УДК 514.18

ГЕОМЕТРИЧНИЙ СПОСІБ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ ТОЧКОВОГО ПОЛІНОМУ У ПАРАМЕТРИЧНІЙ ФОРМІ

Верещага В.М., д.т.н.,
Павленко О.М., к.т.н.,
Адоньєв Є.О., д.т.н,
Рубцов М.О., к.т.н.
Мелітопольська школа прикладної геометрії,
Мелітопольський державний педагогічний університет
імені Богдана Хмельницького (Україна)

Геометричний спосіб інтерполяції забезпечує глобальною інтерполяцією дискретно поданих ліній (ДПЛ) і, при цьому, не використовуються системи алгебраїчних рівнянь для знаходження коефіцієнтів інтерполянта і, навіть, взагалі інтерполяційні коефіцієнти не потрібно знаходити, тому що точковий поліном цього не передбачає.

Точковий поліном – це ціла раціональна функція, що складається із суми добутків, першим множником кожного з доданків якої є точка вихідної ДПЛ, а другим – алгебраїчні множники у параметричний формі, що являють собою цілі раціональні вирази, які подаються у вигляді добутку різниць між параметрами відповідних вузлових точок і поточними параметром-аргументом t.

Параметризація вихідної ДПЛ може бути застосована уздовж координатної осі, або уздовж довільної прямої, або уздовж довжин ланок, що з'єднують поспіль усі точки вихідної ДПЛ.

Композиційна матриця параметрична, елементами якої є алгебраїчні множники, що входять до складу доданків точкового полінома, являє собою параметричну складову уніфікованої геометричної фігури вихідної ДПЛ, забезпечує глобальну геометричну інтерполяцію, оминаючи при цьому знаходження коефіцієнтів, складання і розв'язання системи лінійних рівнянь.

Уніфікація вихідної геометричної фігури передбачає поділення її на геометричну та параметричну складові. Геометрична складова описується за допомогою композиційної матриці точкової, а параметрична складова – за допомоги композиційної матриці параметричної.

Складові точкового поліному – доданки, які являють собою добутки відповідних елементів композиційних матриць точкової та параметричної. Геометричну складову представляють безпосередньо точки вихідної ДПЛ, а параметричну – цілі раціональні вирази у *вигляді добутку різниць параметрів у вузлових точках вихідної ДПЛ та поточним параметром.*

Точковий інтерполяційний поліном за способом побудови елементів та геометричним сенсом функціонування є схожим на інтерполяційний поліном за формою Лагранжа. Однак, є набагато потужнішим за нього через те, що за допомогою точкового полінома розв'язки відбуваються у координатному просторі в цілому, а не окремо на кожній з координатних площин. Окрім цього, одержаний розв'язок у просторі можна перенести на будь-яку з координатних площин або, навіть, на підпростори.

Ще однією перевагою точкового полінома є те, що його запис не потрібно змінювати у разі наявності кратних точок (таких що співпадають) на вихідній ДПЛ. Дво-, три-, n-кратні точки виникають на сітках об'ємних об'єктів довільної форми.

Ключові слова: точковий поліном, композиційна матриця, уніфікація геометричної фігури, кратні точки.

Постановка проблеми. Геометричне моделювання та відтворення об'ємних об'єктів довільної форми, у більшості випадків, потребує побудови сітки на поверхні відповідного геометричного тіла. Враховуючи, що тіло має довільну форму, сітка на його поверхні має бути зі змінною кількістю ліній як у прямому, так і у трансверсальному напрямках. Застосування змінюваної кількості ліній у сітках, на означених поверхнях, потребує введення на цих сітках кратних точок з метою збільшення-зменшення кількості чарунок на поверхні, яка моделюється. Окрім цього, виникає необхідність створення чарунок у формі трикутника, відтинка прямої або навіть чарунки, що виродилась у точку. Одержання таких чарунок забезпечує наявність кратних, дискретно поданих, точок на лініях сітки, до яких необхідно, у подальшому, застосовувати процес інтерполяції. При цьому, на кожній ДПЛ можуть виникати геть різні композиції вихідних точок. Отже, виникає проблема розробки та доведення можливості застосування способу інтерполяції ДПЛ, що утримують кратні точки і, при цьому, форма запису інтерполянта не потребувала б жодних змін за результатом будь-яких змін геометричної композиції вихідних точок. Означену проблему і буде розв'язано у даній роботі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Ця робота виконана у рамках і є подальшим розвитком композиційного геометричного моделювання [1, 4, 5, 7], який було розроблено на базі точкового числення Балюби-Найдиша [2, 3].

У згаданих роботах вказується на те, що будь-яка геометрична фігура (ГФ) розглядається як скінчена дискретна непуста множина точок, яка може утримувати різного роду підмножини, що представляють собою цілісний геометричний об'єкт (ГО), який являє собою геометричну композицію, при цьому, зміна або заміна будь-якого з елементів геометричної композиції не тягне за собою ніяких змін для решти інших елементів цієї композиції. Геометрична композиція відрізняється від іншого роду композицій тим, що для кожного з її елементів встановлено власні розміри та розміри, що визначають взаємне розташування усіх елементів. Окрім того, у композиційному геометричному моделюванні кожна вихідна геометрична фігура подається у вигляді двох складових – геометричної і параметричної частин. Такий поділ на дві частини обґрунтовується тим, що будь-яку ГФ визначає, безпосередньо, наявна кількість вихідних точок, а ні в якому разі, не їх взаємне розташування. Наявність точок ГФ представляє її геометричну частину, а взаємне розташування точок ГФ представляє її параметричну частину. Представлення вихідної ГФ у вигляді двох частин названо уніфікацією ГФ.

Композиційне геометричне моделювання базується на застосуванні композиційних матриць. Існуюча теорія матриць вивчає матриці, що описують алгебраїчні системи, у алгебраїчних описах яких їх складові елементи знаходяться у певній залежності один від одного. Наявність таких залежностей, зі зміною одного будь-якого з елементів, тягне за собою відповідні зміни вихідних значень для решти інших.

В результаті цього, необхідно проводити нові розрахунки у повному обсязі щодо розв'язання задачі, а це приводить до дорожчання моделювання.\ та зменшення його ефективності.

Окрім цього, наявність взаємозалежностей між елементами, у описах алгебраїчних систем та матриць, що їм відповідають, впливає на результати розв'язків через обмеження свободи вибору складових вихідних елементів. І навпаки, у композиційних матрицях елементи обираються вільно, незалежно один від одного, кількість яких відповідає вимогам до певної композиції. Наприклад, трикутник – визначається трьома точками і, при цьому, для загального виду трикутника не існує жодних обмежень щодо взаємного розташування трьох точок, які його визначають. Отже, композиційні матриці призначені для опису геометричних фігур.

У роботі [6, 8] розглядається спосіб розгортання-згортання чарунок, який передбачає наявність на дискретно поданих кривих (ДПК) кратних точок. Однак, у роботах [6, 8] не було доведено можливість проведення інтерполяції ДПК з наявними кратними точками. Чим і викликано написання даної статті, теоретичним підґрунтям для якої є теорія нескінченно малих [9].

Формування цілей статті. Показати і пояснити причини того, що зміна геометричної композиції, складеної з n точок, які утворюють геометричні фігури (ГФ), навіть такі, що утримують кратні точки, і, що в результаті подальшої інтерполяції ГФ, значення елементів, для вузлових точок, інтерполяційної композиційної матриці параметричної лишаються сталими та можуть, при цьому, бути інколи точними, інколи границями, до яких прямують характеристичні функції, а інколи змішаними, тобто, утримувати й точні, й граничні значення одночасно.

Основна частина. Як відомо [9], функцією є встановлення відповідності між зміною $x \in X$ та змінною $x \in Y$, де X та Y, відповідно, поле значень аргумента та поле значень функції.

Функції можуть бути складеними, що утворені за допомогою суперпозиції декількох функцій, та елементарними. Основними елементарними функціями є:

- степенева $y = x^n$;
- показникова $y = a^x$;
- логарифмічна $y = \log_a x$;
- тригонометричні;
- обернені тригонометричні.

Окрім того, елементарними вважаються функції, які є складеними із основних елементарних функцій і сталих величин з використанням кінцевого числа операцій додавання, віднімання, множення, ділення і взяття функції від функції.

До складених алгебраїчних функцій відноситься ціла раціональна функція (многочлен або поліном).

$$y = \sum_{j=0}^{n} a_j x^j , \tag{1}$$

де a_j $(j = \overline{0, n})$ – сталі числа – коефіцієнти; n – ціле невід'ємне число.

Для того, щоб у полінома за формою (1) визначити a_i, які забезпечують інтерполяцію дискретно поданої кривої (ДПК), необхідно скласти та розв'язати відносно a_j $(j = \overline{0, n})$ систему лінійних рівнянь з n змінними величинами, яка має вигляд:

$$\sum_{j=0}^{n} a_j x^j = b_i, \text{для } i = \overline{1, m}. \tag{2}$$

Розв'язком системи (2) вважається така сукупність j чисел для j $= \overline{0, n}$, за результатами підстановки яких у систему (2), кожне її рівняння обертається у правильну рівність. Такій спосіб знаходження коефіцієнтів полінома за формою (1) є дієвим для невеликих значень

n. Однак, зі збільшенням значення n, збільшується розмірність системи лінійних рівнянь (2), яка тягне за собою збільшення похибки розв'язку. Тобто, як вказується у роботах [11, 12], постає, так зване, «прокляття розмірності» коли збільшуються і похибка розв'язку, і витрати комп'ютерного ресурсу на розв'язання задачі. За достатньо великих розмірів системи (3) похибка може звести розв'язок задачі, навіть, нанівець. Розглянутий спосіб інтерполяції є алгебраїчним, тобто у його основу покладено алгебраїчні методи розв'язання задачі. Матриці, які використовуються для розв'язання алгебраїчних систем, нами названо алгебраїчними матрицями [1, 4, 5, 7].

Розглянемо геометричний спосіб інтерполяції ДПК, який оминає складання і розв'язок системи лінійних рівнянь типу (2). Цей геометричний спосіб інтерполяції базується на складанні, спеціального вигляду, алгебраїчних множників, у параметричній формі, до кожної з вихідних точок ДПК. Ці множники являють собою цілі раціональні вирази і подаються у вигляді добутку різниць між параметрами відповідних вузлових точок і поточним параметром-аргументом *t*. Вказані цілі раціональні множники (надалі – множники) у одному, відповідному, вузлі дорівнюють одиниці, а в усіх інших вузлах інтерполяції дорівнюють нулю. Наприклад, нехай вузлів інтерполяції буде три. Позначимо через t_1 – параметр для першого вузла інтерполяції, що відповідає першій базисній точці A_1; t_2, – параметр для другого вузла інтерполяції, що відповідає другій базисній точці A_2; t_3 – параметр для третього вузла інтерполяції, що відповідає третій базисній точці A_3. Тоді множник, для точки A_1, матиме вигляд:

$$P_1(t)=\frac{1}{\lambda_1}(t_2-t)(t_3-t), \tag{3}$$

де $P_1(t)$ – параметр-аргумент, а параметр *t* змінюється $0 \le t \le 1$.

Як бачимо, у (3) відсутній множник (t_1-t), тобто такий, у якого індекс «1» зменшуваного співпадає з індексом для $P_1(t)$.

Для базисної A_2 множник матиме вигляд:

$$P_2(t)=\frac{1}{\lambda_2}(t_1-t)(t_3-t), \tag{4}$$

Як бачимо, у (4) відсутній множник (t_2-t), тобто такий, у якого індекс «2» для зменшуваного співпадає з індексом для $P_2(t)$.

Для базисної A_2 множник матиме вигляд:

$$P_3(t)=\frac{1}{\lambda_3}(t_1-t)(t_2-t), \tag{5}$$

Як бачимо, у (5) відсутній множник (t_3-t), тобто такий, у якого індекс «3» для зменшуваного співпадає з індексом для $P_3(t)$.

Тут λ_i для ($i=\overline{1,3}$) – знаменник коефіцієнту $\frac{1}{\lambda_i}$, який приводить значення відповідного $P_i(t)$ до одиниці.

Складені множники (3), (4), (5) є цілими раціональними полінами другого степеня, які за значенням параметрів у вузлових точках, дорівнюватимуть або одиниці, або нулю. Складемо таблицю 1 що відповідає стверджуваному.

Таблиця 1

	$P_1(t)$	$P_2(t)$	$P_3(t)$	$\sum_{j=0}^{n} P_i(t_i)$
t_1	$P_1(t_1) = 1$	$P_2(t_1) = 0$	$P_3(t_1) = 0$	1
t_2	$P_1(t_2) = 0$	$P_2(t_2) = 1$	$P_3(t_2) = 0$	1
t_3	$P_1(t_3) = 0$	$P_2(t_3) = 0$	$P_3(t_3) = 1$	1

Отже, значення елементів таблиці 1 $P_j(t_i)$, для $i = j$ дорівнюють одиниці через те, що у кожного з них відсутній множник різниці (t_i-t), у якого індекс «i» для зменшуваного, співпадає, за значенням, з індексом «i» біля літери P, тобто для $P_i(t)$.

У проміжних значеннях t, для $0 < t < 1$ (табл. 1), які не співпадають зі значеннями параметрів t у вузлових точках, множники $P_i(t), (i = \overline{1,3})$ будуть мати розрахункові значення. При цьому, їх сума не обов'язково має дорівнювати одиниці.

Зауважимо, що у табл. 1 значення множників $P_i(t), (i = \overline{1,3})$ мають точні значення через те, що композиція з трьох точок не утримує дво- та трикратних точок, тобто таких, що двічі або тричі співпадають.

Однак, у геометричній композиції з трьох точок, які мають дві або навіть три точки, що збігаються, значення, аналогічні значенням з таблиці 1, не є точними, а являють собою границі, до яких прямують значення множників $P_i(t)$, для $i = \overline{1,3}$. У таблиці 2 надамо схеми значень границь для $P_i(t)$, які було доведено у роботах [10].

Таблиця 2.

Схема визначення границь для множників $P_i(t)$

P \ t	$P_1(t)$	$P_2(t)$	$P_3(t)$	$\sum P_i(t)$
t_1	$\lim_{t \to t_1} P_1(t_1) = 1$	$\lim_{t \to t_1} P_2(t_1) = 0$	$\lim_{t \to t_1} P_3(t_1) = 0$	1
t_2	$\lim_{t \to t_2} P_1(t_2) = 0$	$\lim_{t \to t_2} P_2(t_2) = 1$	$\lim_{t \to t_2} P_3(t_2) = 0$	1
t_3	$\lim_{t \to t_3} P_1(t_3) = 0$	$\lim_{t \to t_3} P_2(t_3) = 0$	$\lim_{t \to t_3} P_3(t_3) = 1$	1

Як бачимо, значення характеристичних функцій $P_i(t)$, для $i = \overline{1,3}$ у таблиці 1 і таблиці 2 співпадають. Це співпадіння буде відбуватись завжди через те, що цілі раціональні функції-множники $P_i(t)$ з (3), (4), (5) складені таким чином, що коли індекси біля літери P та t співпадають, то значення множника $P_i(t_i)$ дорівнює одиниці. Таке співпадіння відбувається уздовж діагоналі у таблицях 1 та 2.

І навпаки, коли індекси «i» біля літери P та t не співпадають, то значення множників $P_i(t_i)$ дорівнюють нулю. Такі значення гарантуються самою побудовою цілих раціональних функцій-множників. І тільки така побудова забезпечує вимоги щодо геометричного способу інтерполяції вихідної ДПК точковим поліном, що має наступний вигляд:

$$M = \sum_{i=1}^{3} A_i P_i(t), \tag{6}$$

де M – поточна точка інтерполянта (6) – точкового полінома.

У роботах [4, 5] цілі раціональні функції $P_i(t)$, для $i = \overline{1,3}$ названо характеристичними функціями (ХФ) через те, що у вузлових точках їх значення дорівнюють одиниці або нулю. Як бачимо, у точковому рівнянні (6) ХФ $P_i(t)$ є множниками, які складають добуток, з відповідними, за індексом «i», точками A_i, для $i = \overline{1,3}$. Ці добутки $A_i P_i(t)$ є нісенітницею з точки зору традиційних методів математики. Однак, у термінах точкового БН-числення (Балюби-Найдиша числення) [68, 84], цей запис має потужне узагальнююче значення для формалізації геометричних операцій (геометрична формалізація). Його треба розуміти як алгоритм проведення дій для кожної координати, що визначають точки A_i. Запис (6) точкового полінома треба розуміти як розв'язок у просторі, а не окремо на кожній координатній площині.

Виходячи зі сказаного, параметрична композиційна матриця [4, 5] для геометричного способу інтерполяції трьох точок, матиме вигляд:

$$\begin{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\end{bmatrix} \tag{7}$$

У композиційній матриці (7) елементи можуть бути інколи точними, інколи границями, а інколи змішаними, до яких прямують характеристичні функції. Це залежить від геометричної композиції, яку складають три точки ДПК.

Було розглянуто геометричний спосіб знаходження інтерполяційного точкового полінома (6) для композицій з трьох точок. Таку саму форму запису має також інтерполяційний точковий поліном для n вихідних точок:

$$M = \sum_{i=1}^{n} A_i P_i(t), \tag{8}$$

якому відповідає параметрична композиційна матриця $A_п$ розміру $n \times n$. Це можна стверджувати через те, що вимоги щодо побудови цілих раціональних функцій-множників (характеристичних функцій) $P_i(t)$, (для $i = \overline{1,n}$) для n точок залишаються такими самими, як і для трьох точок. У загальному вигляді характеристичні функції для n точок мають вигляд:

$$P_j(t) = \frac{1}{\lambda_j} \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} (t_i - t_j);\ \text{для}\ j = \overline{1;n}, \tag{9}$$

де $\lambda_j = \prod\limits_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} (t_i - t_j);\ \text{для}\ j = \overline{1,n}.$

Якщо у (9) замість поточного параметру t почергово підставляти його значення $t{=}t_i$ у вузлових точках, то дістанемо параметричну композиційну матрицю $A_п$, розміром nxn, для інтерполяції n точок:

$$\underset{n\times n}{A_п} = \left[\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}\right] \tag{10}$$

Елементи матриці $A_п$ з (10), в залежності від вихідної композиції n точок, можуть бути точними одиницями та нулями, а можуть бути границями, до яких прямує значення характеристичної функції $P_j(t)$ з (9). Також, в залежності від наявної композиції вихідних n точок, елементи матриці $A_п$ з (10) можуть бути змішаними, тобто одна частина їх буде точними значеннями, а інша – буде являти собою границі для характеристичних функцій $P_j(t)$ з (9).

Висновки. Показано, що для забезпечення геометричного способу інтерполяції вихідної ДПК, яка складається з n точок, необхідно щоби композиційна матриця параметрична – $A_п$ інтерполяційного точкового полінома (8), для значень параметрів

$t_i\ (i = \overline{0,n})$, у вузлових точках, була діагональною. При цьому, значення кожного з усіх елементів діагоналі мають дорівнювати одиниці.

Література

1. Адоньєв Є.О. Композиційний метод геометричного моделювання багатофакторних систем: дис. ... д-ра техн. наук. К.: КНУБА, 2018. – 512 с.
2. Балюба И.Г. Конструктивная геометрия многообразий на основе точечного исчисления. Автореф.дисс…докт.техн.наук. - К.: КГТУСА, 1995.-36 с.
3. Балюба И.Г. Точечное исчисление [учебное пособие] / И.Г. Балюба, В.М. Найдыш; под ред. Верещаги В.М. // - Мелитополь: Изд-во МГПУ им. Б. Хмельницкого, 2015. - 234 с.
4. Верещага В.М. Основи композиційного геометричного моделювання.: навчальний посібник / В.М. Верещага, А.В. Найдиш, Є.О. Адоньєв, К.Ю. Лисенко – Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2019. – 255 с.
5. Верещага В.М. Метод композиційного геометричного моделювання: монографія / В.М. Верещага, А.В. Найдиш, Є.О. Адоньєв. – Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2019. – 310 с.
6. Верещага В.М. Моделювання горизонтального земельного майданчика у точковому численні: монографія / В.М. Верещага, О.М. Павленко, А.В. Найдиш. – Мелітополь: МДПУ імені Богдана Хмельницького, 2019. – 187 с.
7. Верещага В.М. Композиційне геометричне моделювання: Моногафія / В.М. Верещага. – Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2017 – 108с.
8. Павленко О.М. Геометричне моделювання вертикального планування горизонтальної земельної ділянки засобами точкового БН-числення: дис…канд.. техн. наук, 05.01.01 – Мелітополь: ТДАТУ, 2017 – 229с.
9. Рубцов М.О. Вища математика: навч. посіб. у 2-х ч., ч1. / М.О. Рубцов, В.І. Кравець, О.П. Назарова – Мелітополь: видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького – 2015. – 242 с.
10. Верещага В.М., Найдиш А.В., Рубцов М.О., Павленко О.М. Глобальна інтерполяція композиції з трьох точок параметричними поліномами за формою Лагранжа, що мають кратні точки. / Прикладна геометрія та інженерна графіка: міжвід. наук.-техн. збірник. / КНУБА. – К., Вип. , с. .
11. Демидович Б.Д. Основы вычислительной математики / Б.Д. Демидович, И.А. Марон - М.: Наука, 1966.- 644 с.

12. Овсянников Г.Н. Факторный анализ в доступном изложении: Изучение многопараметрических систем и процессов / Г.Н. Овсянников // М.: Книжный дои «Либроком», 2013 р. – 176 с.

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СПОСОБ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ТОЧЕЧНЫХ ПОЛИНОМОВ В ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЕ

Верещага В.М., Павленко А.М., Адоньев Е.А., Рубцов Н.А.

Геометрический способ интерполяции обеспечивает глобальную интерполяцию дискретно представленных линий (ДПЛ) и, при этом, не используются системы алгебраических уравнений для нахождения коэффициентов интерполянта, и нет необходимости находить интерполяционные коэффициенты, так как точечный поленом этого не предусматривает.

Точечный полином - это целая рациональная функция, состоит из суммы произведений, первым множителем каждого из слагаемых которой является точка исходной ДПЛ, а вторым - алгебраические множители в параметрический форме, которые представляют собой целые рациональные выражения и, при этом, представляются в виде произведения разницы между параметрами соответствующих узловых точек и текущими параметром аргументом t.

Параметризация исходной ДПЛ может быть применена вдоль координатной оси, либо вдоль произвольной прямой, или вдоль длины звеньев ломаной, соединяющих подряд все точки исходной ДПЛ.

Композиционная матрица параметрическая, элементами которой являются алгебраические множители, входящие в состав точечного полинома, представляет собой параметрического составляющую унифицированной геометрической фигуры исходной ДПЛ, обеспечивает глобальную геометрическую интерполяцию, минуя при этом нахождение коэффициентов, составление и решение системы линейных уравнений.

Унификация исходной геометрической фигуры предусматривает разделение ее на геометрическую и параметрическую составляющие. Геометрическая составляющая описывается с помощью композиционной матрицы точечной, а параметрическая составляющая - с помощью композиционной матрицы параметрической.

Составляющие точечного полинома - слагаемые, которые представляют собой произведения соответствующих элементов композиционных матриц точечной и параметрической. Геометрическую составляющую представляют непосредственно *точки исходной ДПЛ, а параметрическую - целые рациональные выражения в виде произведения различных параметров в узловых точках исходной ДПЛ и текущим параметром.*

Точечный интерполяционный полином, по способу построения элементов и геометрическим смыслом функционирования, походит на интерполяционный полином по форме Лагранжа. Однако, намного мощнее его из-за того, что с помощью точечного полинома решения происходят в координатном пространстве в целом, а не отдельно на каждой из координатных плоскостей. Кроме этого, полученное решение в пространстве можно перенести на любую из координатных плоскостей или даже на подпространства.

Еще одним преимуществом точечного полинома является то, что его запись не надо менять при наличии кратных точек (совпадающих) на исходной ДПЛ. Двух-, трех-, n-кратные точки возникают на сетках поверхностей объемных объектов произвольной формы.

Ключевые слова: точечный полином, композиционная матрица, унификация геометрической фигуры, кратные точки.

GEOMETRIC METHOD OF INTERPOLATION OF POINT POLYNOMIALS IN PARAMETRIC FORM

Vereshchaha V., Pavlenko O., Adoniev E., Rubcov M.

The geometric interpolation method provides global interpolation of discretely presented lines (DPL) and, at the same time, does not use systems of algebraic equations to find the interpolant coefficients, and there is no need to find interpolation coefficients, since the point log does not provide for this.

A point polynomial is an entire rational function, consists of a sum of products, the first factor of each of the terms of which is the point of the original DPL, and the second is algebraic factors in parametric form, they are entire rational expressions that are represented as the product of the difference between the parameters of the corresponding nodal points and the current argument argument t.

The parametrization of the initial DPL can be applied along the coordinate axis, either along an arbitrary straight line, or along the length of the cells connecting in a row all points of the original DPL.

The parametric compositional matrix, whose elements are the algebraic factors of the components of the point polynomial, is the parametric component of the unified geometric figure of the initial DPL,

provides global geometric interpolation, bypassing the coefficients, compiling and solving a system of linear equations.

The unification of the initial geometric figure provides for its division into geometric and parametric components. The geometric component is described using the point matrix, and the parametric component is described using the parameter matrix.

The components of a point polynomial are terms that are the products of the corresponding elements of the composite matrixes of point and parametric. The geometric component is represented directly by the points of the initial DPL, and the parametric - by whole rational expressions in the form of the product of various parameters at the nodal points of the original DPL and the current parameter.

The point interpolation polynomial in the method of constructing elements and the geometrical sense of functioning is like an interpolation polynomial in the Lagrange form. However, it is much more powerful due to the fact that with the help of a point polynomial the solutions occur in the coordinate space as a whole, and not separately on each of the coordinate planes. In addition, the resulting solution in space can be transferred to any of the coordinate planes or even to subspaces.

Another advantage of a point polynomial is that its record does not need to be changed if there are multiple points (coinciding) on the original DPL. Two-, three-, n-fold points arise on grids of volumetric objects of arbitrary shape.

Keywords: point polynomial, compositional matrix, unification of a geometric figure, multiple points