УДК 514.74

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ ОБ'ЄКТІВ НА ОСНОВІ ПОЛІТОЧКОВИХ ВІДОБРАЖЕНЬ ВІДРІЗКІВ ПРЯМИХ

Бадаєв Ю.І., д.т.н.,
Сидоренко Ю.В., к.т.н.
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
(Україна)

В роботі пропонується метод політочкових відображень відрізків прямих в геометричному моделюванні складних об'єктів, який відрізняється від звичайних політочкових відображень тим, що в якості прообразу можна задавати не прямі в неявному вигляді, а множину точок і отримувати перетворений об'єкт у вигляді множини точок.

Крім того, пропонується застосовувати вагові коефіцієнти для кожної базової точки що дає змогу управляти формою перетвореної кривої таким чином, що крива ніби притягується до точки із більшою вагою по зрівнянню з вагами інших базових точок.

Політочкові перетворення застосовуються в проектуванні геометричних об'єктів складної форми в машинобудуванні. Розширення можливостей політочкових перетворень є важливою проблемою в теперішній час.

Крім того, пропонується застосовувати вагові коефіцієнти для кожної базової точки що дає змогу управляти формою перетвореної кривої таким чином, що крива ніби притягується до точки із більшою вагою по зрівнянню з вагами інших базових точок.

Метою статті є застосування відрізків прямих в методі політочкових відображень для геометричного моделювання складних об'єктів.

Запропонований процес зваженого політочкового відображення може бути застосований в реалізації геометричного моделювання об'єктів складної форми з можливістю управління формою змодельованого об'єкту за допомогою зміни вагів точок політочкового базису. Як показано на тестових прикладах, форма перетвореної фігури змінюється таким чином, що вона немов притягується до точок із збільшеною вагою і навпаки, відштовхується від точок із зменшеною вагою.

В якості недоліка запропонованого методу можна вказати на недостатній рівень передбачуваності результату.

Подальше дослідження пропонується у виявленні властивостей застосування зважених політочкових відображень в напрямку підвищення рівня передбачуваності отриманих результатів для ефективного застосування в геометричному моделюванні складних об'єктів.

Ключові слова: дискретно-задана крива, відрізок прямої, поли точкові відображення прямих, геометричне моделювання.

Постановка проблеми. Політочкові перетворення застосовуються в проектуванні геометричних об'єктів складної форми в машинобудуванні. Розширення можливостей політочкових перетворень є важливою проблемою в теперішній час.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У попередніх публікаціях [1-4] розглядаються методи політочкових перетворень на основі оптимізації деформації відстаней прямих до заданої множини точок , але при цьому не розглядається можливість поширити цей метод на перетворення точково-заданих кривих, що звужує його застосування в проектуванні складних геометричних об'єктів.

Формулювання цілей статті. Метою статті є застосування відрізків прямих в методі політочкових відображень для геометричного моделювання складних об'єктів.

Основна чатина. В роботі [1] приведений метод політочкових відображень прямих, який полягає в наступному.

Нехай на площині ху задано (рис.1):

– точки первинного базису $T_{pi}(x_{pi},y_{pi})$, $i=1,2,3,....M$;

– точки вторинного базису $T_{vi}(x_{vi},y_{vi})$, $i=1,2,3,....M$;

– пряма – прообраз, яка задана у коефіцієнтами a_{proob}, b_{proob}, c_{proob}, що визначають пряму в неявному вигляді:

$$a_{proob}x + b_{proob}y + c = 0. \qquad (1)$$

Всі точки первинного базису мають відстані до прямої-прообразу у вигляді:

$$\beta_i = a_{proob}x_{pi} + b_{proob}y_{pi} + c_{proob} \neq 0, i = 1,..., M. \qquad (2)$$

При відображенні пряма-прообраз перетвориться в пряму-образ у вигляді:

$$a_{ob}x + b_{ob}y + c_{ob} = 0. \qquad (3)$$

Пряма-образ буде мати наступні відстані від точок вторинного базису у вигляді:

$$\gamma_i = a_{ob}x_{vi} + b_{ob}y_{vi} + c_{ob} \neq 0. \qquad (4)$$

При перетворенні відстані γ_i будуть дорівнювати

$$\gamma_i = \omega_i \beta_i, \qquad (5)$$

де ω_i - поки невизначений коефіцієнт.

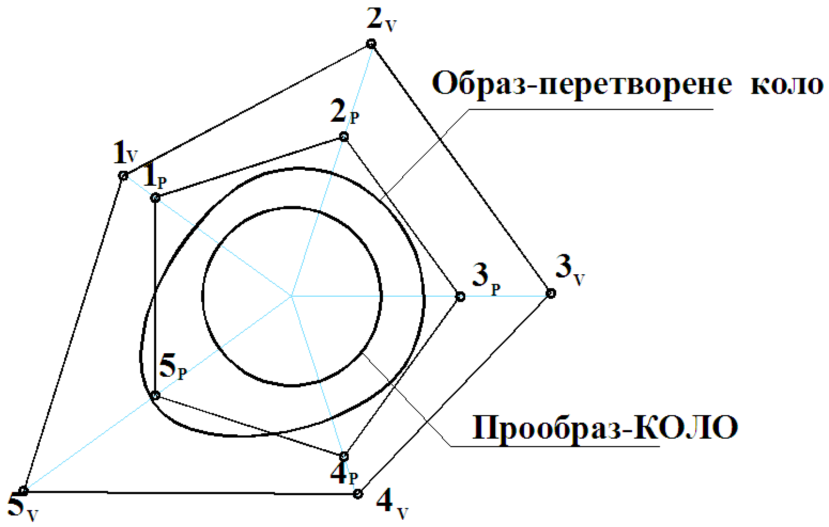

Рис.1. П'ятиточкове відображення кола без застосування вагових коефіцієнтів

Звідси

$$\omega_i = \frac{\gamma_i}{\beta_i}. \tag{6}$$

Визначимо наступний функціонал:

$$S = \sum_{i=1}^{M} (\omega_i - 1)^2 \Rightarrow \min , \tag{7}$$

що буде означати, що відношення нових координат γ_i до первинних координат β_i будуть прагнути до 1.0.

Продиференціюємо (7) по a_{ob}, b_{ob} і c_{ob}:

$$\frac{dS}{da_{ob}} = \sum_{i=1}^{M} 2(\omega_i - 1)\frac{x_{obi}}{\beta_i}; \tag{8}$$

$$\frac{dS}{db_{ob}} = \sum_{i=1}^{M} 2(\omega_i - 1)\frac{y_{obi}}{\beta_i}; \tag{9}$$

$$\frac{dS}{dc_{ob}} = \sum_{i=1}^{M} 2(\omega_i - 1)\frac{1}{\beta_i}. \tag{10}$$

Підставимо (6),(2) і (4) в (8-10). Отримаємо систему із трьох лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} A1a_{ob} + B1b_{ob} + C1c_{ob} = D1, \\ A2a_{ob} + B2b_{ob} + C2c_{ob} = D2, \\ A3a_{ob} + B3b_{ob} + C3c_{ob} = D3, \end{cases} \tag{11}$$

де

$$\begin{cases} A1=\sum_{i=1}^{M}\frac{x^2{}_{vi}}{\beta_i^2},\ B1=\sum_{i=1}^{M}\frac{x_{vi}y_{vi}}{\beta_i^2}, C1=\sum_{i=1}^{M}\frac{x_{vi}}{\beta_i^2},\ D1=\sum_{i=1}^{M}\frac{x_{vi}}{\beta_i}, \\ A2=\sum_{i=1}^{M}\frac{x_{vi}y_{vi}}{\beta_i^2}=B1,\ B2=\sum_{i=1}^{M}\frac{y^2{}_{vi}}{\beta_i^2}, C2=\sum_{i=1}^{M}\frac{y_{vi}}{\beta_i^2},\ D2=\sum_{i=1}^{M}\frac{y_{vi}}{\beta_i}, \\ A3=\sum_{i=1}^{M}\frac{x_{vi}}{\beta_i^2}=C1,\ B3=\sum_{i=1}^{M}\frac{y_{vi}}{\beta_i^2}=C2, C3=\sum_{i=1}^{M}\frac{1}{\beta_i^2},\ D3=\sum_{i=1}^{M}\frac{1}{\beta_i}. \end{cases} \quad (12)$$

Розв'язання системи (11) дасть нові коефіцієнти a_{ob}, b_{ob}, c_{ob} перетворених прямих-образів точково-заданої кривої.

Зробимо модифікацію політочкового відображення наступним чином.

Визначимо пряму - прообраз (2) у вигляді відрізка прямої, заданої двома точками $A_p(x_{Ap}, y_{Ap})$ і B_p (x_{Bp}, y_{Bp}). При цьому коефіцієнти прямої (2) визначаться наступними формулами:

$$a_{proob}=y_A-y_B, b_{proob}=x_b-x_A,\ c_{proob}=-(a_{proob}x_A+b_{proob}y_A). \quad (13)$$

При політочковому відображенні (7) на основі коефіцієнтів (13) отримаємо нові значення a_{ob}, b_{ob}, c_{ob} для визначення нової прямої (4):

$$\gamma_i=0 \quad (14)$$

Для нової прямої (14) призначимо абсциси нових точок $A_{ob}(x_{Aob}$, $B(x_{Bob})$. На основі цих абсцис і формул:

$$\begin{aligned} c_{ob} &= -(a_{ob}x_{Aob}+b_{ob}y_{Aob}); \\ c_{ob} &= -(a_{ob}x_{Bob}+b_{ob}y_{Bob}); \end{aligned} \quad (15)$$

знайдемо ординати нових точок A_{ob} і B_{ob} :

$$\begin{aligned} y_{Aob} &= -\frac{c_{ob}+a_{ob}x_{Aob}}{b_{ob}}, \\ y_{Bob} &= -\frac{c_{ob}+a_{ob}x_{Bob}}{b_{ob}}. \end{aligned} \quad (16)$$

Таким чином прообраз (відрізок прямої A_p-B_p) перетворився в образ(відрізок прямої A_{ob}-B_{ob}).

Запропонований метод відрізняється від звичайних політочкових відображень тим, що в якості прообразу визначаються не прямі, які задані у неявному вигляді, а відрізки прямих, які задані точками. Таким чином прообрази можна задавати множиною точок і отримувати перетворену множину точок, який задасть новий перетворений образ, який буде заданий новою множиною точок, що набагато зручніше ніж звичайні політочкові відображення множини прямих.

На основі указаних процесів політочкових відображень була розроблена комп'ютерна програма мовою AutoLISP в середовищі системи AutoCAD, результати застосування якої представлені на рис. 1,2,3,4.

На рис. 1 представлений результат п’ятиточкового відображення кола без застосування вагових коефіцієнтів. Тут точки з індексами P – точки первинного політочкового базису. Точки з індексами V – точки вторинного політочкового базису. Як бачимо, коло при цьому перетворилось на овал, який немов апроксимує вторинний базис 1_v-5_v.

На рис. 2 представлений таке ж п’ятиточкове відображення кола без змін положення всіх точок первинного і вторинного точкових базисів. Різниця полягає тільки в тому, що в точці 5 збільшена вага по відношенню до всіх інших точок. Як бачимо, результуюча фігура витягнулась в напрямку точки 5.

На рис. 3 також представлене п’ятиточкове відображення кола з такими же політочковими базисами з тією різницею, що в точці 3 вага збільшена по відношенню до всіх інших. Як бачимо, результуюча фігура витягнулась по напрямку до точки 3.

Рис.2. П’титочкове відображення кола із збільшеною вагою в точці 5

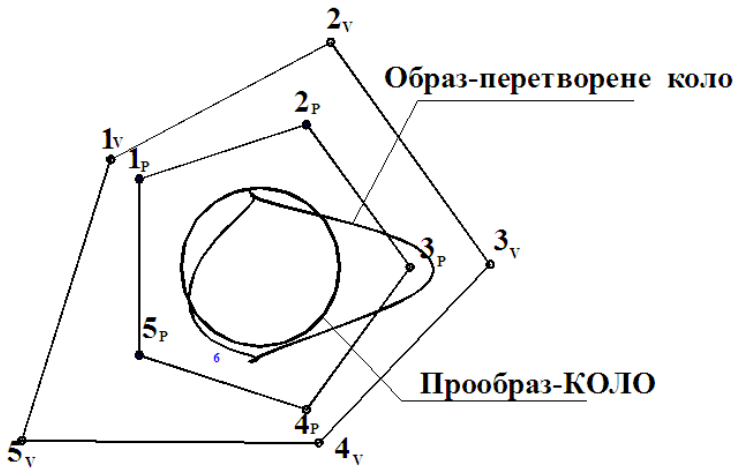

Рис.3. П’ятиточкове відображення кола із збільшенням ваги в точці 3

На рис. 4 на відміну від попередніх збільшені ваги точок 2,3 і 5, а вага точки 1 зменшена до від'ємного значення. При цьому бачимо, що форма фігури змінилась таким чином, що вона немов притягнулась до точок 2,3,5 і витягнулась за точку 1.

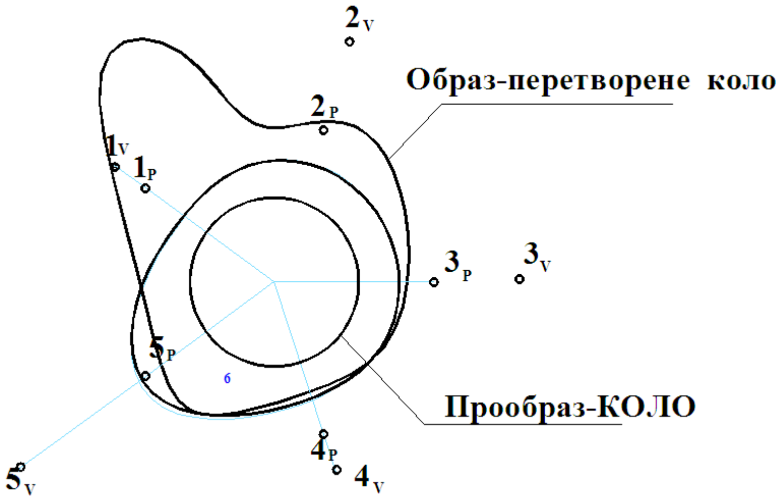

Рис.4. П'ятиточкове відображення кола із збільшеннями вагів в точках 2,3,5 і зменшенням ваги в точці 1 до від'ємного значення.

Висновки. Запропонований процес зваженого політочкового відображення може бути застосований в реалізації геометричного моделювання об'єктів складної форми з можливістю управління формою змодельованого об'єкту за допомогою зміни вагів точок політочкового базису. Як показано на тестових прикладах, форма перетвореної фігури змінюється таким чином, що вона немов притягується до точок із збільшеною вагою і навпаки, відштовхується від точок із зменшеною вагою. В якості недоліка запропонованого методу можна вказати на недостатній рівень передбачуваності результату. Подальше дослідження пропонується у виявленні властивостей застосування зважених політочкових відображень в напрямку підвищення рівня передбачуваності отриманих результатів для ефективного застосування в геометричному моделюванні складних об'єктів.

Література

1. Бадаев Ю.И. Поликоординатный метод в прикладной геометрии и компьютерной графике: монография. К.: Просвіта, 2006. 173 с.
2. Бадаєв Ю.І., Сидоренко Ю.В. Визначення коефіцієнтів перетвореної прямої при політочкових перетвореннях. *Прикладна геометрія та інженерна графіка.* К:КДТУБА, 2001. Вип.68. С.45-47.
3. Бадаєв Ю.І., СидоренкоЮ.В. Політканинні перетворення в точковому визначенні. *Прикладная геометрия и инженерная*

графика. Труды. Таврическая государственная агротехническая академия. Мелитополь, ТГАТА, 1998. Вып.4. Т.8. С.21-23.

4. Бадаєв Ю.І., Сидоренко Ю.В. Деформаційне конструювання об'єктів водного транспорту за допомогою політочкових перетворень. *Водний транспорт: Збірник наукових праць,* К.:КДАВТ, 2000. С.140-143.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ ПОЛИТОЧЕЧНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ ОТРЕЗКОВ ПРЯМЫХ

Бадаев Ю.И., Сидоренко Ю.В.

В работе предлагается метод политочечных отображений отрезков прямых в геометрическом моделировании сложных объектов, который отличается от обычных политочечных отображений тем, что в качестве прообраза можно задавать прямые не в неявном виде, а множество точек и получать преобразованный объект в виде множества точек. Кроме того, предлагается применять весовые коэффициенты для каждой базовой точки, что позволяет управлять формой преобразованной кривой таким образом, что кривая как-бы притягивается к точке с большим весом по сравнению с другими базовими точками. Политочечные преобразования применяются в проектировании геометрических объектов сложной формы в машиностроении. Расширение возможностей политочечных преобразований является важной проблемой в настоящее время.

Целью статьи является применение отрезков прямых в методе политочечных отображений для геометрического моделирования сложных объектов. Предложенный процесс взвешенного политочечного отображения может быть применен в реализации геометрического моделирования объектов сложной формы с возможностью управления формой смоделированного объекта посредством изменения весов точек. Как показано на тестовых примерах, форма превращенной фигуры меняется таким образом, что она словно притягивается к точкам с увеличенным весом и наоборот, отталкивается от точек с уменьшенным весом.

В качестве недостатков предложенного метода можно указать на недостаточный уровень предсказуемости результата. Дальнейшие исследования предлагается в выявлении свойств применения взвешенных политочечных отображений в направлении повышения уровня предсказуемости полученных результатов для эффективного применения в геометрическом моделировании *сложных объектов.*

Ключевые слова: дискретно-заданная кривая, отрезок прямой, политочечные отображения прямых, геометрическое моделирование.

GEOMETRIC MODELING OF COMPLEX OBJECTS ON THE BASIS OF TILE MAPPING DISPLAYS OF DIRECT CUTS

Badaev Yu., Sidorenko Yu.

In this paper, we propose a method of polypointed mappings of line segments in geometric modeling of complex objects, which differs from ordinary polypointed mappings in that you can set straight lines as an inverse image, not in an implicit form, but as a set of points and obtain a transformed object as a set of points. In addition, it is proposed to use weights for each base point, which allows you to control the shape of the transformed curve in such a way that the curve is somehow attracted to a point with a higher weight compared to other base points.

Polypoint transformations are used in the design of complex geometric shapes in mechanical engineering. Enhancing the capabilities of polypoint transformations is an important issue at the present time. The aim of the article is the use of line segments in the method of polypoint mappings for geometric modeling of complex objects.

The proposed process of weighted political dot mapping can be applied in the implementation of geometric modeling of complex shape objects with the ability to control the shape of a simulated object by changing the weights of the points. As shown in test examples, the shape of the transformed figure changes in such a way that it seems to be attracted to points with increased weight and, conversely, is repelled from points with reduced weight. As the disadvantages of the proposed method, one can indicate an insufficient level of predictability of the result.

Further research is proposed in identifying the properties of using weighted polypoint mappings in the direction of increasing the level of predictability of the results for effective use in geometric modeling of complex objects.

Key words: discrete-given curve, line segment, polypoint mapping of lines, geometric modeling.