УДК 515.2

МОДЕДЮВАННЯ СПРЯЖЕНИХ ЕВОЛЬВЕНТНИХ ПОВЕРХОНЬ, ЩО ВИКЛЮЧАЮТЬ ІНТЕРФЕРЕНЦІЮ

Подкоритов А.М., д.т.н.
Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького,
Ісмаілова Н.П., д.т.н.,
Трушков Г.В.
Військова академія (м. Одеса, Україна)

Виробництво якісних, надійних і довговічних виробів в будь-якій галузі промисловості може бути досягнуто тільки за умови поєднання високої технологічної культури виробництва і високої культури проектування, що включає в себе і вибір відповідних матеріалів, і призначення режимів термообробки, і визначення оптимальних допусків і посадок, і якості обробки поверхонь, і не в останню чергу, оптимальне, з точки зору функціонального призначення виробів, поєднання їх форми і розмірів.

Особливе значення точності форми і розмірів приділяється при проектуванні спряжених деталей, особливо якщо форми цих деталей можуть бути отримані лише графічним шляхом. Вчені вже давно намагаються оптимізувати цей процес створенням універсальних графічних інструментів, до числа яких може бути віднесено і створення кінематичного гвинта, що являє собою по суті графічне зображення параметрів кінематичних пар, зміна одного з яких призводить до зміни інших, що відкриває можливість отримання форм деталей, з наперед заданими параметрами, зокрема деталей, спільна робота яких вільна від взаємного впровадження їх поверхонь один в одного, що узагальнено названа «інтерференцією» поверхонь, а в реальних конструкціях носить більш прозаїчну назву «підрізання» поверхонь одна одною. Велике значення при проектуванні спряжених поверхонь має точне відтворення їхньої форми як основи надійної роботи майбутніх реальних виробів, що ускладнюється необхідністю виконання досить численних геометричних побудов, виконання яких за допомогою звичайних креслярських інструментів неминуче супроводжується внесенням цілком об'єктивних похибок, уникнути яких можна, використовуючи сучасну електронно-обчислювальну техніку, що вимагає суттєвої творчої підготовчої роботи, чому і присвячена дана стаття. Де розглянуто моделювання спряжених евольвентна поверхонь по контактної поверхні зачеплення інструменту та деталі, що виключає інтерференцію.

Ключові слова – моделювання спряжених поверхонь, евольвентна поверхня, інтерференція, контактна поверхня зачеплення.

Постановка проблеми. Постійне зростання вимог до якості виробів, і створення нового виробничого устаткування є об'єктивними чинниками, стимулюючими вдосконалення методів виключення інтерференції спряжених евольвентних поверхонь виробів [4]. У даній статті розглядається графічний метод моделювання спряжених евольвентних поверхонь по контактної поверхні зачеплення ріжучого інструменту та деталі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Впровадження більш сучасної технології обробки виробів в гнучких автоматизованих виробництвах, на обробних модулях, у свою чергу, вимагає розробки ефективних методів геометричного і аналітичного моделювання спряжених евольвентних поверхонь, що виключають інтерференцію. Розширюючи можливості існуючої теорії діаграми просторового кінематичного параметричного гвинта і застосування його для формування складних криволінійних спряжених поверхонь [1], яка дає можливість визначення характеристики криволінійних поверхонь.

Формулювання цілей статті. Є визначення, виявлення інтерференції спряжених евольвентних поверхонь по контактної поверхні зачеплення ріжучого інструменту та деталі, розширити сферу застосування просторового параметричного кінематичного гвинта.

Основна частина. Найбільшого поширення в машинобудуванні були передачі, складені з таких коліс, які зберігають постійність кутових швидкостей навіть за наявності вагання міжосьової відстані, а їх виготовлення високотехнологічне. Інтерференція зубів буде відсутній, як що евольвентний профіль зуба одного зубчастого колеса спряжена тільки з евольвентним профілем зуба іншого колеса. Для цього необхідно, щоб радіус граничної точки був менше радіуса нижньої точки активного профілю.

Розглянемо зубчасту передачу, у якій забезпечується спряження зубів евольвентного профілю по довжині, де здійснюється по ідентичній кривій, розташованій у площині зачеплення й однаковій по висоті зуба.

До недоліків відомих передач відноситься ті, що в таких передачах обмежений кінематичний кут зачеплення. Чим більше зубчасті колеса, тім менше кут зачеплення, що збільшує напругу в крайках зубів.

В основу графоаналітичного способу покладено наявність особливої точки на тій, що огинає, при цьому предметом пошуку була

гранична точка профілю, якою він має бути обмежений щоб уникнути явища інтерференції.

Аналіз існуючих графічних, графоаналітичних, аналітичних методів побудови складних спряжених поверхонь виробів із застосуванням комп'ютерних програм, що враховують інтерференцію, показав, що теорія спряжених поверхонь має два важливих застосування:

1. профілювання ріжучого інструменту;
2. проектування оброблюваних ним виробів.

Існуючі методи не завжди задовольняють необхідній точності виготовлення виробів. У основу графічного методу покладена наявність особливої точки на тій, що огинає, при цьому предметом пошуку було визначення її передбачуваного положення на профілі при якому відсутня інтерференція.

Профіль вихідної поверхні при обробці обкатувальним інструментом спряжений з центроїдою *C* (рис.1). Розглянемо положення направляючого вектора дотичної до профілю руху траєкторії інструменту.

Хай профіль буде заданий кривою *K* і центроїдою *C*. Довжина дуги на центроїді *C* від початкової точки (точки відповідні початку відносного руху) до точки *N* залежні від параметрів руху. Точка *M* деяка точка профілю. Якщо розглядати будь-яку точку профілю як положення точки *M* в деякий момент часу, то вся крива *K* є траєкторією точки *M*.

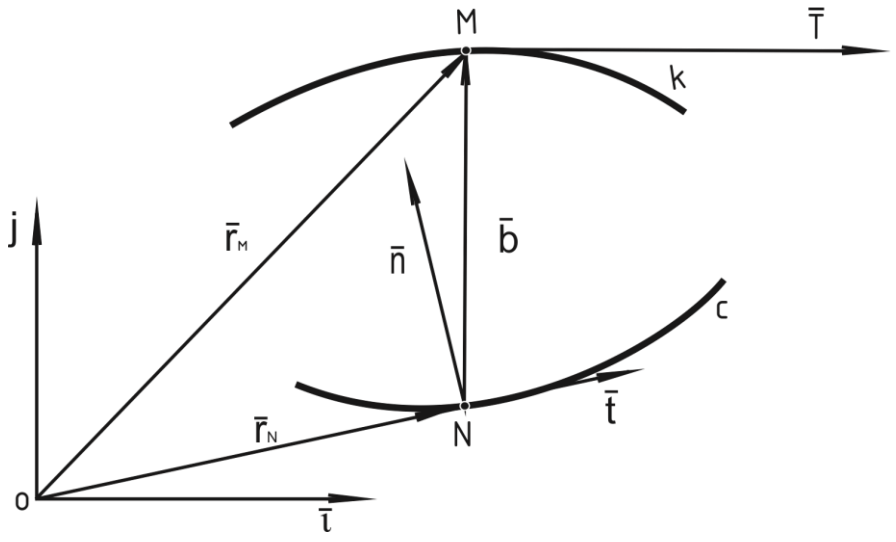

Рис. 1

Введемо дві системи координат: нерухому, задану одиничними векторами $\bar{\imath}$ і $\bar{\jmath}$, і рухливу, задану одиничним вектором $\bar{t}$ дотичним до центроїди *C* і одиничним вектором $\bar{n}$ нормалі (якщо ввести в розгляд

вектор $\bar{b} = \bar{t} \cdot \bar{n}$, то набір векторів $\bar{b}, \bar{t}, \bar{n}$ задає природний трикутник. Точка *M* відносно нерухомої системи координат знаходиться в складному русі, який є сумою відносного і переносного рухів. Як відомо з курсу теоретичної механіки, абсолютною швидкістю точки *M* є похідна її радіусу – вектора за часом і направлена по дотичній до траєкторії точки *M*, тобто по дотичній до кривої К.

С – центроїда – це крива по якій рухається інструмент в процесі обкатки, в окремому випадку це буде коло (рис. 1).

При русі точки *N* кінець радіусу і вектора точки *M* описує профіль зуба. При зміні часу точка *N* переміщатиметься по кривій *C*, внаслідок цього довжина дуги *C* даною кривою від початкової точки (точка *C*, відповідна початку відліку часу) до точки *N* залежатиме від часу. Це і є закон руху точки *N* по центроїді *C*.

Радіус початкової окружності не є величиною заданої, і може бути змінними в деяких межах. Цим іноді вдається скористатися з метою видалення граничних точок із профілю зо всіма бо на як можна більша відстань від близької точки кривій (тобто такої точки, нормаль у якій проходить через центр початкової окружності). Нижче буде не визначення границь можливої зміни величини R (радіус початкової окружності), засноване на використання результатів графоаналітичного методу.

Якщо r_i – радіус дуги окружності, що описує частина профілю, m_i–відстань від центру центроїди до центру даної дуги, то

$$R_i \leq \sqrt{0{,}5r_i^2 + m_i^2}.$$

Даною нерівністю встановлюється верхня границя зміни R_i. Підраховуючи верхню границю R_i для кожного i одержимо ряд чисел. Із цього ряду вибираємо найменше R_m і ухвалюємо Rm .Таким вибором забезпечується відсутність граничних точок на всіх ділянках профілю.

Однак зменшувати значення радіуса нижче деякого цілком певного числа для даних Rm не можна.

Критерієм для визначення цього числа є умова перетинання нормалей до профілю центроїди. Покажемо визначення цього числа $R_{\text{р}}$ графічним методом (рис.2).

Нехай R_d – радіус деталі, M – крайня точка профілю, 0_1- центр початкової окружності, 0_2 –центр окружності профілю. Проводимо пряму (M) , потім з точки 0_1 опускаємо перпендикулярна (M) . Точка$K(M0_2) \cap 0_1K, 0_1K \perp M0_2$. Величина $R_{\text{р}} = 0_1R$.

Величина R може бути визначена аналітично з використанням двох способів підрахунку площі трикутника:

$$S_{\triangle 0_1 M 0_2} = \frac{R_\text{p} \cdot r}{2} = \frac{R_d \cdot m \cdot sin\,\alpha}{2}, \qquad (1)$$

по теоремі косинусів:

$$r^2 = R_d^2 + m^2 - 2R_d r cos\,\alpha,$$

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \frac{\sqrt{4R_d^2m^2 - (R_d^2+m^2-r^2)^2}}{2R_d^2 m},$$

$$3(22) \Rightarrow R_\text{p} = \frac{R_d m}{r}\sin\alpha = \frac{\sqrt{4R_d^2m^2 - (R_d^2+m^2-r^2)^2}}{2r}.$$

У такий спосіб R повинен задовольняти нерівності:

$$R = \sin\frac{\sqrt{4R_d^2m_i^2 - (R_d^2+m_i^2-r^2)^2}}{2r} \le R \le \sqrt{0{,}5r_i^2 + m_i^2} = Rm\,, \qquad (2)$$

де R_m - це найменша величина із усіх підраховуваних по формулі Rm,а R_p–найбільша з усіх підраховуваних з формули:

$$R_{\text{p}i} = \frac{\sqrt{4R_d^2R - \left(R_d^2+m_i^2-r^2\right)^2}}{2r_i}.$$

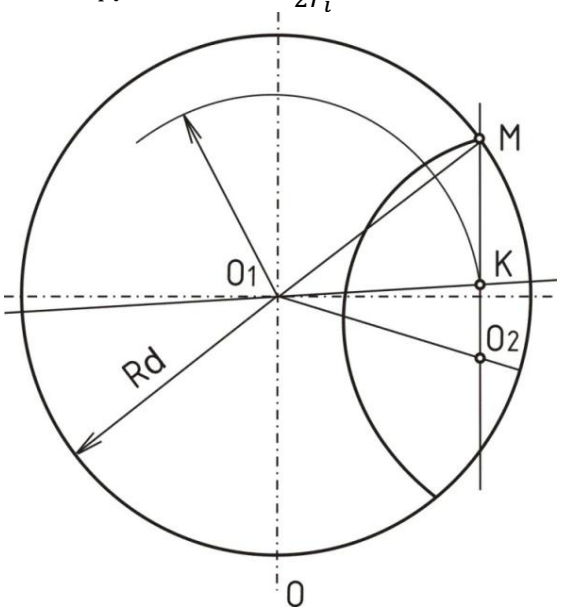

Рис.2

Якщо такої величини R задовольняючої нерівності (2) не існує, то профіль не може бути оброблений без підрізання. При графічній реалізації необхідно обрати R меншим, чому найменша відстань від центру початкової окружності до точки перетинання нормалей, але більшим або рівним найбільшій відстані від центру початкової окружності до нормалей, обмірюваному по перпендикуляру до них. При аналітичній реалізації R повинне бути менше величини $\frac{x_k^2+y_k^2}{2y_k}$, і більше величини, яка визначається в такий спосіб: Нехай рівняння профілю в системі xy маємо вигляд $xx(t)$, $y = x$ координати точки

$0_1:(0_1 0)$. Тоді відстань від точки $0_1:(0_1 0)$ до нормалі визначився по формулі:

$$R_{\text{р}} = \frac{|-Ry - x_t' x|}{\sqrt{(x_t')^2 + (y_t')^2}}, \qquad (3)$$

де x, y – координати точки, у якій проведена нормаль до профілю, x, y_t' - значення перших виробничих по параметру t у цієї ж точки.

Розраховуючи (3) через певний інтервал знайдемо ряд значень $R_{\text{р}_i}$, з них вибираємо найбільше. Потім шукаємо R задовольняюче нерівності $R_{\text{р}} \leq RR_m$. Якщо такого не існує, тобто$R_{\text{р}} > R_m$, те такий профіль не може бути оброблений без підрізання.

Для вирішення поставленого завдання наочно використовує графічний спосіб з використанням нормалей для визначення інтерференції спряжених криволінійних поверхонь (рис.3). Дослідження криволінійного профілю однозначної кривизни показало, що, при заданому радіусі R циліндра обкатки і радіусі $\boldsymbol{r}$ деталі, можна виділити зону розташування криволінійного профілю, для якого можна отримати спряжений з ним профіль інструменту.

Ця зона обмежена прямою лінією l, дотичній до окружності радіусу r і іншому колу радіусу m з центром 0_1, причому $m = \text{R} - r$ (рис. 3). Для прямої l і дуги окружності радіусу m можна отримати відповідно спряжений профіль інструменту.

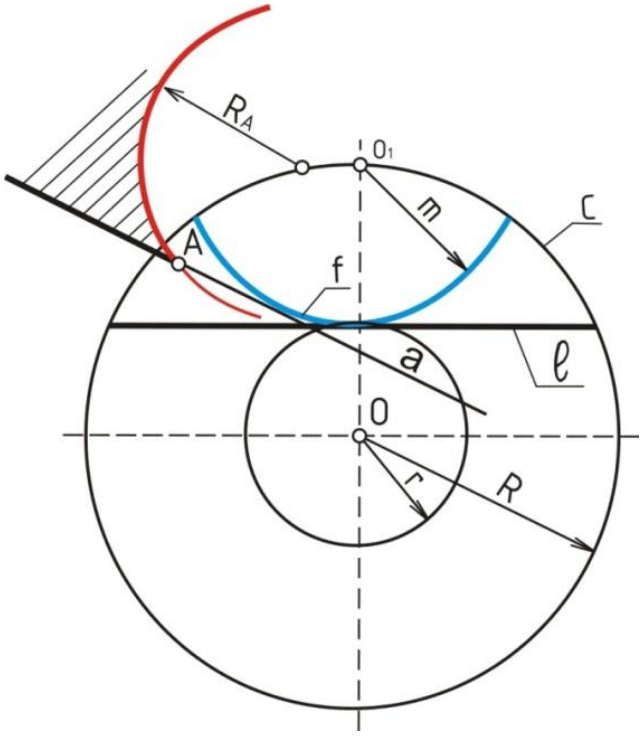

Рис. 3. Визначення зони спряжених криволінійних поверхонь

Розглянемо, яким має бути радіус кривизни складного профілю виробу, розташованого в зоні $l-f$, в довільній точці A, щоб їй відповідала єдина спряжена точка профілю інструменту.

Виконаємо наступну побудову. Проведемо через точку A пряму a, дотичну до окружності радіусу m. Побудуємо також окружності з радіусом рівним R_A, що проходить через точку A, центр якої належить центроїді C за умови, що пряма l є дотичною до цієї окружності.

Проаналізуємо, які лінії, що проходять через точку A можуть брати участь в профілюванні при виконанні умови, то в цьому випадку нормалі до профілю не повинні перетинатися між собою усередині центроїди. Це можуть бути або пряма a, або крива лінія, розташована правіше прямий a. З іншого боку, це може бути або дуга окружності радіусу R_A, або інша крива лінія, розташована лівіше за цю дугу.

Іншими словами, пряма лінія a і дуга окружності радіус R_A визначають інтервал зміни радіусу кривизни в точці A евольвентного профілю однозначної кривизни, а також положення цього профілю в зоні $l-f$. В цьому випадку можна поставити у відповідність спряжену нею точку профілю інструменту. Положення центру C_1 окружності радіусу R_A на центроїді С може визначатися графічно, так і як аналітично.

В результаті обчислення встановлений границі зміни знаку, а отже і взаємно однозначної відповідності між точками профілю і точками центроїди.

Висновок. Конструювання спряжених евольвентних поверхонь по контактної поверхні зачеплення дає можливість отримувати пари спряжених евольвентних поверхонь, при контакті яких буде відсутнє явище інтерференції.

Оскільки, як було показано, нормалі не перетинаються між собою в частині плоскості, обмеженою центроїдою і профілем, можна говорити і про графічну реалізацію цього підходу.

Література

1. Подкоритов А.М. Основи формування поверхонь / А.М. Подкоритов, Ісмаілова Н.П. // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Праці Таврійської державної агротехнічної академії – Вип. 7, т.38. – Мелітополь: ТДАТА, 2008. – С.16-20.
2. Ісмаілова Н. П. Графічний спосіб профілізації евольвентного арочного зачеплення того, що виключає інтерференцію [Текст] / Н.П. Ісмаілова // Прикладна геометрія та інженерна графіка: міжв. наук.-техн. зб. – Вип. 89 – К.: КНУБА,2012.– С. 184 – 187.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СОПРЯЖЕННЫХ ЭВОЛЬВЕНТНИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ , ИСКЛЮЧАЮЩИХ ИНТЕРФЕРЕНЦИЮ

Подкорытов А.Н., Исмаилова Н.П., Трушков Г.В.

Производство качественных, надежных и долговечных изделий в любой отрасли промышленности может быть достигнуто только при условии сочетания высокой технологической культуры производства и высокой культуры проектирования, которое включает у себя и выбор соответствующих материалов, и назначение режимов термообработки, и определение оптимальных допусков и посадок, и качества обработки поверхностей, и не в последнюю очередь, оптимальное, с точки зрения функционального назначения изделий, сочетания их формы и размеров.

Особенное значение точности формы и размеров есть при проектировании сопряженных деталей, особенно если формы этих деталей могут быть получены лишь графическим путем. Ученые уже давно пытаются оптимизировать этот процесс созданием универсальных графических инструментов, к числу которых может быть отнесено и создание кинематического винта, который являет собой в сущности графическое изображение параметров кинематических пар, изменение одного, из которых приводит к изменению других, что открывает возможность получения форм деталей, с заранее заданными параметрами, в частности деталей, совместная работа которых свободна от взаимного внедрения их поверхностей друг в друга, что обобщенно названная «интерференцией» поверхностей, а в реальных конструкциях носит более прозаичное название «подрезающего» поверхностей одна одной. Большое значение при проектировании сопряженных поверхностей имеет точное воссоздание их формы как основы надежной работы будущих реальных изделий, которая усложняется необходимостью выполнения достаточно многочисленных геометрических построений, выполнение которых с помощью обычных чертежных инструментов неминуемо сопровождается внесением полностью объективных погрешностей, избежать которых можно, используя современную электронно-вычислительную технику, которая требует существенной творческой подготовительной работы, почему и посвященная данная статья. Где рассмотрено моделирование спрягающих евольвентна поверхностей по контактной поверхности зацепления инструмента и детали, которая исключает интерференцию.

Ключевые слова: моделирование спрягающих поверхностей, евольвентна поверхность, интерференция, контактная поверхность зацепления.

MODELING OF PAIRED EVOLVENT SURFACES EXCLUDING INTERFERENCE

Podkorytov A., Ismailova N., Trushkov G.

The production of high-quality, reliable and lasting wares in any industry of industry can be attained only on condition of combination of high technological culture of production and high culture of planning, which includes for itself and choice of the proper materials, and setting of the modes of heat treatment, and determination of optimum admittances of both landings and quality of treatment of surfaces, and not in the last turn, optimum, from point of the functional setting of wares, combination.

The special value of exactness of form and sizes is at planning of the attended details, especially if the forms of these details can be got only graphic a way. Scientists already a long ago try to optimize this process creation of universal graphic instruments, to the number which it can be taken and creation of kinematics screw which shows by itself in essence graphic image of parameters of kinematics pair, one change, from which causes a change other, that opens possibility of receipt of forms of details, with beforehand preset parameter, in particular details joint work of which is free of mutual introduction of their surfaces in each other, that generalized adopted «interference» of surfaces, and in the real constructions carries more prosaic name «cutting» surfaces one to one. A large value at planning of the attended surfaces has an exact recreation of their form as bases of reliable work of the future real wares, which becomes complicated by the necessity of implementation there are enough numerous geometrical constructions implementation of which by ordinary drawings instruments is unavoidable accompanied bringing fully of ob''ektivnikh errors, avoiding which is possible, using a modern elektronno-vychislitel'nuyu technique which requires substantial creative preparatory work, why and devoted this article. Where the design of conjugating evol'ventna surfaces is considered on the contact surface of hooking of instrument and detail which eliminates interference.

Keywords: design of conjugating surfaces, evol'ventna surface, interference, contact surface of hooking.