

УДК 515.2

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДІЇ ТРЕБУШЕТ З ВЕРТИКАЛЬНИМ ПЕРЕМІЩЕННЯМ ПРОТИВАГИ

Сухарькова О.І.

Український державний університет залізничного транспорту
(м. Харків, Україна)

Розроблено геометричну модель мобільної металеві установки типу требушет, призначеної для доставки корисного вантажу (вогнегасних речовин) в серединні зони масштабної пожежі шляхом метання (катапультування). Існуючі технології гасіння пожеж, що виникли, наприклад, на обширних складських територіях, передбачають вплив вогнегасними речовинами переважно на периметр пожежі. Але вогнище відновлюється в часі доки не вигорить серединна зона. Відсутність можливості ліквідації пожежі в серединних зонах на її початкових стадіях призводить до значних матеріальних втрат.

Розглянута в роботі модель мобільної металеві установки типу требушет відрізняється від традиційної конструкції «коромислового» типу. Головна відмінність полягає у переміщенні вертикально донизу вантажу противаги в процесі метання. На відміну від традиційних конструкцій, де вантаж противаги рухається по дузі кривої. Це приводить до втрати енергії і зменшує відстань доставки корисного вантажу. Розглянутий різновид требушет в літературі одержав назву «Floating-Arm Trebuchet». Конструкція Floating-Arm Trebuchet зручна для перевезення, адже вантаж противаги можна зафіксувати. На відміну від традиційної схеми требушет, де це здійснити неможливо.

Для розрахунку траєкторії руху корисного вантажу в процесі розгону перед метанням використано вирази для кінетичної і потенціальної енергії системи. Було обрано зручні для опису руху узагальнені координати, які відображають процес метання. В результаті складено та наближено розв'язано систему рівнянь Лагранжа другого роду. Наведений спосіб розрахунку траєкторії переміщення корисного вантажу в процесі розгону дозволяє визначити кут та швидкість вильоту вантажу, що, в свою чергу, дозволяє визначити траєкторію польоту корисного вантажу після його катапультування. Наведено тестові розрахунки траєкторії переміщення корисного вантажу.

Ключові слова: геометрична модель, Floating-Arm Trebuchet, требушет, лагранжіан, рівняння Лагранжа другого роду

Постановка проблеми. В процесі гасіння масштабних за площею пожеж виникає проблема доставки до центральних зон вогнища засобів пожежогасіння. На практиці це важко здійснити через великі значення температур по периметру пожежі. У виняткових випадках застосовують доставку вогнегасних речовин з повітря вертольотом. Але цей захід не оперативний, небезпечний і надто коштовний. Тому увагу було звернуто на можливість доставки засобів пожежогасіння за допомогою техніки метання [1, 2]. Серед металевих машин цікавим для пожежогасіння є Floating-Arm Trebuchet [3].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для забезпечення ефективної динаміки трібует необхідно розрахувати значення параметрів її елементів. Це доцільно здійснити в рамках механіки Лагранжа [1, 2], де враховуються кінетична і потенціальна енергії системи. В результаті розв'язання складеного рівняння Лагранжа другого роду одержують шукану траєкторію переміщення вантажу на праці, що дозволить спрогнозувати відстань падіння вантажу в зону пожежі. Для аналізу динаміки Floating-Arm Trebuchet доцільно мати фазові траєкторії узагальнених координат, що недостатньо досліджено [3].

Формулювання цілей статті. Скласти та розв'язати рівняння Лагранжа другого роду для траєкторії переміщення корисного вантажу залежно від параметрів конструкції Floating-Arm Trebuchet.

Основна частина. На рис. 1 і 2 наведено, відповідно, зовнішній вигляд та схему Floating-Arm Trebuchet. Конструкція складається з головного важеля довжиною $L_1 + L_2$, до якого шарнірно прикріплено важіль (або канатна праця) довжиною L_3 . До важеля у вузловій точці A закріплено противагу масою m_1 , а в точці D закріплено корисну речовину для метання масою m_3 .



Рис. 1. Вигляд Floating-Arm Trebuchet (з Інтернету)

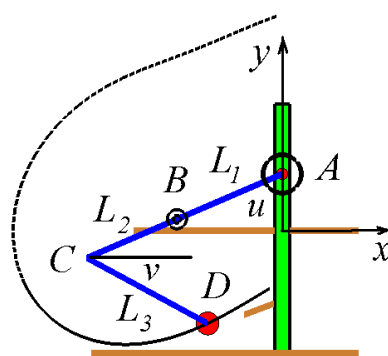


Рис. 2. Схема Floating-Arm Trebuchet

Масу m_1 обирають на декілька порядків більшою відносно маси m_3 . Противага з точкою A повинна рухатися вздовж напрямних під дією гравітації вертикально донизу. При цьому колесо, закріплене на

важелі в точці B повинно перекочуватися по горизонтальній планці конструкції. Тоді корисному вантажу m_3 надасться прискорення, яке і спричинить ефект метання після його відокремлення від праці.

В якості узагальнених координат оберемо кути u і v (рис. 2). Вони визначатимуть функції зміни в часі: кута $u(t)$ відхилення від вертикалі важеля довжиною $L_1 + L_2$, а також зміни кута $v(t)$ між горизонталлю і важелем довжиною $L_1 + L_2$. Для опису динаміки Floating-Arm Trebuchet використаємо вирази для кінетичної K і потенціальної P енергій [3] (збережено синтаксис мови maple):

$$\begin{aligned} K &= (m_1 * \text{diff}(y_1, t)^2 + m_3 * (\text{diff}(x_3, t)^2 + \text{diff}(y_3, t)^2)) / 2 + \\ &\quad (m_b * \text{diff}(u(t), t)^2 * (L_1^2 - L_1 * L_2 + L_2^2)) / 2; \\ P &= 9.81 * (m_1 * y_1 + m_3 * y_3 + m_b * y_b). \end{aligned} \quad (1)$$

Точки на рис. 2 позначимо координатами: $A(x_1, y_1)$; $C(x_2, y_2)$; $D(x_3, y_3)$; $B(x_4, y_4)$. Тоді компонентами формул (1) будуть вирази, які пов'язують геометричні параметри конструкції:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0; & y_1 &= L_1 * \cos(u(t)); \\ x_4 &= -L_1 * \sin(u(t)); & y_4 &= 0; \\ x_2 &= x_4 - L_2 * \sin(u(t)); & y_2 &= y_4 - L_2 * \cos(u(t)); \\ x_3 &= x_2 + L_3 * \cos(v(t)); & y_3 &= y_2 - L_3 * \sin(v(t)); \\ x_b &= x_4 - (L_2 - L_1) * \sin(u(t)) / 2; \\ y_b &= -(L_2 - L_1) * \cos(u(t)) / 2; & m_b &= (L_1 + L_2). \end{aligned} \quad (2)$$

За допомогою лагранжіану $L = T - U$ складаємо систему рівнянь Лагранжа другого роду. З причини громіздкості її тут не наводимо. Зазначену систему розв'язуємо чисельно за допомогою методу Рунге-Кутти у середовищі математичного процесора Maple з такими початковими умовами: u_0, v_0 – початкові значення кутів відхилення важелів; u'_0, v'_0 – початкові швидкості зміни кутів відхилення. Знайдені наближені розв'язки для функцій $u(t)$ і $v(t)$ позначимо як $U(t)$ і $V(t)$, відповідно. Тоді траєкторію переміщення вантажу в декартовій системі координат xOy необхідно будувати за формулами:

$$\begin{aligned} x_3(t) &= -L_1 * \sin(U) - L_2 * \sin(U) + L_3 * \cos(V); \\ y_3(t) &= -L_2 * \cos(U) - L_3 * \sin(V). \end{aligned} \quad (3)$$

На рис. 2 зображено побудовану траєкторію руху корисного вантажу, яка складатиметься з близько розташованих точок.

Наведемо тестовий розрахунок моделі Floating-Arm Trebuchet з параметрами $m_1 = 100$; $m_2 = 1$; $L_1 = 3$; $L_2 = 2,57$; $L_3 = 3,6$ і з початковими умовами $u_0 = \pi/4$; $u'_0 = 0$; $v_0 = 0$; $v'_0 = 0$. Всі величини в

умовних одиницях.

На рис. 3 наведено функціональні залежності від часу швидкості зміни кутів $u(t)$ і $v(t)$. На рис. 4 зображено фазові траєкторії для кутів $u(t)$ і $v(t)$. Аналіз графіків дозволяє з'ясувати, що максимальну швидкість зміни кута $u(t)$ досягне при значенні $t = 1,15$ і $u = 3,4$. В цей момент швидкість зміни кута v буде максимальною (біля 12,5 умовних одиниць), що дозволить набуту корисному вантажу максимальної швидкості в момент відриву від праці.

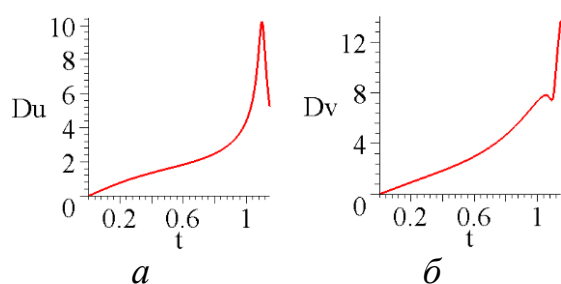


Рис. 3. Графіки залежності швидкості для: а) $u(t)$; б) $v(t)$

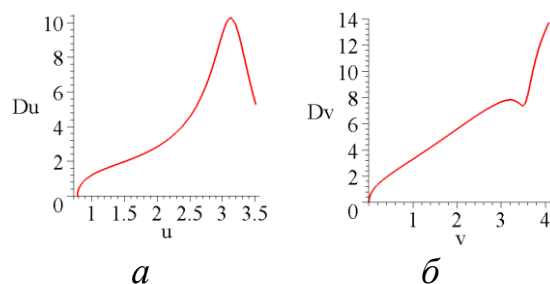


Рис. 4. Фазова траєкторія для параметра: а) $u(t)$; б) $v(t)$

За допомогою складеної програми створено анімаційний фільм дії Floating-Arm Trebuchet, деякі кадри якого наведено на рис. 5.

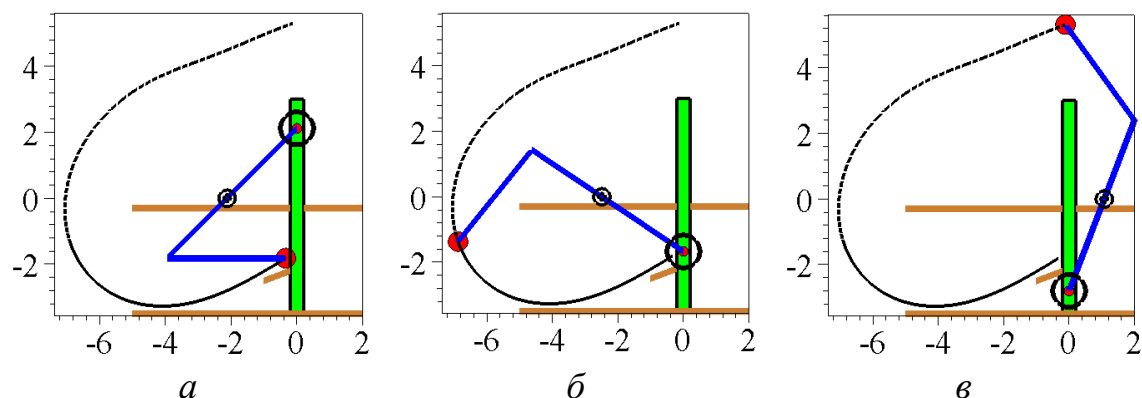


Рис. 5. Одержані зображення фаз метання:
а) початкової; б) поточної; в) в момент відриву вантажу.

Висновок. Наведений спосіб розрахунку метальної машини Floating-Arm Trebuchet дозволяє визначити її динамічні параметри.

Література

1. Siano D.V. Trebuchet Mechanics. [Електронний ресурс] / D.V. Siano // Електронні дані. – Режим доступу: <http://www.algobeautyreb.com/trebmath35.pdf> (дата звернення 21.12.2001р.). – Назва з екрана.
2. Denny M. 2005. Siege engine dynamics. [Електронний ресурс] / M.Denny // European journal of physics. – 2005, 26, p. 561–

577. doi:10.1088/0143-0807/26/4/002. – Режим доступа: <http://www.twirpx.com/file/1728866/>. – (дата звернення 18.10.2018р.). – Назва з екрана.

3. Bell G. What is the ‘best’ trebuchet? [Електронний ресурс] / G. Bell // Електронні дані. – Режим доступа: <http://grahambell.com.au/wp-content/uploads/2017/11/GBellTrebuchetPaper2.pdf>. – (дата звернення 15.10.2018р.). – Назва з екрана.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕЙСТВИЯ ТРЕБУШЕТ С ВЕРТИКАЛЬНЫМ ПЕРЕМЕЩЕНИЕМ ПРОТИВОВОЕСА

Сухарькова Е.И.

Разработана геометрическая модель мобильной метательной установки типа требушет, предназначенной для доставки полезного груза (огнетушащих веществ) в срединные зоны масштабного пожара путем метания (катапультирования). Существующие технологии тушения пожаров, возникших, например, на обширных складских территориях, предусматривают влияние огнетушащего вещества преимущественно на периметр пожара. Но огонь восстанавливается во времени пока не выгорит срединная зона. Отсутствие возможности ликвидации пожара в срединных зонах на ее начальных стадиях приводит к значительным материальным потерям. Рассмотренная в работе модель мобильной метательной установки типа требушет отличается от традиционной конструкции «коромыслового» типа. Главное отличие заключается в перемещении вертикально вниз груза противовеса в процессе метания. В отличие от традиционных конструкций, где груз противовеса движется по дуге кривой. Это приводит к потере энергии и уменьшает расстояние доставки полезного груза. Рассмотренная разновидность требушет в литературе получила название «Floating-Arm Trebuchet». Конструкция Floating-Arm Trebuchet удобна для перевозки, ведь груз противовеса можно зафиксировать. В отличие от традиционной схемы требушет, где раскачивание при транспортировке устранить очень сложно. Для расчета траектории движения полезного груза в процессе разгона перед метанием использованы выражения для кинетической и потенциальной энергии системы. Были избраны удобные для описания движения обобщенные координаты, которые отражают процесс метания. В результате составлена и приближенно решена система уравнений Лагранжа второго рода. Приведенный способ расчета траектории перемещения полезного груза в процессе разгона

позволяет определить угол и скорость вылета груза, что, в свою очередь, позволяет определить траекторию полета полезного груза после его катапультирования. Приведены тестовые расчеты траектории перемещения полезного груза.

Ключевые слова: геометрическая модель, *Floating-Arm Trebuchet*, лагранжиан, уравнения Лагранжа второго рода.

GEOMETRIC MODELING ACTIONS TREBUCHET WITH VERTICAL MOVEMENT OF COUNTERTIME

Sukharkova E.

A geometric model of a mobile type “trebuchet” type missile launcher designed for the delivery of a payload (fire extinguishing agents) to the middle zones of a large-scale fire by throwing (ejection) has been developed. Existing technologies for extinguishing fires that have arisen, for example, in large warehouse areas, provide for the influence of a fire extinguishing agent mainly on the perimeter of the fire. But the fire is restored in time until the middle zone is burned out. The absence of the possibility of extinguishing a fire in the middle zones in its initial stages leads to considerable material losses. The model of a mobile type throwing unit, considered in the work, differs from the traditional construction of a “rocker” type. The main difference is to move vertically down the weight of the counterweight during the throwing process. Unlike traditional designs, where the weight of the counterweight moves along an arc of a curve. This leads to a loss of energy and reduces the delivery distance of the payload. The considered variety is recommended in literature as “Floating-Arm Trebuchet”. The design of Floating-Arm Trebuchet is convenient for transportation, because the weight of the counterweight can be fixed. In contrast to the traditional scheme it requires, where it is very difficult to eliminate swinging during transportation. To calculate the trajectory of the movement of the payload in the process of acceleration before throwing used the expression for the kinetic and potential energy of the system. Were selected for describing the movement of the generalized coordinates, which reflect the process of throwing. As a result, a system of Lagrange equations of the second kind was compiled and approximately solved. The method of calculating the path of movement of the payload during acceleration allows you to determine the angle and speed of departure of the load, which, in turn, allows you to determine the trajectory of the flight of the payload after its ejection. Test calculations of the movement path of the payload are given.

Keywords: geometrical model, Floating-Arm Trebuchet, Lagrangian, second-kind Lagrange equations.