

УДК 514.18

## ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕРХНІ ПІДГОРТАЧА ДЛЯ МІЖРЯДНОГО ОБРОБІТКУ ҐРУНТУ НА ОСНОВІ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ

Пилипака С.Ф., д.т.н.,

Муквич М.М., к.т.н.\*

Національний університет біоресурсів і природокористування  
України (м. Київ, Україна)

*Здійснено аналітичний опис поверхні підгортача для міжрядного обробітку ґрунту у вигляді відсіку мінімальної поверхні нульової середньої кривини. Використання мінімальної поверхні зумовлене припущенням, що при взаємодії ґрунту з мінімальною поверхнею підгортача зусилля стиску і розламування ґрунту рівні за величиною. Тому при взаємодії ґрунту із підгортачем, спроектованим на основі мінімальної поверхні, зменшується деформація ґрунту у рядках, що стимулює розвиток кореневої системи культурних рослин. Поверхня підгортача має криволінійне лезо, що забезпечує самоочищення і якісне знищення бур'янів при міжрядному обробітку ґрунту.*

*Аналітичний опис ізотропної лінії та мінімальної поверхні при проектуванні поверхні підгортача здійснено за допомогою функцій комплексної змінної. Для знаходження рівнянь ізотропної лінії використано параметричні рівняння уявної плоскої кривої, заданої функціями натурального параметра із сталою комплексною величиною кривини. Параметричні рівняння ізотропної лінії отримано із умови рівності нулю диференціала дуги просторової кривої за допомогою уявної частини функцій комплексної змінної. Використано параметричні рівняння мінімальної поверхні, знайдені у комплексному просторі з ізотропними лініями сітки переносу. Для аналітичного опису відсіку поверхні підгортача міжрядного обробітку ґрунту здійснено поворот мінімальної поверхні на кут, який визначає кут нахилу ріжучої кромки підгортача до горизонтальної площини. Запропонований аналітичний опис поверхні підгортача дозволяє змінювати його технологічні параметри.*

*Параметричні рівняння відсіку мінімальної поверхні підгортача знайдено у вигляді елементарних функцій, що дозволяє досліджувати геометричні властивості та диференціальні характеристики поверхні для оптимізації інженерних методів проектування робочих органів обробітку ґрунту.*

---

\* Науковий консультант – д.т.н., проф. Пилипака С.Ф.

*Ключові слова:* підгортач, ізотропна лінія, мінімальна поверхня, функції комплексної змінної, кривина плоскої кривої.

**Постановка проблеми.** Конструктивні методи геометричного моделювання поверхонь робочих органів для обробітку ґрунту досліджувалися багатьма фахівцями прикладної геометрії. Відомими є праці проф. В.С. Обухової [1, 2, 3], В.М. Найдиша [4, 5], В.І. Корабельського [6] та ін., у яких було визначено зв'язок між технологічними і геометричними параметрами конструювання ґрунтообробних робочих органів. У навчальному посібнику [7] розглянуто методику проектування поличних робочих органів на основі узагальненої лінійчатої моделі, яка дозволяє проектувати широкий спектр робочих органів від полиць плугів до культиваторних лап за допомогою розгортних та нерозгортних поверхонь.

У сучасних CAD-системах при проектуванні різноманітних поверхонь технічних форм та періодичних структур будівельних матеріалів започатковано використання геометричних моделей на основі мінімальних поверхонь. Використання мінімальної поверхні нульової середньої кривини при проектуванні підгортача для міжрядного обробітку ґрунту зумовлене припущенням, що при взаємодії ґрунту з поверхнею підгортача зусилля стиску і розламування ґрунту рівні за величиною. Тому при взаємодії ґрунту із мінімальною поверхнею підгортача зменшується деформація ґрунту у рядках, що стимулює розвиток кореневої системи культурних рослин. При цьому поверхня підгортача має криволінійне лезо, що забезпечує самоочищення і якісне знищення бур'янів при міжрядному обробітку ґрунту [7, с. 123].

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Відомими є сучасні дослідження аналітичних характеристик мінімальних поверхонь з метою формалізації процесу виготовлення поверхонь технічних форм за допомогою роботизованих станків [8]. Але проектування поверхонь технічних форм на основі мінімальних поверхонь утруднене складністю їх аналітичного опису [9, с.154].

Задача знаходження параметричних рівнянь мінімальних поверхонь, починаючи з робіт С. Лі (S. Lie), реалізується за допомогою методів теорії функцій комплексної змінної. Аналітичний опис мінімальних поверхонь та приєднаних мінімальних поверхонь здійснюють у комплексному просторі з ізотропними лініями у ролі ліній сітки переносу.

**Формулювання цілей статті.** Знайти аналітичний опис поверхні підгортача для міжрядного обробітку ґрунту на основі відсіку мінімальної поверхні.

**Основна частина.** У роботі [10] авторів даної статті були знайдені параметричні рівняння уявної ізотропної лінії нульової довжини:

$$\begin{aligned}x(t) &= \frac{a \cos(at) \operatorname{sh}(bt) - b \operatorname{ch}(bt) \sin(at)}{a^2 + b^2}; \\y(t) &= \frac{a \operatorname{sh}(bt) \sin(at) + b \cos(at) \operatorname{ch}(bt)}{a^2 + b^2}; \\z(t) &= i \cdot \frac{\operatorname{ch}(bt)}{b},\end{aligned}\quad (1)$$

де  $a \in R$ ,  $b \in R$ ,  $i$  – уявна одиниця,  $t$  – довільний параметр.

Параметричні рівняння (1) ізотропної лінії було знайдено із умови рівності нулю диференціала дуги просторової кривої за допомогою уявних частин функцій комплексної змінної, які визначали уявну плоску криву, задану функціями натурального параметра  $s$  із сталою комплексною величиною кривини  $k(s) = a + bi$ .

Увівши у параметричних рівняннях ізотропної кривої (1) заміну  $t = u + i \cdot v$ , відокремивши дійсну та уявну частину для кожної з функцій (1), було отримано рівняння мінімальної поверхні [10]:

$$\begin{aligned}X(u, v) &= \frac{\operatorname{ch}(bu) \cdot \sin(au)}{a^2 + b^2} [-b \cos(bv) \operatorname{ch}(av) + a \sin(bv) \operatorname{sh}(av)] + \\&+ \frac{\operatorname{sh}(bu) \cdot \cos(au)}{a^2 + b^2} [a \cos(bv) \operatorname{ch}(av) + b \sin(bv) \operatorname{sh}(av)]; \\Y(u, v) &= \frac{\operatorname{ch}(bu) \cdot \cos(au)}{a^2 + b^2} [b \cos(bv) \operatorname{ch}(av) - a \sin(bv) \operatorname{sh}(av)] + \\&+ \frac{\operatorname{sh}(bu) \cdot \sin(au)}{a^2 + b^2} [a \cos(bv) \operatorname{ch}(av) + b \sin(bv) \operatorname{sh}(av)]; \\Z(u, v) &= -\frac{\sin(bv) \cdot \operatorname{sh}(bu)}{b}.\end{aligned}\quad (2)$$

При моделюванні поверхні підгортача здійснимо поворот мінімальної поверхні (2) відносно осей координат, помінявши місцями вирази параметричних рівнянь  $Y(u, v)$  і  $Z(u, v)$ , та здійснимо поворот цієї поверхні у профільній площині проєкцій на кут  $\alpha$ .

Аналітичний опис мінімальної поверхні підгортача для міжрядного обробітку ґрунту запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned}X^*(u; v) &= m \cdot [X(u, v) \cdot \cos \alpha + Y(u, v) \cdot \sin \alpha]; \\Y^*(u; v) &= m \cdot Z(u, v); \\Z^*(u; v) &= m \cdot [-X(u, v) \cdot \sin \alpha + Y(u, v) \cdot \cos \alpha],\end{aligned}\quad (3)$$

де  $\alpha$  – кут нахилу ріжучої кромки підгортача до горизонтальної площини,  $m$  – коефіцієнт гомотетії мінімальної поверхні (2).

У рівняннях (3) вирази  $X(u, v)$ ;  $Y(u, v)$ ;  $Z(u, v)$  визначаються із рівностей (2).

На рис.1 зображено поверхню підгортача для міжрядного обробітку ґрунту, побудовану за рівняннями (3) із врахуванням рівностей (2) при:  $a = 0,8$ ;  $b = 0,1$ ;  $\alpha = \frac{\pi}{9}$ ;  $m = 1000$ ;  $u \in [0; \dots 0,6 \cdot \pi]$ ;  $v \in [-1,6; \dots 1,6]$ .

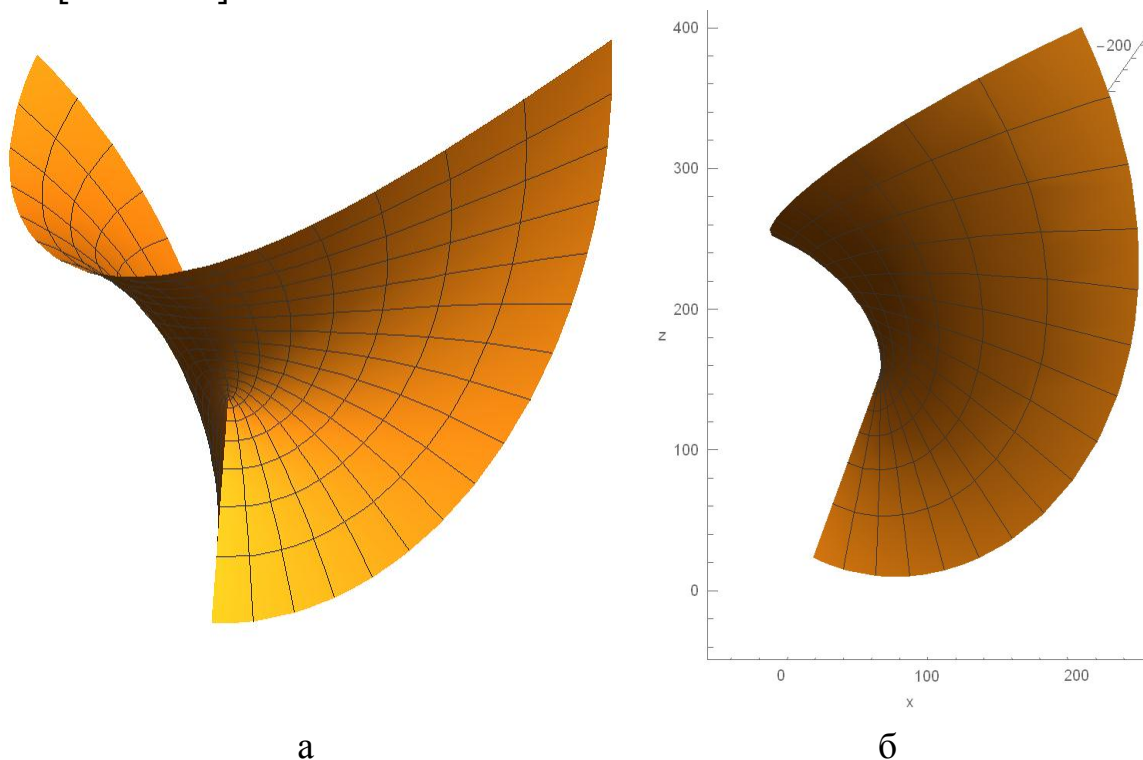


Рис. 1. Поверхня підгортача для міжрядного обробітку ґрунту, побудована на основі мінімальної поверхні (2):  
а) аксонометрія мінімальної поверхні підгортача;  
б) профільна проекція поверхні підгортача.

Орієнтовні технологічні параметри границі поверхні підгортача для міжрядного обробітку ґрунту: ширина захвату – 300 мм, кут між ріжучою кромкою підгортача і горизонтальною площиною  $\alpha = \frac{\pi}{9}$ , глибина обробітку – 100-160 мм.

**Висновки.** Знайдено параметричні рівняння мінімальної поверхні підгортача для міжрядного обробітку ґрунту у вигляді елементарних функцій, що дозволяє досліджувати геометричні властивості та диференціальні характеристики поверхні для оптимізації інженерних методів проектування робочих органів обробітку ґрунту. Запропонований аналітичний опис поверхні підгортача дозволяє змінювати його технологічні параметри.

*Література*

1. Обухова В.С. Существенные параметры развёртывающихся поверхностей лемешно-отвального типа / В.С. Обухова, В.Я. Булгаков // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К., 1974. – №18. – С.21-26.
2. Обухова В.С. К вопросу получения граничного контура отвальных поверхностей / В.С. Обухова, А.Л. Мартиросов // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К., 1977. – №23. – С.18-20.
3. Обухова В.С. Построение развёртки торса, заданного направляющими кривыми / В.С. Обухова, С.Ф. Пилипака // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К., 1988. – №45. – С.14-17.
4. Найдыш В.М. Конструирование поверхностей из многопараметрических множеств линий и поверхностей / В.М. Найдыш // Научные труды Украинской сельскохозяйственной академии. – К., 1980. – №234. – С.141-144.
5. Найдыш В.М. Развёртывающиеся линейчатые поверхности, заданные линией пространства параметров / В.М. Найдыш, И.Г. Балюба // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К., 1979. – №27. – С.89-90.
6. Корабельский В.И. К вопросу конструирования поверхностей типа отвалов с учётом некоторых технологических требований / В.И. Корабельский, А.В. Павлов // Вестник КПИ, Сер. хим. машиностроения и технологии. – К., 1971. – №8. – С.151-153.
7. Тищенко С.С. Машини для основного обробітку ґрунту. Теорія та проектування поверхонь ґрунтообробних робочих органів: навч. Посіб. / С.С. Тищенко, В.В. Карась. – Дніпро: ООО «Домінанта-прінт», 2017. – 204 с.
8. Hua, Hao. Wire cut of double-sided minimal surfaces [Text] / Hao Hua, Jia Tingli. // Visual Comput. – 2018. – Vol. 34, Issue 274 – P. 1–11. Available at: <https://doi.org/10.1007/s00371-018-1548-0>.
9. Гуляев В.И. Расчёт оболочек сложной формы / В.И. Гуляев, В.А. Баженов, Е.А. Гоцуляк, В.В. Гайдайчук. – К.: Будівельник, 1990. – 192 с.
10. Pylypa S., Mukvich M. Construction of minimal surfaces using flat curves with constant complex curvature. An international quarterly journal on motorization, vehicle operation, energy efficiency and mechanical engineering «ТЕКА. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture» / Polish Academy of Sciences, University of Engineering and Economics in Rzeszow, University of Life Sciences in Lublin. 2017. – Vol. 17. No 3. – P. 15 – 23.

## ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ОКУЧНИКА ДЛЯ МЕЖДУРЯДНОЙ ОБРАБОТКИ ПОЧВЫ С ПОМОЩЬЮ МИНИМАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Пилипака С.Ф., Муквич Н.Н.

*Осуществлено аналитическое описание поверхности окучника для междурядной обработки почвы в виде отсека минимальной поверхности нулевой средней кривизны. Использование минимальной поверхности обусловлено предположением, что при взаимодействии почвы с минимальной поверхностью окучника усилия сжатия и разламывания почвы равны по величине. Поэтому при взаимодействии почвы с окучником, спроектированным с помощью минимальной поверхности, уменьшается деформация грунта в рядах, что стимулирует развитие корневой системы культурных растений. Поверхность окучника имеет криволинейное лезвие, обеспечивающее самоочищение и качественное уничтожение сорняков при междурядной обработке почвы.*

*Аналитическое описание изотропной линии и минимальной поверхности при проектировании поверхности окучника получено с помощью функций комплексной переменной. Для нахождения уравнений изотропной линии использованы параметрические уравнения мнимой плоской кривой, заданной функциями натурального параметра с постоянной комплексной величиной кривизны. Параметрические уравнения изотропной линии получены из условия равенства нулю дифференциала дуги пространственной кривой с помощью мнимой части функций комплексной переменной. Конструирование минимальной поверхности осуществлено в комплексном пространстве с изотропными линиями сетки переноса. Для проектирования отсека поверхности окучника междурядной обработки почвы использован поворот минимальной поверхности на угол, который определяет угол наклона режущей кромки окучника к горизонтальной плоскости. Аналитическое описание поверхности окучника позволяет изменять его технологические параметры.*

*Параметрические уравнения отсека минимальной поверхности окучника получены в виде элементарных функций, которые позволяют исследовать геометрические свойства и дифференциальные характеристики поверхности для оптимизации инженерных методов проектирования рабочих органов обработки почвы.*

*Ключевые слова: окучник, изотропная линия, минимальная поверхность, функции комплексной переменной, кривизна плоской кривой.*

## GEOMETRIC MODELING OF THE HILLER SURFACE FOR INTER-ROW TILLAGE BASED ON MINIMAL SURFACE

Pylypaka S., Mukvich M.

*An analytical description of the hiller surface for inter-row tillage in the form of the minimal surface compartment of zero mean curvature is made. The use of the minimal surface is based on the assumption that when the soil interacts with the minimal surface of the hiller, the forces of compression and breaking of the soil are equal in value. Therefore, when the soil interacts with a hiller designed with a minimal surface, the soil deformation in rows decreases, which stimulates the development of the root system of cultivated plants. The surface of a hiller has a curvilinear blade, providing self-cleaning and high-quality destruction of weeds with inter-row tillage.*

*An analytical description of the isotropic line and the minimal surface for the design of the hiller surface using the functions of the complex variable is obtained. To find the equations of the isotropic line, parametric equations of an imaginary flat curve given by functions of a natural parameter with a constant complex value of curvature are used. The parametric equations of the isotropic line from the condition that the arc differential of a spatial curve is zero with the help of the imaginary part of the functions of a complex variable are obtained. The construction of the minimal surface is carried out in a complex space with isotropic lines of a transfer grid. For the design of the hiller surface compartment of inter-row tillage, a rotation of the minimal surface by an angle was used, which determines the angle of inclination of the hiller cutting edge to the horizontal plane. Analytical description of the hiller surface allows to change its technological parameters.*

*The parametric equations of the compartment of the minimal surface of the hiller in the form of elementary functions that allow one to study the geometric properties and the differential characteristics of the surface to optimize the engineering methods for designing the working bodies of tillage are obtained.*

*Key words: hiller, isotropic line, minimal surface, functions of a complex variable, curvature of a plane curve.*