УДК 514.18

КОНХОІДАЛЬНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ, ЯК ПРИКЛАД АКТИВНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ КООРДИНАТ ПРИ ДИСКРЕТНОМУ МОДЕЛЮВАННІ ПОВЕРХОНЬ

Ботвіновська С.І., д.т.н.
Київський національний університет будівництва і архітектури (Україна)

У роботі розглядається можливість використання активного перетворення координат, окремим випадком якого можна вважати конхоідальне перетворення простору. Серед способів утворення різноманітних криволінійних об’єктів одним з найбільш використаних є створення нових кривих ліній або поверхонь шляхом застосування одного з існуючих перетворень вже відомих геометричних образів. При формотворенні у дискретному моделюванні різноманітних об’єктів архітектури можна використовувати геометричні перетворення разом із статико-геометричним методом. Вибір того або іншого геометричного перетворення пов’язаний з вихідними умовами та властивостями, притаманними перетворенню. Перетворення дискретних каркасів поверхонь виступає окремим випадком узагальнення статико-геометричного методу. Визначення координат вузлів дискретного каркаса поверхні відбувається без врахування зовнішнього навантаження на вузли. Це дозволяє задавати межі існування вузлів дискретного каркаса у вигляді шару між двома граничними поверхнями, які за своєю геометричною формою будуть слугувати прототипами модельованої поверхні. Самі ж граничні поверхні виступають результатом обраного геометричного перетворення двох площин у просторі. Формування каркасів поверхонь у межах обраного шару дозволяє наближувати форму модельованих поверхонь до бажаних образів, що підтверджується чисельними прикладами. Демонстрація можливостей використання просторового конхоідального перетворення декартових координат на сферичні є основною метою представленої роботи. Використання такого конхоідального перетворення разом із статико-геометричним методом при формотворенні дискретних образів у тривимірному точковому просторі дозволить отримати поверхню, образ якої буде схожим на поверхню обертання з твірною у вигляді конхоіди Нікомеда.

Ключові слова: геометричне моделювання, перетворення простору, активне перетворення координат, просторове конхоідальне перетворення, властивості перетворення.

Постановка проблеми. Одним з найбільш поширених способів утворення різноманітних криволінійних об’єктів є створення нових кривих ліній або поверхонь, шляхом обраного перетворення вже відомих геометричних образів. У процесі формотворення дискретних каркасів поверхонь можливо використання різних перетворень, у тому числі і широко відомих у прикладній геометрії. Однак, не існує єдиного науково обґрунтованого методу вибору геометричного перетворення для розв’язання поставлених задач геометричного моделювання. Тому, вибір геометричного перетворення завжди пов’язаний з вихідними умовами моделювання та результатом, який винахідник прагне отримати. Використання деяких геометричних перетворень може також допомогти у формотворенні дискретних каркасів нових поверхонь і дозволить врахувати різноманітні вихідні умови разом із особливостями форми модельованих образів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У відповідності з [1] активне перетворення координат можна розглядати як взаємно однозначну відповідність між точками різних координатних систем так, що числові значення координат вихідної координатної системи переходять у числові значення нової системи координат. Активному перетворенню координат присвячено роботу [2]. Автор використовує спеціальний апарат на базі активного перетворення координат з тим, щоб створити різноманітні поверхні у форму равликів. Використання активного перетворення координат дозволило авторам роботи [3] спростити нанесення зображення рисунку із різних комбінацій дуг та кіл на поверхню обертання, покриту сімейством ізометричних ліній. У процесі роботи використано підхід, коли кожному елементу плоскої сітки ставився у відповідність елемент сітки на поверхні. Це дозволило розширити бібліотеку поверхонь обертання з нанесеними на цю поверхню візерунками. У роботі [4] було виконано дослідження взаємно однозначних нелінійних Кремонових перетворень, а саме «точкові» перетворення простору. «…Саме вони дозволяють за властивостями вихідного об’єкта і властивостями перетворення досліджувати та вивчати властивості перетвореного об’єкта…» [4]. Розглянуто просторові перетворення як сукупність плоских перетворень за визначеним законом. Для моделювання складних технічних поверхонь у [5] автори використовують біраціональні перетворення, які є нелінійними інволюціями з однопараметричними множинами (жмутками) самовідповідних конік. У роботах [6-8] досліджуються питання аналітичного та синтетичного (конструктивного) представлення перетворень. Геометричні перетворення пропонується розглядати як найпотужніший апарат моделювання криволінійних об’єктів та вивчення властивостей кривих ліній та поверхонь. У роботі [7] приділяється увага кремоновим перетворенням [9] простору, які розшаровуються у жмутку паралельних площин на перетворення Гірста. Узагальнено ідею розшарування у жмутку паралельних площин, використану при центральних перетвореннях простору, на багатовимірний простір.

Використанню геометричних перетворень у прикладній геометрії присвячено роботи [10, 11]. Продемонстровано [10] можливості моделювання криволінійних дизайн-об’єктів, з прототипом у вигляді сферичної поверхні. Дискретний каркас поверхні, яка отримала округлість формами на опорному контурі, що не належав сфері, був змодельований за допомогою апарату перетворення інверсії у просторі. Використанню перспективного перетворення координат для усунення недоліків параболічної інтерполяції у процесі дискретного моделювання поверхонь присвячено [11]. Використання описаного у дослідженнях апарату дозволило привести у відповідність параболі та еліптичному параболоїду, які мають невласну точку, відповідні образи – всі точки яких є власними. Нелінійні перетворення простору для конструювання сітчастих каркасів технічних поверхонь розглядаються у роботі [12]. Автор демонструє можливості використання біраціональних перетворень при конструюванні обводів з дуг кривих, схожих за своїми характеристиками з кривими третього порядку. У роботі пропонується будувати лінійчатий каркас поверхні, що складається з однопараметричної множини одновимірних обводів. У дослідженнях, представлених у [13, 14] продемонстровано дієздатність узагальненого статико-геометричного методу для моделювання дискретних каркасів поверхонь шляхом використання конхоідального перетворення декартових координат на полярні циліндричні.

Формулювання цілей статті. Мета роботи – продемонструвати можливості використання активного перетворення координат у процесі моделювання дискретних каркасів поверхонь статико-геометричним методом на прикладі конхоідального перетворення декартових координат, на полярні сферичні. Такий підхід дозволить отримати поверхню, образ якої буде схожим на поверхню обертання з твірною у вигляді конхоїди Нікомеда.

Основна частина. Найпростішим активним перетворенням координат, яке зустрічається у прикладній геометрії кривих ліній та поверхонь є перетворення, коли чисельні значення координат відомого геометричного об’єкта (образу) відповідають чисельним значенням координат нової криволінійної поверхні (прообразу) в одних і тих саме одиницях вимірювання. У той же час, чисельні значення координат поверхні-образу можуть бути і деякими функціями від чисельних координат поверхні-прообразу. Поверхня-образ може задаватись у своїй системі координат, а поверхня-прообраз мати свою системою координат.

При такому перетворенні аналітичне рівняння поверхні-образу залишається незмінним, змінюється лише найменування відповідних координат. Саме тому, тип перетворення – алгебраїчне або трансцендентне визначається за рівнянням. У процесі дискретного моделювання криволінійних поверхонь пропонується перетворюваний образ описувати у прямокутній декартовій системі координат за принципом пасивного перетворення координат, коли замінюється система координат, а не змінюється сам образ. З використанням такого підходу будемо мати прямі та зворотні формули перетворення, причому обидві координатні системи, як система прообразу так і образу, можуть призначатись довільно.

Серед випадків активного перетворення координат можна розглянути конхоїдальне перетворення простору [14]. Наприклад, якщо за початок відліку обрати будь-яку площину Γ' (рис. 1, *а*), а параметр ρ залишити постійним, то відкладаючи його на променях конгруенції у певному напрямі можна отримати просторове конхоїдальне перетворення базової площини.

Розглянемо, як приклад, активне перетворення декартових координат у просторі, на базі конхоїдального перетворення, на полярні циліндричні (ЦПСК) або сферичні координати (СфПСК).

У першому випадку конгруенція координатних прямих задається двома фокальними прямими, одна з яких вісь Oz є власною, а друга – невласна. Така конгруенція двояко розшаровується на плоскі пучки променів. З одного боку, це може бути пучок паралельних площин, які перпендикулярні до власної фокальної прямої *а* (рис. 1, *а*), з іншого боку на пучок площин з віссю, яка є власною фокальною прямою конгруенції (рис. 1, б). Початком відліку координат може бути як власна фокальна пряма, так і довільна площина крім площин, яким належать пучки променів при розшаруванні конгруенції. У другому випадку (при активному перетворенні декартових координат на полярні сферичні) конгруенція може розшаровуватись на двопараметричну множину плоских пучків.

У роботі [14] запропоновано спосіб моделювання нових криволінійних поверхонь, з урахуванням властивості активного перетворення, коли дві проекціювальні площини у просторі, у процесі такого перетворення координат, перетворюються на дві поверхні. Тоді справедливою буде і ще одна властивість, що кожній точці площини рівня будуть відповідати точки конхоїдального циліндра або поверхні обертання з конхоїдальною твірною. Продемонструємо дієздатність такого підходу до моделювання.

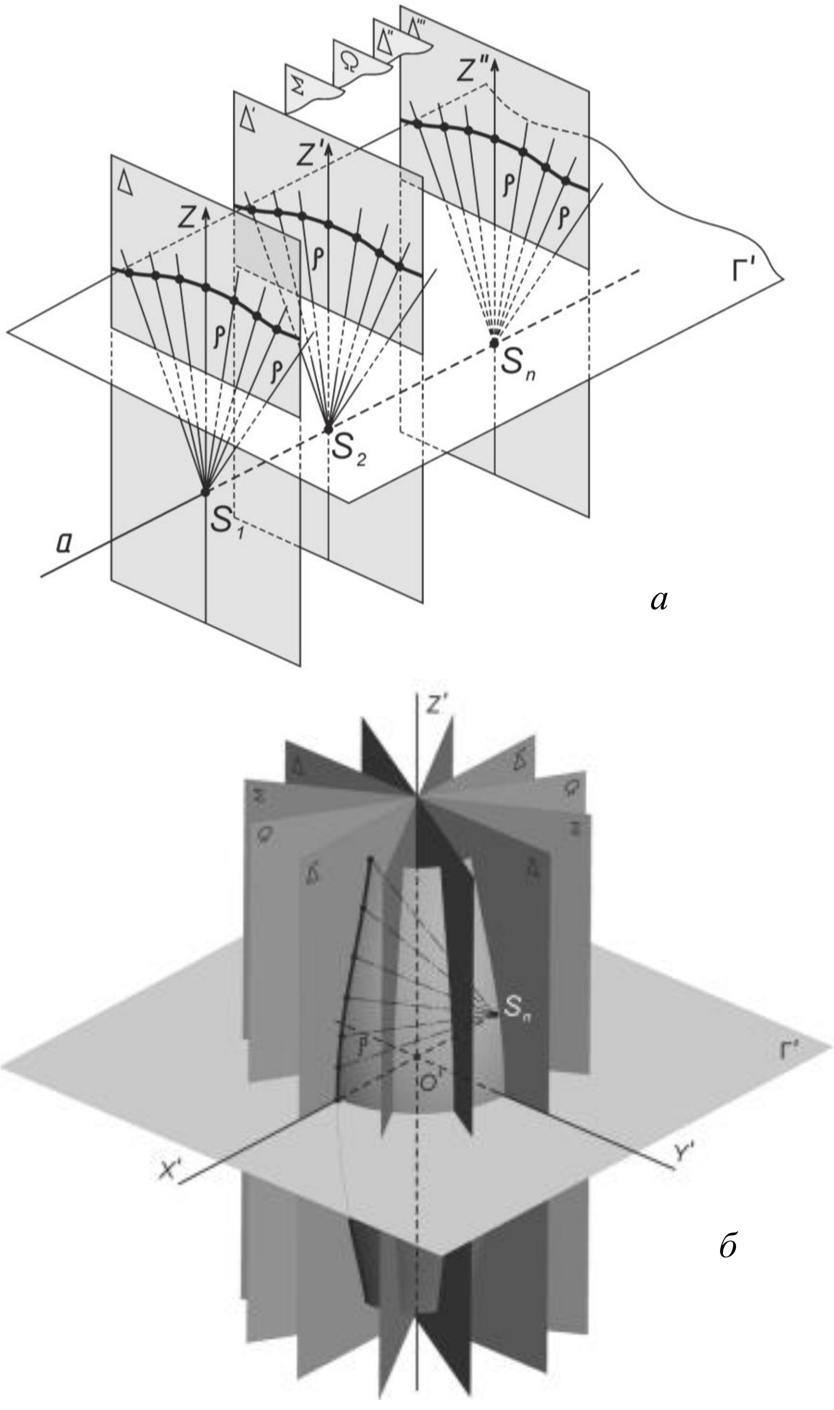


Рис. 1. Схема конхоїдального перетворення у ЦПСК та СфПСК

Вихідні умови, а саме координати вузлів крайового контура, пропонується розміщувати у шарі між двома граничними поверхнями, форма яких буде прообразом форми модельованої поверхні.

Саме ці граничні поверхні будуть результатом обраного перетворення, яке застосували для перетворення площин рівня. При зворотному перетворенні шар між двома граничними поверхнями стане шаром між двома площинами, у якому буде проводитись розрахунок координат вузлів розтягнутої сітки за допомогою статико-геометричного методу без врахування зовнішнього навантаження, лише під дією власної ваги. Важливо, щоб система координат поверхні-образу була такою ж, як система координат поверхні-прообразу. Для спрощення розрахунків у роботі була обрана прямокутну декартова система координат.

Слід також зазначити, що чим меншою буде відстань між граничними поверхнями, тим меншою буде відстань між площинами після перетворення, і тим ближчою буде форма модельованої поверхні до форми граничної поверхні-прообразу, а вузли дискретної сітки ближчими до вузлів дискретних каркасів обмежувальних поверхонь.

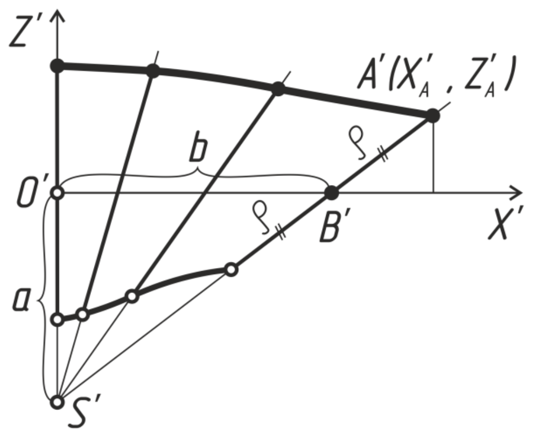


Рис. 2. Схема побудови конхоіди Нікомеда

Розглянемо конхоїду Нікомеда, яка належить до алгебраїчних кривих четвертого порядку. Її форма залежить від двох її параметрів ρ та a (рис. 2). Де a – відстань від початку системи координат до полюсу S, ρ – параметр конхоіди (величина ρ залишається однаковою для всіх площин Δ, Σ, Ω і т. інш. (рис. 1)). Пряма $O'S'$ (рис. 2) – власна фокальна фігура конгруенції. У процесі побудови кривої можна отримувати одночасно дві її гілки. Для подальшого моделювання криволінійної поверхні обмежимось лише точками, що будуть розміщуватись з одного боку від базису конхоіди, який суміщено з площиною $z = 0$. Тому буде використана лише одна гілка кривої, для точок якої аплікати будуть додатними $z > 0$.

Розглянемо перетворення координат у просторі на базі конхоідального перетворення, коли кожній точці у просторі (рис. 1, *б*) відповідатиме точка поверхні обертання з твірною у вигляді конхоіди Нікомеда. Для розв’язання поставленої задачі координатною системою образу обираємо сферичну полярну систему координат.

Більшість класичних методів геометричного моделювання використовують прямокутну декартову систему координат, оскільки саме для неї найбільш детально розроблено апарат аналітичної геометрії. Статико-геометричний метод не є винятком. Тоді формули прямого перетворення – переходу із спеціальної системи координат у декартову і, формули зворотного перетворення – переходу із декартової системи у спеціальну будуть мати вигляд:

– формули прямого перетворення будуть мати вигляд:

$$x' = x + \frac{xz}{\sqrt{x^2 + a^2}};$$

$$y' = y; \qquad (1)$$

$$z' = \frac{az}{\sqrt{x^2 + a^2}}.$$

– формули зворотного перетворення виглядатимуть так:

$$x = \frac{ax'}{a + z'};$$

$$y = y'; \qquad (2)$$

$$z = \frac{z'\sqrt{(x')^2 + (a + z')^2}}{a + z'}.$$

Послідовність розрахунку координат вузлів дискретного каркаса модельованої поверхні, прообразом якої буде поверхня обертання з твірною у вигляді конхоіди Нікомеда, складається з наступних кроків.

1. Необхідно задати вихідні умови, а саме: форму лінії опорного контура; координати вузлів цієї лінії. Все це розмістити у шарі між двома обраними граничними поверхнями, якими будуть поверхні обертання із твірними у вигляді Конхоід. Призначити систему координат $O'x'y'z'$.

2. За формулами зворотного перетворення (2) всі вихідні дані разом із граничними поверхнями переводимо у прямокутну декартову систему координат поверхні-прообразу. Отримуємо у системі координат $Oxyz$ дві площини (граничні) у межах яких буде моделюватись дискретний каркас поверхні і лінію контура, на якому буде моделюватись розтягнута сітка поверхні під власною вагою.

3. Для знаходження координат вузлів дискретного каркаса у системі координат $Oxyz$ за статико-геометричним методом складаємо та розв'язуємо систему лінійних рівнянь рівноваги вузлів без врахування зовнішнього навантаження.

4. Після визначення координат всіх вузлів розтягнутої сітки, за формулами (1) прямого перетворення визначаємо координати вузлів поверхні-образа з властивостями конхоідальної поверхні обертання.

5. За отриманими координатами у системі $O'x'y'z'$, за допомогою графічного редактора Solid Works, будуємо дискретний каркас модельованої поверхні.

Приклад. Необхідно побудувати дискретний каркас поверхні на восьмикутному плані (рис. 3), опорний контур якої задано у формі ламаної (рис. 4, *а*), що складається з 16 ланок. Топологічну схему дискретної сітки на восьмикутному плані показано на рис. 4, *б*. Оскільки будується поверхня обертання обираємо радіально-кільцеву нумерацію всіх вузлів сітки.

Поверхня, яка моделюється, повинна розміщуватись у шарі між двома граничними поверхнями обертання Ω' й Δ' у системі координат образу $O'x'y'z'$ (рис. 3, *а*). Рівняння довільної конхоїди Нікомеда з полюсом S_i', який розміщується на вертикальній осі $O'z'$, у системі координат образу має вигляд:

$$z'\sqrt{(z'+a)^2+x'^2}-\rho\,(z'+a)=0$$

або

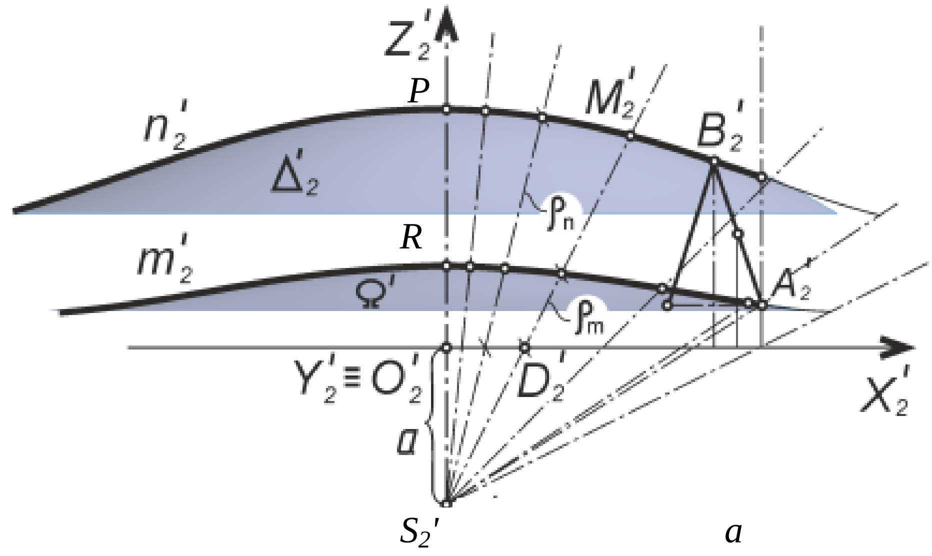
$$x'=\frac{(z'-a)\sqrt{\rho^2-z'^2}}{z'}. \tag{3}$$

Рівняння граничної поверхні, отриманої у результаті обертання конхоїди Нікомеда навколо вертикальної осі з урахуванням (3), має вигляд:

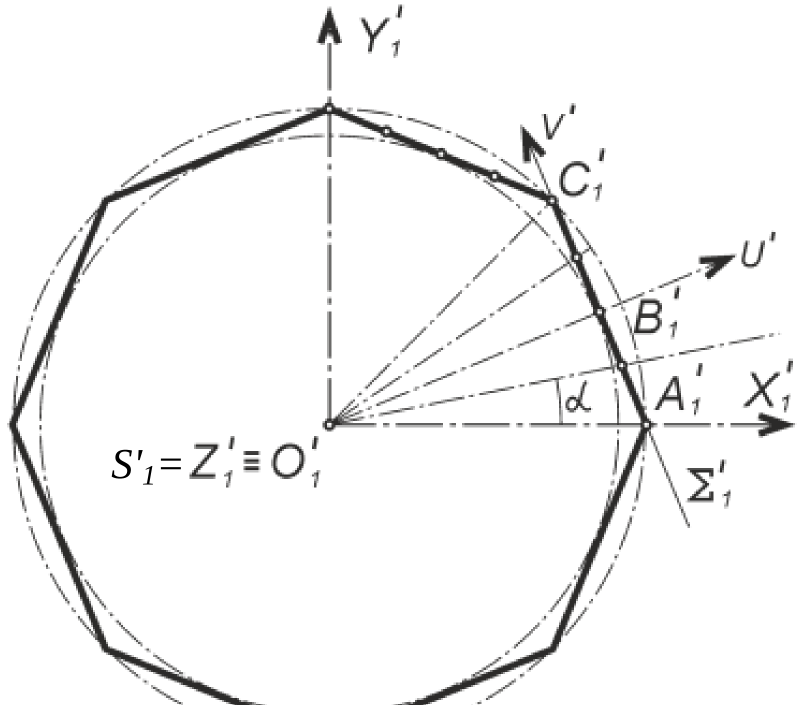
$$x'^2+y'^2=\frac{(\rho^2-z^2)\,(z+a)^2}{z^2}. \tag{4}$$

Поверхня, що моделюється повинна розміститись у шарі між двома поверхнями обертання, твірними яких є конхоїди Нікомеда m' й n' (рис. 3, *а*). Задано параметри цих конхоїд $a_m=a_n=-20$ лін. од. Параметри конхоїд ρ_m і ρ_n, при заданих параметрах a_m і a_n, визначаємо за формулою: $\rho=DM'=\sqrt{(x_M'-x_M')^2+(z_M')^2}$ і отримуємо, відповідно $\rho_m=10$; $\rho_n=20$. Тоді, висоти центральних вузлів P і R поверхонь n' і m' обертання будуть відповідно $z_P'=30$ лін. од., $z_R'=10$ лін. од. Задано в плані правильний восьмикутник, вписаний у коло діаметром 80 лін. од.

Після розрахунку параметрів конхоїд і побудови поверхонь обертання можна визначити, що товщина шару між обмежувальними поверхнями буде змінюватись у межах від 20.0 до 17.4 лін од. Опорний контур поверхні, має форму ламаних типу $A'B'C'$ (рис. 4, *а*) у площині Σ' (рис. 4, *б*), на восьмикутному плані, де,
$A(x_A=40; y_A=0; z_A=5.3536)$,
$B(x_B=34.142; y_B=14.142; z_B=22.6784)$,
$C(x_C=28.284; y_C=28.284; z_C=5.3536)$.



а



б

Рис. 3. Схема конхоідального перетворення для побудови поверхні обертання, вихідні дані

Рівняння (3) дозволяє визначити висоти найвищого та найнижнього вузлів опорного контура у вертикальній площині Σ', як вузлів, що належать конхоїдам.

За формулами (2) перераховуємо координати вершин опорного контура і за допомогою СГМ розв’язуємо систему рівнянь рівноваги вузлів без врахування зовнішнього формоутворюючого навантаження, але з урахуванням симетрії плану для 1/8 частини дискретної сітки.

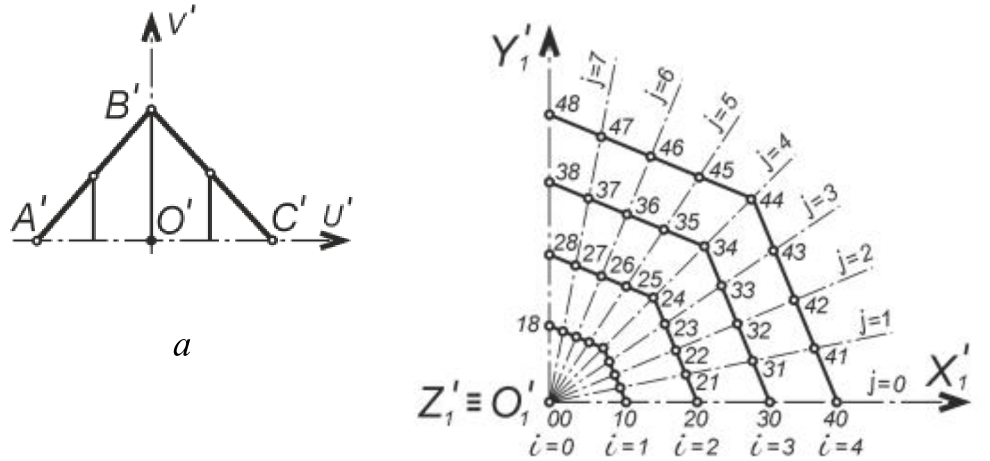


Рис. 4. Фрагмент ламаної опорного контура та топологічна схема дискретної сітки модельованої поверхні

Для знаходження абсцис вузлів складаємо систему з 24 рівнянь, для знаходження ординат вузлів 24 рівняння, для знаходження аплікат вузлів – систему з 16 рівнянь. За формулами прямого перетворення (1) перераховуємо координати всіх вузлів дискретної сітки.

На рис. 5 показано ортогональні проекції та аксонометрію змодельованої поверхні на восьмикутному плані.

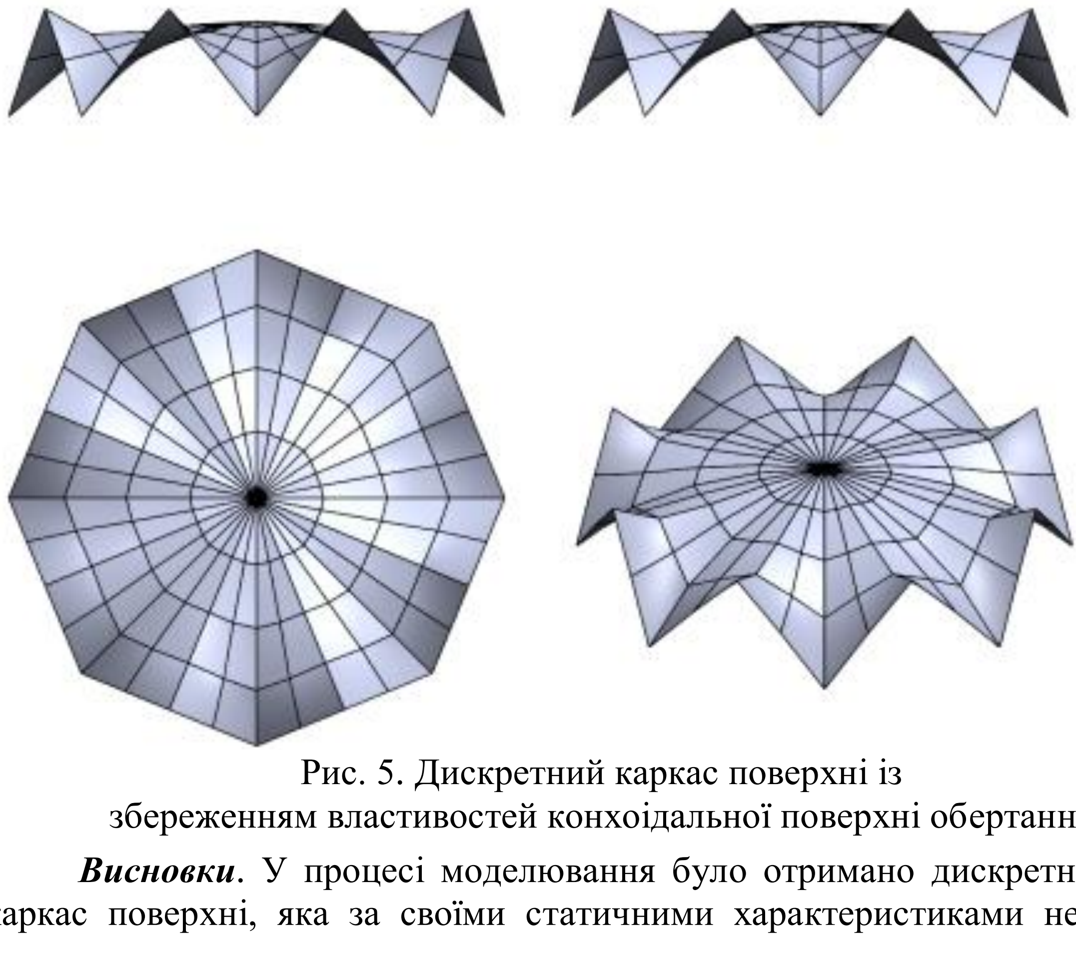


Рис. 5. Дискретний каркас поверхні із збереженням властивостей конхоїдальної поверхні обертання

Висновки. У процесі моделювання було отримано дискретний каркас поверхні, яка за своїми статичними характеристиками не є врівноваженою. Але, використання геометричного конхоідального просторового перетворення, разом із статико-геометричним методом дозволяє формувати дискретні каркаси поверхонь із врахуванням певних властивостей зазначеного перетворення і отримувати нові форми поверхонь, дуже близькі до поверхонь-прообразів. Самі поверхні-прообрази утворюються перетворенням двох площин у просторі і виступають граничні поверхнями шару. Формування каркасів поверхонь у межах обраного шару дозволяє наближати форму модельованої поверхні до бажаного образу.

Література

1. Корн Г., Корн Т. *Справочник по математике для научных работников и инженеров.* М.: Физматгиз, 1977. 832 с.
2. Кащенко А.В., Вязанкин В.О. Моделирование поверхностей биооболочек с учетом физических условий их образования. *Прикладна геометрія та інженерна графіка: міжвідомчий науково-технічний збірник.* Киев : КИСИ, 1985. Вып. 40. С. 46–48.
3. Пилипака Т.С., Грищенко І.Ю., Кремець Т.С. Аналітичний пошук поверхонь обертання, віднесених до ізометричних координат. *Прикладна геометрія та інженерна графіка : міжвідомчий наук.-техн. збірник.* Київ : КНУБА, 2012. Вип. 90. С. 229–237.
4. Малый А.Д., Ульченко Т.В., Щербак А.С., Попудняк Ю.Я. Взаємно однозначні нелінійні перетворення простору з тотожною площиною. *Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту*. Дніпро, 2016. № 3 (63). С. 179–188. doi:10.15802/stp2016/74768.
5. Боровиков И.Ф., Бескровный Д.В., Яковчук О.А. Использование бирациональных преобразований с пучками самосоответственных коник в геометрическом моделировании кривых и поверхностей. Альманах современной науки и образования. Тамбов: Изд-во Грамота, 2016. № 10 (112). С. 10–12. ISSN 1993-5552.
6. Боровиков И.Ф., Иванов Г.С. Геометрическое преобразование в инженерной геометрии. *Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана,* 2015. № 5. С. 334–347. doi:10.7463/0515.0770568.
7. Иванов Г.С. Применение идеи расслоения в конструировании кремоновых преобразований. *Основные направления научно-педагогической деятельности факультета ландшафтной архитектуры: научные труды МГУЛ.* Москва : Изд-во МГУЛ, 2010. Вып. 348. С. 96-100.
8. Иванов Г.С. Конструирование технических поверхностей (математическое моделирование на основе нелинейных

преобразований). М.: Машиностроение, 1987. 92 с.
9. Hudson H. Cremon transformation in plane and space. Cambridge, 1921. 433 p.
10. Ботвіновська С.І., Ковальов С.М., Золотова А.В. Геометричне моделювання поверхонь СГМ за допомогою перетворення інверсії. *Зб. наук. праці МДПУ ім. Б. Хмельницького*. Мелітополь: МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2016. Вип. 5. С. 47–57.
11. Ботвіновська С.І. Аналіз можливостей використання геометричних перетворень при моделюванні дискретних каркасів поверхонь. *Зб. наук. праці МДПУ ім. Б. Хмельницького*. Мелітополь: МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2018. Вип. 13. С. 19–57.
12. Косякова Е.Ю. Конструирование линейных каркасов гладких двумерных обводов посредством бирациональных преобразований. *Научные труды КубГТУ*, 2015. № 6. С. 1–5.
13. Ботвіновська С.І. Формування дискретної моделі просторової оболонки з використанням конхоідального перетворення. Управління розвитком складних систем : наук. зб. Розділ «Інформаційні технологій проектування». Київ : КНУБА. 2016. № 26. С. 135–140.
14. Ботвіновська С.І. Теоретичні основи формоутворення в дискретному моделюванні об’єктів архітектури та дизайну: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра. техн. наук : 05.01.01. «Прикладна геометрія, інженерна графіка». Київ : КНУБА, 2018. 43 с.

КОНХОИДАЛЬНОЕ ПЕРЕОБРАЗОВАНИЕ, КАК ПРИМЕР АКТИВНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КООРДИНАТ ПРИ ДИСКРЕТНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Ботвиновская С.И.

В работе рассматриваются возможности использования активного преобразования координат на примере конхоидального преобразования пространства. Среди множества существующих способов образования криволинейных поверхностей различных форм можно выделить получение новых кривых линий или поверхностей путем преобразования уже хорошо известных и изученных геометрических объектов. Синтез статико-геометрического метода и геометрических преобразований позволит получать новые формы дискретных моделей разнообразных архитектурных поверхностей. Выбор того или иного геометрического преобразования связан с исходными данными моделируемой поверхности и свойствами самого преобразования. Такой подход позволит расширить список *конструктивных и эстетических свойств, которые могут быть учтены при моделировании поверхностей. Преобразование дискретных каркасов это один из примеров обобщения статико-геометрического метода. Определение координат узлов дискретного каркаса поверхности происходит без учета внешней формообразующей нагрузки на узлы. Это позволяет задавать границы существования узлов дискретного каркаса в виде слоя между двумя граничными поверхностями. Такие поверхности по форме выступают прототипами для новых моделируемых поверхностей. С конструктивной точки зрения граничные поверхности являются результатом выбранного пространственного преобразования двух плоскостей. Формирование дискретного каркаса поверхности, в пределах выбранного слоя, позволяет приблизить форму моделируемой поверхности к желанному образу, что подтверждается многочисленными примерами. Демонстрация возможностей использования пространственного конхоидального преобразования декартовых координат на сферические и есть основной идеей представленной работы. Использование такого конхоидального преобразования вместе со статико-геометрическим методом при формировании дискретных образов в трехмерном точечном пространстве позволить получить поверхность, образ которой будет похожим на поверхность вращения с образующей в виде конхоиды Никомеда.*

Ключевые слова: геометрическое моделирование, преобразование пространства, активное преобразование координат, пространственное конхоидальное преобразование, свойства преобразования.

CONKHOIDAL TRANSFORMATION AS AN EXAMPLE OF AN ACTIVE TRANSFORMATION OF COORDINATES WHEN DISCRETE SURFACE MODELING

Botvinovska S.

The work discusses the possibilities of using active coordinate transformation using the example the Conchoidal transformation of space. There are many ways to form curved surfaces of different shapes. Transformation already well know and studied the geometrical objects is the most versatile way to obtain new curves of lines or surfaces. Synthesis of static-geometric method and geometric transformations will allow obtaining new forms of discrete models of various architectural surfaces.

The selection of a geometric transformation is related to the original *data of the simulated surface and the properties of the transformation itself. This approach will extend the list of design and aesthetic properties that can be considered in surface modeling. The conversion of discrete wireframes is one example of the generalization of the static-geometric method. The coordinates of the nodes of the discrete frame of the surface are determined without taking into account the external form-building loading on the nodes. This allows you to define the boundaries of the existence of discrete framework nodes in a layer between two boundary surfaces.*

Such surfaces, in shape, act as prototypes for new surfaces that are modeled. From a constructive point of view, boundary surfaces result from the selected spatial transformation of two planes. The formation of a discrete surface framework within the selected layer allows the shape of the simulated surface to be brought closer to the desired image, as evidenced by numerous examples.

The main idea of the presented work is to demonstrate the possibilities of using spatial conchoidal transformation of Cartesian coordinates into spherical coordinates when forming discrete frameworks. Using this kind of conchoidal transformation together with the static-geometric method, when forming discrete images in three-dimensional point space, it is possible to obtain a surface whose appearance will be similar to the surface of revolution with a generatrix in the form the Conhoid of Nycomed's.

Keywords: geometrical modeling, transformation of space, active transformation of coordinates, spatial conchoidal transformation, properties of transformation.