

УДК 514.18

## РАЗГАДКА ТАЙНЫ ГРАВЮРЫ М. К. ЭШЕРА «ВСАДНИКИ»

Ницын А.Ю., д.т.н.

НТУ «Харьковский политехнический институт» (Украина)

*Наиболее простой способ построения орнамента, целиком заполняющего плоскость, состоит в её замощении раппортом, то есть повторяющейся частью орнамента, у которой рисунок, примыкающий к одной стороне, является продолжением рисунка, примыкающего к противоположной стороне. Обычно раппортом служит прямоугольник, ромб, правильный треугольник или правильный шестиугольник, содержащий рисунок, нанесённый по определённым правилам.*

*Кроме того, существует бесчисленное множество паркетов, составленных из правильных и неправильных многоугольников. К ним относятся правильные и полуправильные паркеты. Полуправильные паркеты делятся на однородные и неоднородные паркеты. В свою очередь, неоднородные паркеты подразделяются на периодические и непериодические паркеты и так далее.*

*К сожалению, в настоящее время способы построения фигур, стилизующих изображения животных и растений и целиком заполняющих плоскость, не являются предметом научных исследований. После М. К. Эшера фигурными плитками в форме животных и растений никто больше не занимался.*

*Предложено правило построения фигурной плитки, заполняющей плоскость без наложений и пропусков при параллельных переносах и отражениях её повторений, в частности фигурной плитки в форме животного или растения. Рассмотрено построение фигурной плитки, обобщающей изображения человека и лошади на гравюре М. К. Эшера «Всадники». Предложенное правило было применено для составления орнаментов, стилизующих гравюры М. К. Эшера «Всадники», «Лебеди», «Рыбы и чешуйки» и «День и ночь». Предполагается, что предметом дальнейших исследований будет разгадка тайны гравюры М. К. Эшера «Рептилии».*

*Ключевые слова: замощение плоскости, фигурные плитки в форме животных и растений, стилизация гравюр М. К. Эшера.*

**Постановка проблемы.** Пожалуй, нет такого поклонника искусства Маурица Корнелиса Эшера (1898–1972), который не задумался бы над вопросом: «Как М. К. Эшер создавал такие гравюры, как «Всадники», «День и ночь», «Небо и вода» или

«Рептилии»?») К сожалению, М. К. Эшер ушёл из жизни, так и не раскрыв тайны своих гравюр. Приведём его пояснение к гравюре «Всадники»: «Ещё один пример скользящего зеркального отражения. По широкому замкнутому кругу слева направо движется процессия всадников. Чтобы уяснить, что светлые фигуры – зеркальные отражения чёрных, представьте себе, что это кусок ткани с вытканым узором, где уток и основа разного цвета. Таким образом, на изнанке полосы тёмные рыцари на светлом поле становятся светлыми на тёмном поле. В центральной части лицевая и изнаночная стороны находят друг на друга, соединяются, и в этом месте образуется поверхность, заполненная прилегающими друг к другу фигурами светлых и тёмных всадников» (Эшер, 2001, с. 8). Разве можно из приведённого пояснения понять, каким образом была получена фигура всадника, целиком заполняющая плоскость при параллельных переносах и отражениях её повторений? Между тем, дизайнерам, занятым в производстве облицовочной плитки, тканей, тротуарной плитки, обоев и так далее, было бы полезно знать о том, как создавались гравюры М. К. Эшера. Поэтому открытие закона, которому соответствует фигура, заполняющая плоскость без наложений и пропусков при параллельных переносах и отражениях её повторений, является актуальной задачей художественного конструирования.

*Анализ последних исследований и публикаций.* Не удивительно, что загадки гравюр М. К. Эшера занимают не только любителей искусства, но и многих видных учёных [2]. Однако, несмотря на то, что научные труды по симметрии в природе и в искусстве обязательно содержат репродукции гравюр М. К. Эшера, их авторы рассматривают или виды симметрии, применяемые им [3–5], или предлагают традиционные подходы к изучению методов его работы [6–10]. Например, авторы известных нам научных трудов рассматривают гравюры М. К. Эшера как мозаику, составленную из многоугольников с нанесённым на них повторяющимся рисунком. Поэтому они ищут в гравюрах М. К. Эшера фрагменты, которые вписываются в ромбы, квадраты, правильные треугольники или шестиугольники, и с их помощью составляют мозаику.

Кстати, существует бесчисленное множество паркетов: правильные паркеты, состоящие из правильных многоугольников одного вида; полуправильные паркеты, составленные из правильных многоугольников двух или более видов таким образом, чтобы для любых двух вершин паркета существовало преобразование симметрии, совмещающее одну вершину с другой. Полуправильные паркеты подразделяются на однородные паркеты, составленные таким образом, чтобы для любых двух его вершин существовало

преобразование симметрии, переводящее одну вершину в другую, и на неоднородные паркеты, у которых последовательности многоугольников вокруг любых двух его вершин должны быть одинаковыми. Среди множества однородных паркетов выделяются квазиправильные паркеты, состоящие из многоугольников двух видов, чередующихся вокруг каждой его вершины таким образом, чтобы каждый многоугольник был окружён многоугольниками другого типа [7]. Кроме того, существует бесконечное множество неоднородных паркетов, имеющих повторяющийся фрагмент, состоящий из нескольких многоугольников. Если фрагменты повторяются через равные расстояния с помощью двух параллельных переносов, то паркет называется периодическим, а если фрагменты повторяются через разные расстояния, то паркет называется непериодическим [7]. К непериодическим паркетам относятся плитки Пенроуза с повторяющимся фрагментом, который первоначально состоял из плиток шести видов: трёх правильных пятиугольников, пятиконечной звезды, плитки в форме «лодочки» и ромба. Позже был открыт повторяющийся фрагмент, состоящий из двух плиток: выпуклого четырёхугольника в форме «воздушного змея» и вогнутого четырёхугольника в форме «наконечника дротика», а ещё позже был обнаружен повторяющийся фрагмент, состоящий из двух ромбов, имеющих равные стороны, но разные углы [7, 8].

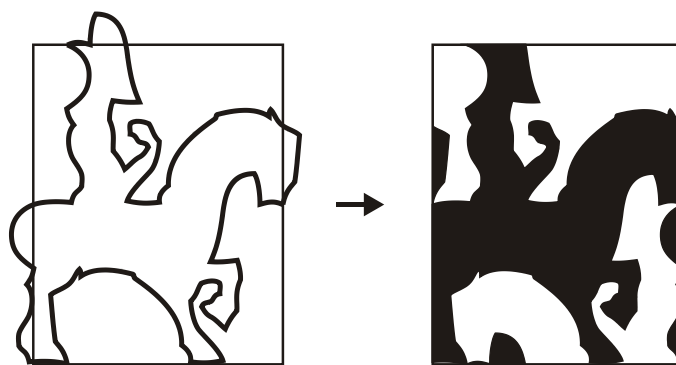


Рис. 1. Схема построения раппорта орнамента, стилизующего гравюру М. К. Эшера «Всадники»

К сожалению, в настоящее время способы построения фигур, стилизующих изображения животных и растений и целиком заполняющих плоскость, не являются предметом научных исследований. После М. К. Эшера фигурными плитками в форме животных и растений никто больше не занимался.

**Формулирование целей статьи.** Таким образом, цель статьи состоит в том, чтобы установить правило построения фигуры, стилизующей изображения животных и растений и заполняющей

плоскость без наложений и пропусков при параллельных переносах и отражениях её повторений.



Рис. 2. Орнамент, стилизующий гравюру М. К. Эшера «Всадники», и её повторяющаяся фигура

**Основная часть.** Наиболее простой способ построения орнамента, целиком заполняющего плоскость, состоит в её замощении раппортом, то есть повторяющейся частью орнамента, у которой рисунок, примыкающий к одной стороне, является продолжением рисунка, примыкающего к противоположной стороне. Как правило, раппортом служит прямоугольник, ромб, правильный треугольник или правильный шестиугольник, содержащий рисунок, нанесённый по определённым правилам [11]. Покажем на рис. 1 раппорт орнамента, стилизующего гравюру М. К. Эшера «Всадники».

Впрочем, мы не думаем, что М. К. Эшер пользовался раппортом, потому что в цитате, приведённой выше, чётко говорится о «скользящем зеркальном отражении», то есть о параллельном переносе и отражении повторяющейся фигуры орнамента, между тем как приведённый метод подразумевает только её параллельный перенос. Однако более существенным замечанием является то, что в нём не содержится ответ на главный вопрос: «Как построить фигуру,

которая содержится в раппорте орнамента, стилизующего гравюру М. К. Эшера «Всадники»?

Мы нашли удивительно простое правило построения фигуры, стилизующей изображения человека и лошади на гравюре М. К. Эшера «Всадники» и заполняющей плоскость без наложений и пропусков при параллельных переносах и отражениях её повторений. Однако из-за ограниченного объёма статьи мы не можем дать в ней его описание.

Приложим найденное нами правило к составлению орнамента, стилизующего гравюру М. К. Эшера «Всадники», и покажем его на рис. 2.



Рис. 3. Орнамент, стилизующий гравюру М. К. Эшера «Лебеди», и её повторяющаяся фигура

Обратим внимание, что орнамент, показанный на рис. 2, состоит из рядов всадников, движущихся слева направо и окрашенных в чёрный цвет, и рядов всадников, движущихся справа налево и окрашенных в белый цвет. Причём ряды чёрных всадников и ряды белых всадников могут выступать как в качестве изображения, так и в качестве фона, на который накладывается изображение. Следовательно, орнамент, показанный на рис. 2, состоит из двух изображений, наложенных друг на друга таким образом, чтобы первое изображение было фоном для второго изображения, а второе изображение – фоном для первого изображения. Поэтому будем называть орнамент, показанный на рис. 2, «бесфоновым» [13].

Чтобы доказать, что найденное нами правило можно применить ко *всем* орнаментам, в которых фигуры на заднем плане является зеркальным отражением фигур на переднем плане, мы составили с его помощью «бесфоновые» орнаменты, стилизующие гравюры М. К. Эшера «Лебеди» (1956) и «Рыбы и чешуйки» (1959). Покажем на рис. 3 орнамент, стилизующий гравюру «Лебеди», а на рис. 4 – орнамент, стилизующий гравюру «Рыбы и чешуйки».

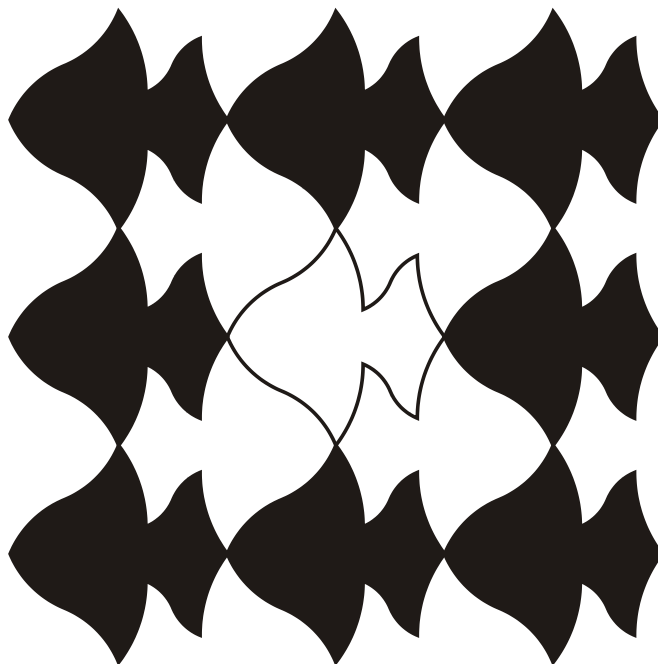


Рис. 4. Орнамент, стилизующий гравюру М. К. Эшера «Рыбы и чешуйки», и её повторяющаяся фигура

Кроме того, мы применили найденное нами правило для составления орнамента, стилизующего гравюру М. К. Эшера «День и ночь» (1938). Покажем его на рис. 5.

Приведённые выше орнаменты наглядно доказывают, что найденное нами правило построения повторяющейся фигуры можно считать законом, которому подчиняются *все* «бесфоновые» орнаменты, удовлетворяющие следующим условиям:

изображения переднего и заднего планов являются повторениями одной и той же фигуры;

фигуры, расположенные на переднем плане, являются отражениями фигур, расположенных на заднем плане.

**Выводы.** Таким образом, в статье предложено правило построения фигуры, стилизующей изображения животных и растений и заполняющей плоскость без наложений и пропусков при параллельных переносах и отражениях её повторений, в частности фигуры, обобщающей изображения человека и лошади на гравюре М. К. Эшера «Всадники». Предложенное правило было применено

для составления орнаментов, стилизующих гравюры М. К. Эшера «Всадники», «Лебеди», «Рыбы и чешуйки» и «День и ночь». Кроме гравюры «Всадники», М. К. Эшер создал ещё одну загадочную гравюру, а именно: гравюру «Рептилии». Поэтому разгадке тайны гравюры «Рептилии» и будет посвящена наша следующая статья.

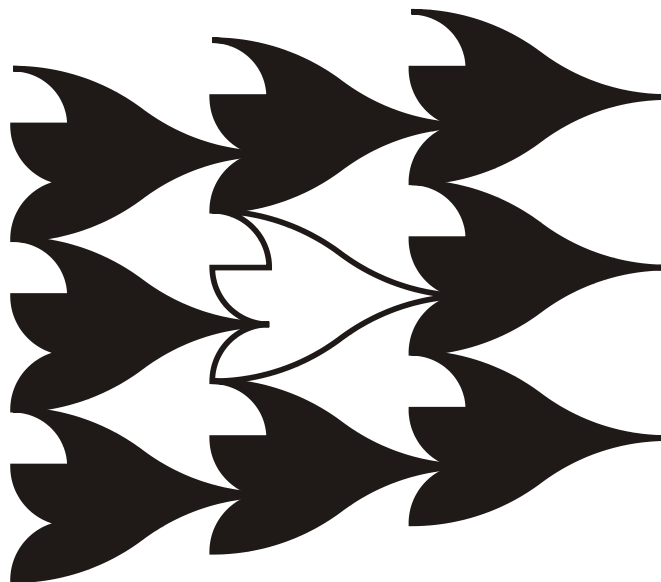


Рис. 5. Орнамент, стилизующий гравюру М. К. Эшера «День и ночь», и её повторяющаяся фигура

### *Литература*

1. М. К. Эшер. Графика; предисловие и аннотации художника. Кёльн, Москва: Tashen, Арт-Родник, 2001. 92 с.
2. Escher, M. The World of M. C. Escher / ed. by J. L. Locher. New York: Harry N. Abrams, 1974. 235 p.
3. M.C. Escher's Legacy: A Centennial Celebration / ed. by Schattschneider, D. and Emmer, M. Berlin: Springer, 2005. 489 p.
4. Вейль Г. Симметрия; пер. с англ. Б. В. Бирюкова и Ю. А. Данилова под ред. Б. А. Розенфельда. М.: Наука, 1968. 192 с.
5. Шубников А. В., Копцик В. А. Симметрия в науке и искусстве. М.: Наука, 1972. 339 с.
6. Узоры симметрии: сб. статей / под ред. М. Сенешаль и Дж. Флека; пер. с англ. Ю. А. Данилова под ред. акад. Н. В. Белова и проф. Н. Н. Шефтеля. М.: Мир, 1980. 271 с.
7. Grünbaum, B., Shephard, G. C. Tilings and Patterns. 2nd ed. Dover Books on Mathematics, 2016. 700 p.
8. Мартин Гарднер. Математические головоломки и развлечения / пер. Ю. А. Данилова, под ред. Я. А. Смородинского. 2-е изд. М.: Мир, 1999. 358 с.

9. Raedtschelders, P. Tilings and Other Unusual Escher-Related Prints. *MC Escher's Legacy: A Centennial Celebration*. Berlin: Springer, 2005. P. 230–243.
10. Le, San. The Art of Space Filling in Penrose Tilings and Fractals. Cornell: Cornell University, 2012. 26 p. URL: <http://arxiv.org/abs/1106.2750>.
11. Школа изобразительного искусства: в 10 вып.; ред. коллегия: акад. М. Г. Манизер, В. А. Серов, П. М. Сысоев, проф. М. Н. Алексич. М.: Искусство, 1965. Вып. 9 / под ред. В. С. Баркова. 1968. 255 с.
12. Hofstadter Douglas. Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid. Basic Books, 1979. 752 p.
13. Мамедов Х., Дадашев С. Чёрное – это белое. *Декоративное искусство СССР*. М., 1988. № 8 (369). С. 7–10.

## РОЗГАДКА ТАЄМНИЦІ ГРАВЮРИ М. К. ЕШЕРА «ВЕРШНИКИ»

Ніщин О.Ю.

*Найбільш простий спосіб побудови орнаменту, що цілком заповнює площину, полягає в її замощенні раппортом, тобто частиною орнаменту, у якій малюнок, що примикає до однієї сторони, є продовженням малюнка, що примикає до протилежної сторони. Зазвичай раппортом служить прямокутник, ромб, правильний трикутник або правильний шестикутник, що містить малюнок, нанесений за певними правилами.*

*Крім того, існує безліч паркетів, складених з правильних і неправильних багатокутників. До них відносяться правильні і напівправильні паркети. Напівправильні паркети діляться на однорідні і неоднорідні паркети. У свою чергу, неоднорідні паркети поділяються на періодичні і неперіодичні паркети і так далі.*

*На жаль, в даний час способи побудови фігур, що стилізують зображення тварин і рослин і цілком заповнюють площину, не є предметом наукових досліджень. Після М. К. Ешера фігурними плитками у формі тварин і рослин ніхто більше не займався.*

*Запропоновано правило побудови фігурної плитки, що заповнює площину без накладень і пропусків при паралельних перенесеннях і віддзеркаленнях її повторень, зокрема фігурної плитки у формі тварини або рослини. Розглянуто побудову фігурної плитки, що об'єднує зображення людини і коня на гравюрі М. К. Ешера «Вершники». Запропоноване правило було застосовано для складання*



орнаментів, що стилізує гравюри М. К. Ешера «Вершники», «Лебеді», «Риби і лусочки» і «День і ніч». Припущено, що предметом подальших досліджень буде розгадка таємниці гравюри М. К. Ешера «Рептилії».

Ключові слова: замощення площини, фігурні плитки у формі тварин і рослин, стилізація гравюр М. К. Ешера.

## **SOLVING THE RIDDLE OF M. C. ESCHER'S PRINT 'HORSEMEN'**

Nitsyn A.

*The easiest way to build an ornament that completely fills the plane is to fill it with rapport, that is, with a repetitive part of the ornament, in which the pattern adjacent to one side is a continuation of the pattern adjacent to the opposite side. Usually, a rapport is a rectangle, a rhombus, a regular triangle, or a regular hexagon containing a pattern drawn according to certain rules.*

*In addition, there are countless parquets made up of regular and irregular polygons. These include regular and semi-correct parquet. Semi-correct parquets are divided into homogeneous and heterogeneous parquets. In turn, non-uniform parquets are divided into periodic and non-periodic parquets and so on.*

*Unfortunately, at present, methods of constructing figures that stylize images of animals and plants and fill the plane completely are not the subject of scientific research. After M.K. Escher, no one else worked on figured tiles in the form of animals and plants.*

*A rule to creating a figured tile that fills a plane without overlaps and gaps with translations and reflection symmetries of its repetitions, in particular, the figured tile in the form of an animal or a plant is proposed. The creating the figured tile combining the images of a man and a horse on the M. C. Escher's print 'Horsemen' is considered. The proposed rule was applied to composition ornaments, stylizing M. C. Escher's prints 'Horsemen', 'Swans', 'Fish and Scales', and 'Day and Night'. It is assumed that the subject of further research will be to devote the mystery of the engraving by M.K. Escher "Reptiles".*

*Keywords: tessellation of a plane, figured tiles in the form of animals and plants, stylization of M. C. Escher's prints.*