

УДК 621.833+621.85

СИНТЕЗ ЗУБЧАТЫХ И ЦЕПНЫХ ПЕРЕДАЧ С ЭВОЛЮТНЫМ ПРОФИЛЕМ И ИХ МОДЕЛИРОВАНИЕ В CAD-СИСТЕМАХ

Протасов Р.В., *

Андрienко С.В.,*

Устиненко А.В., к.т.н.

Словацкий технический университет (м. Братислава, Словакия)

*Статья посвящена синтезу эволютного зацепления для зубчатых и цепных передач и его моделированию в CAD-системах. Рассмотрено построение Бобилье, которое заключается в замене зубчатого механизма эквивалентным шарнирно-рычажным. На его основе предложен способ нахождения рабочего профиля зубьев колеса зубчатой передачи или звездочки цепной передачи. Преимущество этого способа заключается в возможности управлять качественными показателями цепного зацепления на этапе синтеза. Выполнено решение задачи синтеза интегрированием дифференциального уравнения, которое описывает профиль зуба колеса или звездочки: а) приближенное - в виде полинома с помощью программного комплекса *Vissim*; б) численное - методом Рунге-Кутты в системе *MathCAD*. Приведены примеры синтезированных профилей эволютной зубчатой пары и звездочки. Полученные массивы координат точек профилей были экспортированы через файл *Excel* в систему *Autodesk Inventor* для построения 3D-моделей зубчатых колес и звездочек. С целью обеспечения плавного изменения кривизны профиля зуба в 3D-модели точность расчетов в *MathCAD* задается принудительно – 7 знаков после запятой. Разработана методика построения твердотельной и конечно-элементной моделей зубчатых колес и звездочек в *Autodesk Inventor*. В качестве расчетной модели зубчатой пары приняты секторы шестерни и колеса, а для цепной передачи использован сектор звездочки и одна втулка цепи. В обоих случаях сектор состоит из пяти зубьев и обода рекомендуемой толщиной 3 модуля. Используется половина ширины шестерни и звездочки. Результаты исследований позволяют создавать новые зубчатые и цепные передачи с улучшенными характеристиками и проводить их моделирование в современных CAD-системах.*

Ключевые слова: эволютное зацепление, зубчатая передача, цепная передача, зуб, звездочка, построение Бобилье, синтез, CAD-система, Autodesk Inventor.

Постановка проблемы. Общеизвестно [1], что зубчатые передачи

* Научный руководитель – к.т.н., доц., с.н.с. Устиненко А.В.

в основном выходят из строя из-за усталостного выкрашивания и износа активных поверхностей зубьев. Интенсивный износ зубьев звездочек также характерен для гусеничного движителя и для цепных передач при их применении в приводах сельскохозяйственных и горных машин. Выкрашивание и износ зубьев зависят от интенсивности контактных напряжений и скоростей скольжения в зацеплении [1]. Понизить контактные напряжения можно увеличением приведенного радиуса кривизны ρ в зацеплении, например, при выпукло-вогнутом контакте зубьев. Таким образом, разработка и исследование новых зацеплений с выпукло-вогнутым контактом является актуальной задачей современного машиностроения. Одновременно отметим, что решение подобной задачи в наше время немыслимо без компьютерного моделирования геометрии и анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) передач. Первым этапом в этом направлении является построение пространственных моделей зубчатых колес и звездочек в современных САД-системах.

Анализ последних исследований и публикаций. Одним из путей решения этой задачи является применение эволютного зацепления, предложенного А. И. Павловым [2]. Оно основано на построении Бобилье [3], которое заключается в замене зубчатого зацепления эквивалентным четырехзвенным шарнирно-рычажным механизмом, исследование которого существенно упрощает задачу синтеза зацепления. Регулируя размеры механизма, можно получать передачи с различными геометро-кинематическими свойствами.

Что касается построения 3D моделей зубчатых колес, то в работе [4] описан процесс построения трехмерной модели в системе Pro/ENGINEER и создания на ее основе конечно-элементной модели для анализа НДС в САЕ-системе ANSYS. Однако эти САД- и САЕ-системы имеют низкую степень взаимной интеграции при передаче данных, а также достаточно сложны при работе с ними.

На сегодняшний день компания Autodesk успешно решила задачу интеграции САД- и САЕ-систем в программном комплексе для моделирования Autodesk Inventor при условии установки модуля Nastran In-CAD для анализа НДС.

Формулирование целей статьи. Целью статьи будет синтез эволютных профилей зубьев и построение 3D моделей зубчатых колес и звездочек в системе Autodesk Inventor.

Основная часть. На основании построения Бобилье в работах [2, 5] получены следующие дифференциальные уравнения 2-го порядка.

1. Для зубчатого зацепления:

$$y'' = \frac{y'(1 + y'^2)}{-ky' + x}, \quad (1)$$

где k – коэффициент разновидности, $k = h \sin \alpha_0$ (h – расстояние между полюсом зацепления и центром вращения шатуна заменяющего механизма; α_0 – угол зацепления в полюсе).

Уравнение получено в системе координат, начало которой находится в полюсе зацепления P , а оси x и y направлены соответственно вдоль и перпендикулярно межцентральной линии передачи (трением скольжения в зацеплении пренебрегаем).

2. Для цепной передачи:

$$\frac{1 + y_0'^2}{y_0''} = \frac{x_0}{y_0'} + \frac{r_0 k f}{(r_0 f - k)(1 - A y_0')}, \quad (2)$$

где $A = k / \left(\sqrt{(r_0 - k/f)^2 + k^2} \right)$; x_0, y_0 – координаты точек профиля зуба

звездочки в системе координат, центр которой совпадает с полюсом зацепления P , а ось x_0 является касательной к делительной окружности радиусом r_0 ; f – коэффициент трения скольжения в зацеплении.

Решение уравнения (1) дает нам исходный контур, от которого известными методами [3] можно перейти к профилю зуба. Этот переход выполнялся нами в системе MathCAD. Решение уравнения (2) сразу дает профиль зуба звездочки. Было предложено два подхода.

1. Приближенное решение в виде полинома с помощью программного комплекса Vissim [2]:

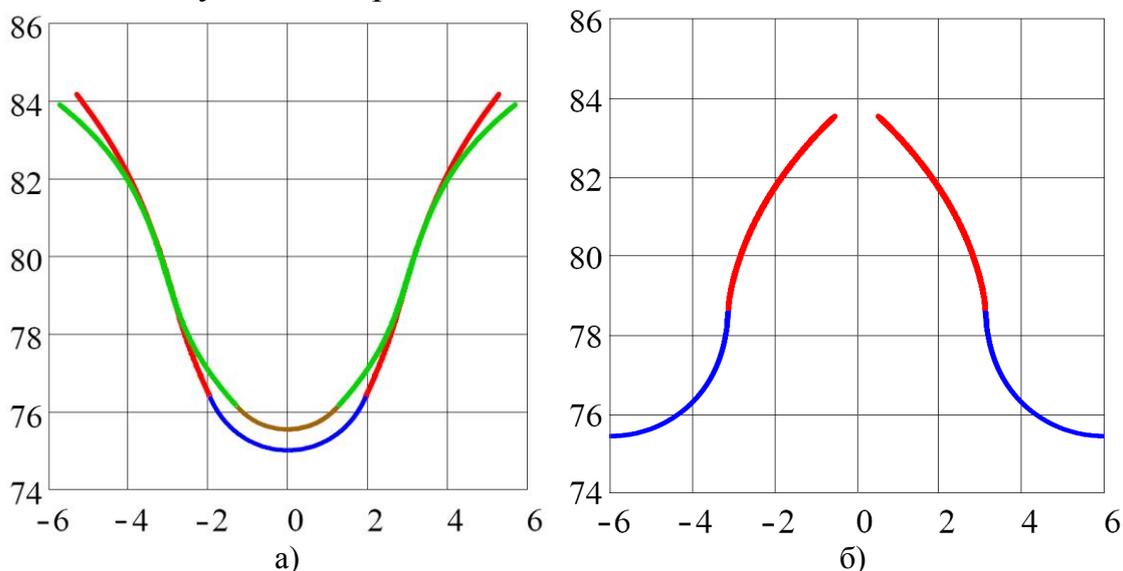
$$y_0(x_0) = C_1 x_0 + C_2 x_0^3 + \dots + C_n x_0^n. \quad (3)$$

Преимуществом является получение уравнения профиля зуба в явном виде, что позволяет достаточно просто профилировать зуборезный инструмент и исследовать геометро-кинематические характеристики передачи. Однако аппроксимация профиля полиномами высоких нечетных степеней (чаще всего 7-й) часто приводит его неустойчивости решения и большим отклонениям от теоретически точного профиля в приполюсной зоне (в особых точках и их окрестностях при смене знака кривизны профиля).

2. Численное решение на основе, например, метода Рунге-Кутты четвертого порядка. В этом случае решение представляет собой набор координат точек профиля. Преимущество такого подхода заключается в простоте компьютерной реализации, а недостаток – в отсутствии уравнения профиля зуба, что не дает возможность напрямую исследовать характеристики зацепления. При применении системы MathCAD решение находится при помощи встроенной функции **Rkadapt**($y, x_1, x_2, m, \mathbf{F}$), которая возвращает матрицу решений методом Рунге-Кутты. Здесь y – вектор начальных условий размерности n (n –

порядок обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ) или число уравнений в системе); x_1, x_2 – начало и конец интервала интегрирования, на котором ищется решение; m – число точек (не считая начальной), в которых ищется решение; \mathbf{F} – символьном вектор, содержащий правые части уравнений.

На рис.1,а,б приведены примеры синтезированных профилей эволютной зубчатой пары и звездочки.

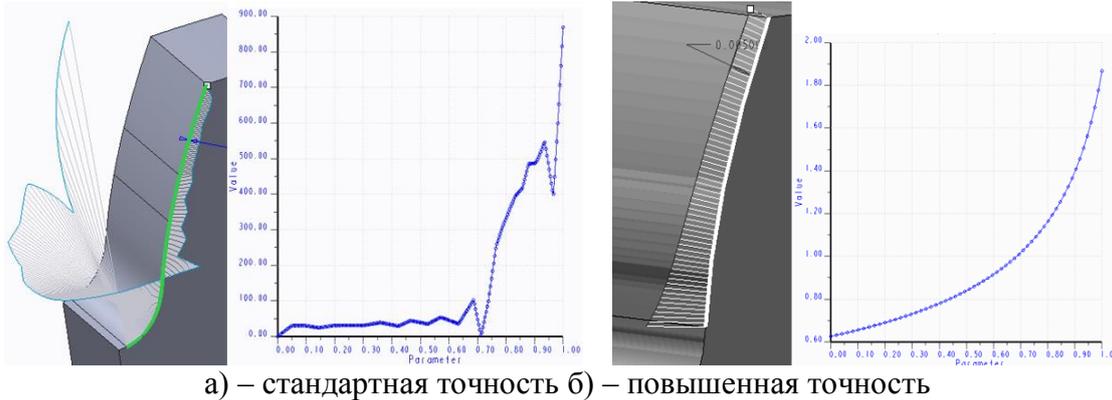


- а) – профили пары зубьев с параметрами: $m = 4$ мм; $\alpha_0 = 15^\circ$; $z_1 = 20$; $z_2 = 40$; $k = 5$
 б) – Профиль зуба звездочки цепной передачи с параметрами:
 шаг цепи $t = 25,4$ мм; $z = 20$; $k = -5$

Рис.1. Примеры синтезированных профилей

Результат решения уравнений выдается системой MathCAD в виде табличных данных с координатами точек отдельно для осей x и y . Перед импортом точек в систему Autodesk Inventor необходимо сохранить эти данные в одном файле Excel. На рис.2,а показана кривизна профиля зуба шестерни при стандартной точности для импорта данных из системы MathCAD, а на рис.2,б точность задана принудительно – 7 знаков после запятой. Видно, что кривизна профиля зуба и, соответственно, боковой поверхности точная, это позволит получить более корректное пятно контакта и адекватные контактные напряжения.

При импорте точек в Autodesk Inventor есть возможность выбрать способ интерпретации данных: импорт только точек, импорт точек и их соединение отрезками или импорт точек и соединение сплайном. В последнем способе автоматическое построение сплайна или линии начинается в первой точке через другие точки в зависимости от порядка, в котором они были импортированы. Этот способ является наиболее предпочтительным, так как позволяет получить готовый профиль зуба шестерни или звездочки цепной передачи.



а) – стандартная точность б) – повышенная точность

Рис.2. Кривизна боковой грани зуба при экспорте из программы MathCAD

Кривая профиля эволютного зуба, импортированная в систему Inventor, расположена на делительном радиусе и симметрична относительно вертикальной оси координат. Для создания трехмерной модели сделана зеркальная копия кривой, что позволило получить полный контур впадины между зубьями шестерни или звездочки цепной передачи. Далее, используя инструменты "Выдавливание" и "Массив по окружности", получили полную 3D-модель.

В качестве расчетной модели зубчатой пары приняты секторы шестерни и колеса, а для цепной передачи использован сектор звездочки и одна втулка цепи. В обоих случаях сектор состоит из пяти зубьев и обода рекомендуемой толщиной 3 модуля [6]. Используется половина ширины шестерни и звездочки, так как расчетная модель предполагает нагрузку передачи без перекоса. Также принято допущение, что фаски и скругления не оказывают влияние на НДС, в результате чего они были удалены. Такие упрощения позволяют экономить время расчета и ресурсы компьютера без ухудшения точности результата.

Выводы. Выполнен синтез профилей эволютного зубчатого и цепного зацеплений на основе построения Бобилье, которое позволяет получать передачи с требуемыми геометро-кинематическими свойствами. Массивы координат были экспортированы через файл Excel в систему Autodesk Inventor для построения 3D-моделей зубчатых колес и звездочек. Усовершенствованные методики построения компьютерной модели обеспечивают снижение времени, необходимого на моделирование НДС при помощи МКЭ при обеспечении необходимой точности расчетов.

Литература

1. Павлице В.Т. Основи конструювання та розрахунок деталей машин. Львів: Афіша, 2003. 560 с.

2. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. Харьков: ХНАДУ, 2005. 100 с.
3. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. Москва: Наука, 1968. 584 с.
4. Протасов Р.В., Устиненко А.В., Сериков В.И. Формирование конечно-элементной модели и анализ напряженно-деформированного состояния эволютной передачи. *Вісник НТУ "ХПИ": зб. наук. праць. Сер. "Проблеми механічного приводу"*. Харків, 2014. № 31. С.140–144.
5. Андриенко С.В., Устиненко А.В., Протасов Р.В. Численное решение задачи синтеза профиля зуба звездочки цепной втулочно-роликовой передачи. *Вісник НТУ "ХПИ": зб. наук. праць. Серія: Проблеми механічного приводу*. Харків, 2014. № 31 (1074). С. 10–15.
6. Том Трембли. Autodesk Inventor 2013 и Inventor LT 2013. Официальный учебный курс. Москва: ДМК Пресс, 2013. 344 с.

СИНТЕЗ ЗУБЧАСТИХ І ЛАНЦЮГОВИХ ПЕРЕДАЧ З ЕВОЛЮТНИМ ПРОФІЛЕМ ТА ЇХ МОДЕЛЮВАННЯ У САD-СИСТЕМАХ

Протасов Р.В., Андриенко С.В., Устиненко О.В.

Стаття присвячена синтезу еволютного зацеплення для зубчастих і ланцюгових передач та його моделюванню у САD-системах. Розглянуто побудову Бобільє, яке полягає в заміні зубчастого механізму еквівалентним шарнірно-важільним. На його основі запропонований спосіб знаходження робочого профілю зубців колеса зубчастої передачі або зірочки ланцюгової передачі. Перевага цього способу полягає в можливості управляти якісними показниками ланцюгового зацеплення на етапі синтезу. Виконано чисельне рішення задачі синтезу інтегруванням диференціального рівняння, яке описує профіль зуба колеса або зірочки: а) наближене у вигляді полінома за допомогою програмного комплексу Vissim; б) чисельне методом Рунге-Кутта у системі MathCAD. Наведені приклади синтезованих профілів еволютної зубчастої пари та зірочки. Отримані масиви координат точок профілів були експортовані через файл Excel в систему Autodesk Inventor для побудови 3D-моделей зубчастих коліс та зірочок. З метою забезпечення плавної зміни кривизни профілю зуба в 3D-моделі точність розрахунків у MathCAD задається примусово – 7 знаків після коми. Розроблено методуку побудови твердотільної та скінченно-елементної моделей зубчастих коліс і зірочок в Autodesk Inventor. В якості розрахункової моделі зубчастої пари прийняті сектори шестерні і колеса, а для ланцюгової передачі використаний сектор зірочки та одна втулка ланцюга. В обох випадках сектор складається з п'яти зубців та обода рекомендованої

товщини 3 модуля. Використовується половина ширини шестерні та зірочки. Результати досліджень дозволяють створювати нові зубчасті та ланцюгові передачі з поліпшеними характеристиками та проводити їх моделювання в сучасних CAD-системах.

Ключові слова: еволютне зачеплення, зубчаста передача, ланцюгова передача, зуб, зірочка, побудова Бобільє, синтез, CAD-система, Autodesk Inventor.

SYNTHESIS OF GEAR AND CHAIN DRIVE WITH EVOLUTE PROFILE AND HIS MODELING IN THE CAD-SYSTEMS

Protasov R., Andrienko S., Ustinenko A.

The article considers by synthesis of evolute mesh for gear and chain drive and his modeling in the CAD-systems. The Bobillier construction which is to replace the gear mechanism equivalent to hinge-lever mechanism. Based on it is proposed a method for finding the working tooth profile of gear or chain drive sprocket. The advantage of this method is smiling in-ability to manage quality indicators of chain mesh on a stage for the synthesis. Differential equations that describes the basic rack profile for gear or sprocket tooth profile for chain drive were obtained. The solution of the synthesis by integration of the differential equation was obtained: a) as a polynomial approximation using Vissim software; b) numerically by the Runge-Kutta method in the MathCAD system. Examples of synthesized profiles for evolute gear pair and sprocket are given. The resulting arrays of the profiles points coordinates were exported through an Excel file to the Autodesk Inventor system for build 3D-models of gears and sprockets. In order to ensure a smooth change of the tooth profile curvature in the 3D model, the calculations accuracy in MathCAD is set by force – 7 decimal places. A technique for constructing solid and finite-element models of gears and sprockets in Autodesk Inventor has been developed. The pinion and gear sectors were adopted as the calculation model of the gear pair, the sprocket sector and one chain hub were used for the chain drive model. In both cases, the sector consists of five teeth and a rim with a recommended thickness of 3 modules. Used half width gears and sprockets. The research results allow to create new gears and chain drivess with improved characteristics and perform their modeling in modern CAD-systems.

Key words: evolute mesh, gear, chain drive, tooth, sprocket, Bobillier construction, synthesis, CAD-system, Autodesk Inventor.