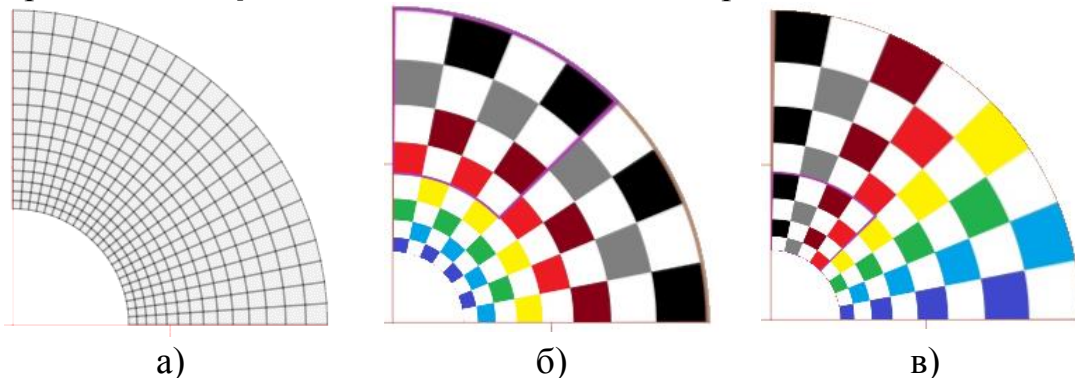
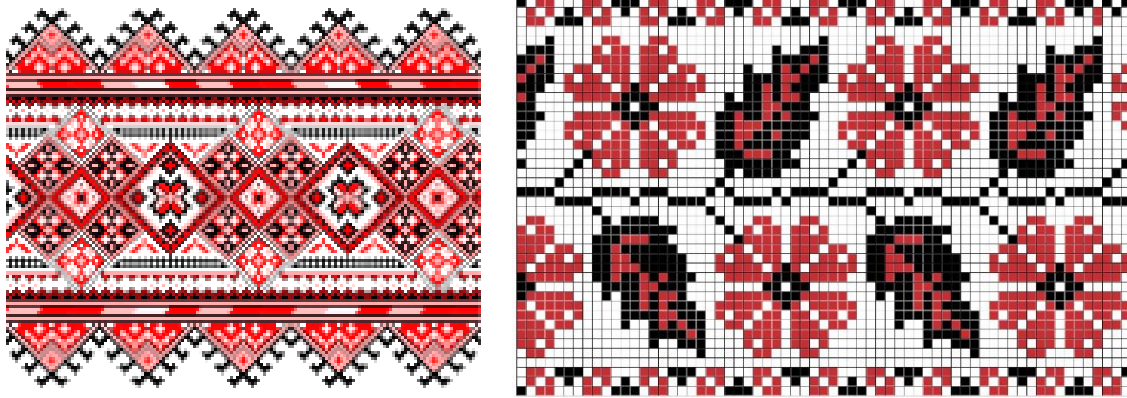


Рис.4. Відображення на полярну ізометричну сітку оператором (7)

Виготовлення візерунків українських вишиванок та рушників хрестиком передбачає розбиття тканини на квадрати однакових розмірів (рис.5).

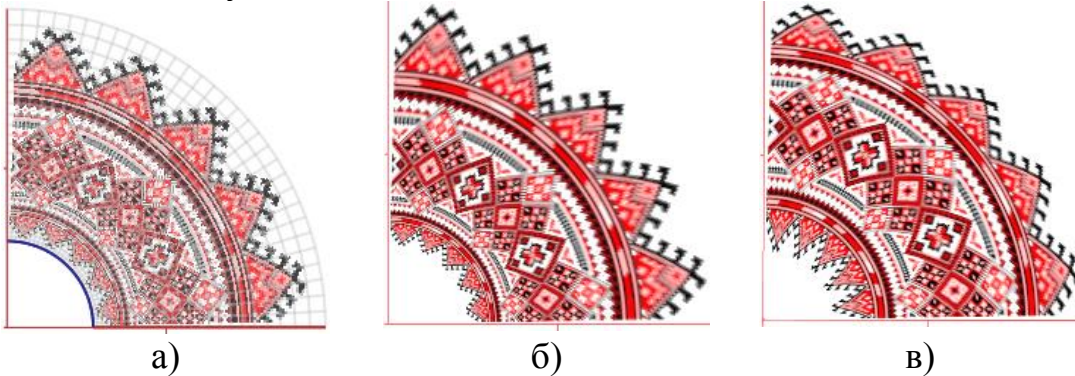


а)

б)

Рис.5. Візерунки українських вишиванок

Зрозуміло, що нанести квадрати однакових розмірів на криволінійні області можливо тільки для розгортних поверхонь. Якщо ж ці криволінійні області представити сітками із квадратів різних розмірів, то можна здійснити вишивання візерунків хрестиком по цих квадратах. На рис.6 наведено вигляди вишиванки (рис.5,а) на полярній сітці: а) – на ізометричній (1) за виразом (3); б) – на ізометричній (1) за оператором (7); в) – на не ізометричній (5) за оператором (7). Можна стверджувати, що спотворення візерунка на рис.6,в є недопустимим.



а)

б)

в)

Рис.6. Відображення візерунку на плоску полярну сітку



а)

б)

в)

Рис.7. Відображення візерунку на частину сфери

На рис.7 наведено вигляди візерунку (рис.5,б) на сферичній сітці: а) – ізометричній за виразом (3); б) – ізометричній за виразом (4); в) – не ізометричній за допомогою оператора (7). Візуальне порівняння показує, що на рис.7, в спотворення візерунка є суттєвим, зокрема, квітка округлої форми значно деформувалась.

Висновки. Використання рівнянь поверхонь, віднесених до ізометричних координат, дозволяє зменшити спотворення відображень растрових зображень.

Література

1. Аладьев В.З, Бойко В.К., Ровба Е.А. Программирование и разработка приложений в Maple. Гродно-Таллин, 2007. 458 с.
2. Кремец Т.С., Несвідомін В.М., Пилипака Т.С. Перетворення плоских зображень шляхом нанесення їх на різні ізометричні сітки. *Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. Прикладна геометрія та інженерна графіка.* Мелітополь, 2013. Вип. 4. Т. 56. С. 158-163.
3. Несвідоміна О.В. Побудова плоских ізометричних сіток за наперед заданими плоскими кривими. *Вісник Херсонського національного технічного університету.* Херсон: ХНТУ, 2017. Вип.3(620). Т.2. С. 196-199.

АНАЛИЗ ИСКАЖЕНИЙ ПРИ НАНЕСЕНИИ РАСТРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА КРИВОЛИНЕЙНЫЕ СЕТИ

Аушева Н.Н., Кремец Я.С., Несвидоміна О.В.

Современные системы компьютерной графики и математики владеют мощными алгоритмами нанесения растровых изображений на криволинейные плоские области и поверхности. При каждом нанесении плоского изображения на криволинейную область происходит его искажения. Разработка алгоритмов нанесения изображений на криволинейные области с наименьшими искажениями имеет определенную актуальность.

За основу предлагаемого способа нанесения плоского изображения на криволинейную область взято конформное отображение, которое сохраняет величины углов между линиями в образе и в прообразе. Осуществить такое отображение возможно для двух сеток с квадратными ячейками бесконечно малых размеров, между которыми установлены соответствия.

Любое растровое изображение в jpg-формате можно представить в виде квадратных ячеек малых размеров (пикселей), которые имеют соответствующие цвета и яркости. Криволинейную область тоже нужно задать из квадратов бесконечно малых

размеров, какова есть изометрическая сеть. Тогда считываемый цвет каждого пикселя растрового изображения переносится на соответствующую квадратную ячейку изометрической сетки.

В статье проведено визуальное сравнение отображений узоров вышивок на плоскую полярную сетку отнесенной как изометрическим координатам, так и к не изометрическим. Показано, что во втором случае искажения больше. Причем, уравнение поверхности в изометрических координатах уменьшает искажения при применении оператора *plot* системы *Maple*.

Ключевые слова: изометрическая сетка, растровое изображение, цвет пикселя, конформное отображение, искажения.

ANALYSIS OF DISTORTIONS FOR APPLYING RASTER IMAGES TO CURVILINEAR GRIDS

Aysheva N., Kremetz Ya., Nesvidomina A.

Modern computer graphics and mathematics systems possess powerful algorithms for applying raster images to curvilinear flat regions and surfaces. Each time a flat image is applied to a curvilinear area, its distortion occurs. The development of algorithms for applying images to curvilinear regions with the least distortion has a certain relevance.

The basis of the proposed method of applying a flat image on a curved region is taken conformal mapping, which saves the magnitudes of the angles between the lines in the image and in the prototype. It is possible to carry out such mapping for two grids with square cells of infinitely small sizes, between which correspondences are established.

Any bitmap image in jpg-format can be represented as square cells of small sizes (pixels), which have corresponding colors and brightness. The curvilinear region also needs to be defined from the squares of infinitely small sizes, what is the isometric network. Then the read color of each pixel of the bitmap is transferred to the corresponding square cell of the isometric grid.

The article presents a visual comparison of the patterns of embroidery on a flat polar grid, referred to as isometric coordinates and non-isometric coordinates. It is shown that in the second case there is more distortion. Moreover, the equation of the surface in isometric coordinates reduces the distortion when using the plot-operator of the Maple system.

Keywords: isometric grid, bitmap, pixel color, conformal mapping, distortions.