УДК 514.18

ВІЗУАЛІЗАЦІЯ ОБЄКТІВ ПОЛІТОЧКОВИХ ПЕРЕВОРЕНЬ ЗА ДОПОМОГОЮ ІНТЕРПОЛЯЦІЙНОЇ ФУНКЦІЇ ГАУСА

Сидоренко Ю.В., к.т.н.,
Шалденко О.В. к.т.н.
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» (Україна)

У роботі розглядаються способи моделювання кривих для відображення об'єктів на основі інтерполяційної Гаус-функції після проведення політочкових перетворень, а саме, після зміни форми геометричного об'єкта під впливом деформаційних змін.

Метод політочкових перетворень полягає у тому, що зміна об'єкта деформації проходить за рахунок зміни простору, у якому знаходиться цей об'єкт. Простір перетворень задається точками і називається базисом перетворень. Об'єкт перетворень також представляє собою певний набір точок. Вводиться поняття політочкових координат, кількість яких дорівнює кількості точок базису. Перетворення здійснюється шляхом зміни користувачем певним чином точок базису. Під дією цієї зміни змінююся й точки об'єкта, зануреного в базис, згідно проведеного перетворення. Таким чином, на виході отримуємо об'єкт у вигляді певного набору точок. Інтерполяція даного набору отриманих точок проводиться за допомогою інтерполяційної функції Гауса.

У роботі розглянуто різні види інтерполяційної функції Гауса: звичайна, параметрична та сумарна. Інтерполяційна функція Гауса є n-раз диференційованою та стійкою до малих відхилень початкових даних. Спосіб інтерполяційної Гаус-функції, на відміну від більшості інших інтерполяційних методів, можна узагальнити на n-вимірний простір, що призводить до більшої варіативності отриманих рішень та зменшення похибки обчислень при моделюванні.

На основі математичного апарату інтерполяційної Гаус-функції була створена система моделювання, яка дозволяє будувати криві за заданим каркасом, у тому числі і замкнені криві, так як при політочкових перетвореннях часто необхідно візуалізувати саме замкнені об'єкти. Така система необхідна для проведення комп'ютерного аналізу отриманих результатів політочкових перетворень.

Ключові слова: деформаційне моделювання, політочкові перетворення, апроксимація, інтерполяційна Гаус-функція.

Постановка проблеми. У попередніх публікаціях [1-3] було розглянуто математичний апарат політочкових перетворень та варіанти різних видів перетворень, які дозволяють розв'язувати задачі деформаційного моделювання. Результатом політочкових перетворень є дискретно заданий об'єкт. Для того, щоб отримати об'єкт з неперервними границями, необхідно провести інтерполяцію отриманого результату. У даній роботі пропонується використати для цього інтерполяційну функцію Гауса.

В залежності від заданих умов є можливість використати одну з трьох варіантів інтерполяційної Гаус-функції.

Для візуалізації функціоналу інтерполяції об'єктів при політочкових перетвореннях було створено систему моделювання кривих, яка наочно демонструє результати політочкового перетворення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У попередніх публікаціях було описано математичний апарат політочкового методу [1], описано види функціоналів та зважені політочкові перетворення [2,3], надано математичний апарат інтерполяційної функції Гауса [4]. Розширення можливостей політочкових перетворень за рахунок введення функціоналу інтерполяції отриманих результатів є важливим напрямком розвитку геометричних перетворень в теперішній час.

Формулювання цілей статті. Метою дослідження є розробка теоретичних і практичних засад інтерполяції об'єктів при політочкових перетвореннях та створення програмного забезпечення для дослідження різних варіантів інтерполяційної функції Гауса та їх застосування для візуалізації результатів політочкових перетворень.

Основна частина. Політочкові перетворення дають змогу отримати відображення об'єктів, що зазнали деформаційних змін. Ці об'єкти на виході отримуються у вигляді каркасу точок.

Суть перетворень полягає в наступному.

Задається об'єкт деформації та каркас точок (початковий базис) навколо об'єкта. Змінюючи базис, отримуємо нове положення і форму об'єкта в залежності від проведеного перетворення базису. На рисунку 1 можна побачити деформаційні зміни об'єкта перетворення у вигляді слова «утро». В даному випадку візуалізація результату перетворення проводиться за допомогою з'єднання вихідних точок прямими. Але, якщо об'єктом перетворення будуть криві, то для візуалізації результату потрібно проводити інтерполяцію каркасу точок у інший спосіб.

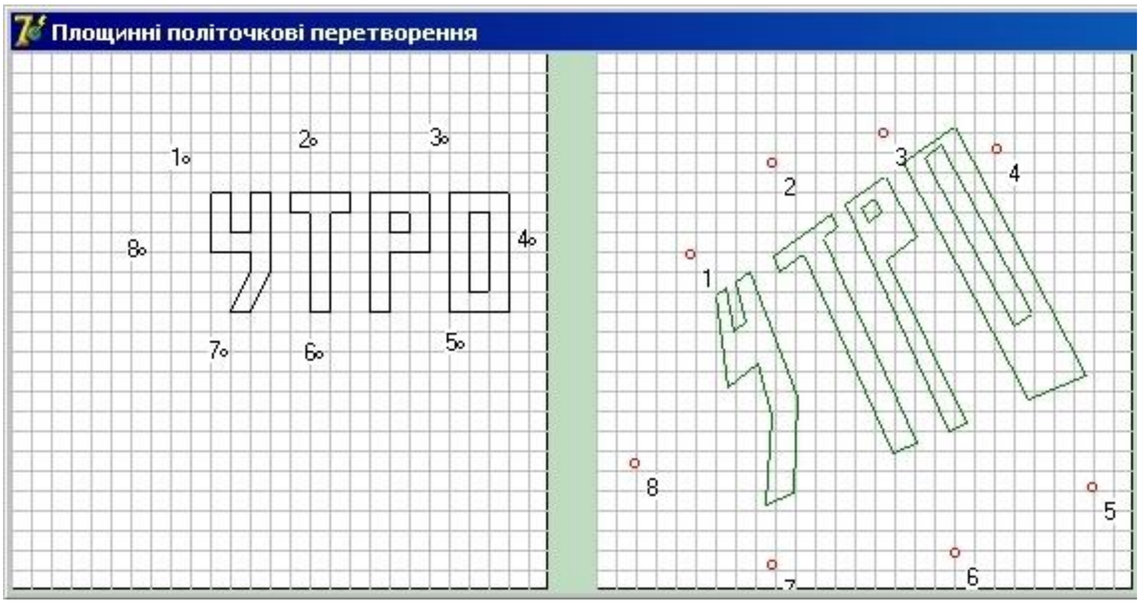

Рис. 1. Політочкові перетворення при багатоточковому базисі

Інтерполяційна функція Гауса. Одним з експоненційних методів інтерполяції є метод Гауса [4]. Інтерполяційна функція Гауса будується на опорних функціях щільності нормального закону розподілу та має вигляд:

$$G(x) = \tilde{y}_1 e^{-\alpha(x-x_1)^2} + \tilde{y}_2 e^{-\alpha(x-x_2)^2} + \cdots + \tilde{y}_n e^{-\alpha(x-x_n)^2}.$$

Існують три види інтерполяційної функції Гауса: звичайна, параметрична і сумарна. У випадку параметричної і сумарної форми, функція Гауса записується в вигляді системи:

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases},$$

$$x(t) = \tilde{x}_1 e^{-\alpha(t)^2} + \tilde{x}_2 e^{-\alpha(t-1)^2} + \cdots + \tilde{x}_n e^{-\alpha(t-n+1)^2},$$

$$y(t) = \tilde{y}_1 e^{-\alpha(t)^2} + \tilde{y}_2 e^{-\alpha(t-1)^2} + \cdots + \tilde{y}_n e^{-\alpha(t-n+1)^2}.$$

Параметрична і сумарна функції Гауса використовують для інтерполяції замкнених каркасів. Параметричну краще застосовувати в тих випадках, коли крок інтерполяції приблизно рівний. А сумарна функція коректно відображає об’єкти при нерівномірному кроці.

Система візуалізації об’єктів політочкових перетворень. Для відображення результатів було розроблено систему візуалізації моделювання об’єктів при політочкових перетвореннях.

Система працює таким чином. Робота програмного модулю починається з того, що завантажується робоче поле програми. На цьому полі відображена сітка для побудови кривої за даними точками та форма оперування даними. Форма зображена в правому куті поля. Форма дозволяє обрати необхідну інтерполяційну криву (звичайну, параметричну або сумарну), додати точки, видалити точки, видалити зображення. На початку роботи необхідно задати точки. Це можна зробити двома способами: за допомогою клавіатури та за допомогою «миші», натискаючи на сітці в необхідному місці. Після цих дій задані точки буде зображено на координатній сітці. Після того, як точки задані, користувач обирає спосіб інтерполяції за допомогою натискання на обраний метод в функціональному полі (справа). Програма побудує інтерполяційну криву з урахуванням вигляду базису. Можна обрати будь-яку інтерполяційну криву Гауса, або всі три, як показано на рис. 2.

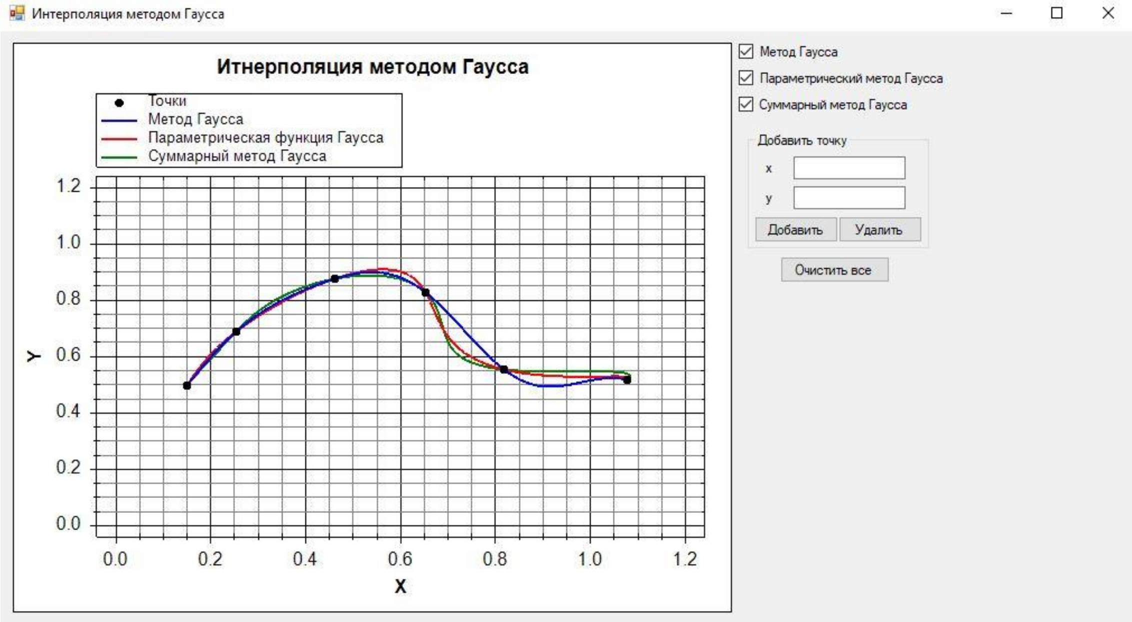

Рис. 2. Різні види інтерполяційної функції Гауса

Параметрична та сумарна функції Гауса дозволяють інтерполювати замкнені об’єкти, як показано на рис.3.

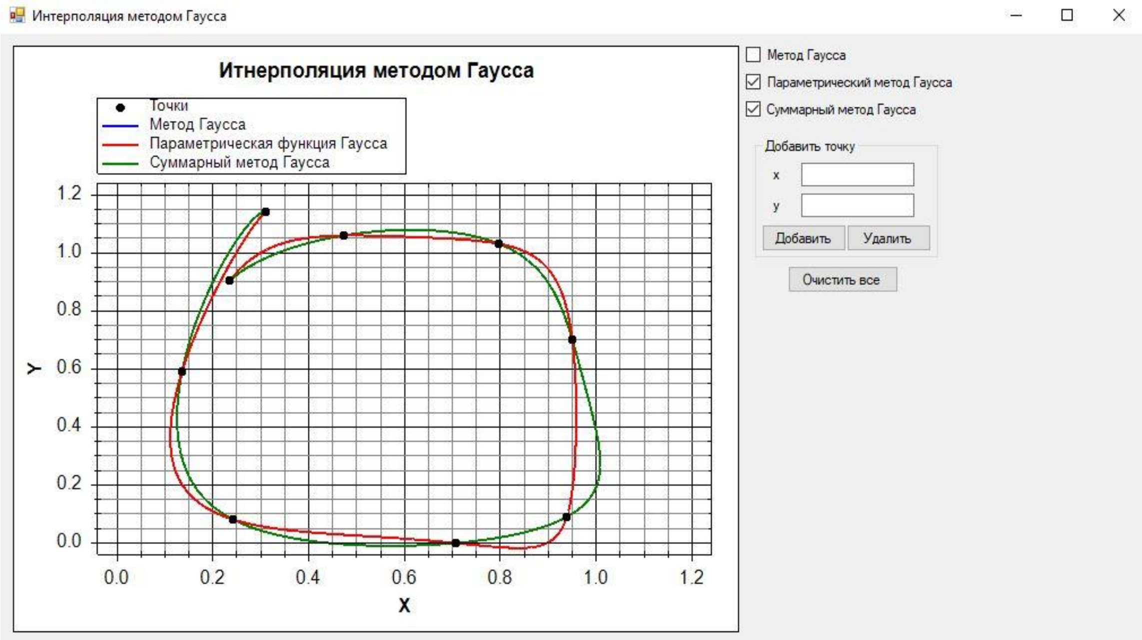

Рис. 3. Інтерполяція замкненого каркасу точок

Висновки. В роботі було удосконалено спосіб політочкових перетворень за рахунок розробки функціоналу інтерполяції точок вихідного об'єкта, що призвело до більшої наочності отриманих рішень. Розвиток системи вбачається в доповненні даної системи можливостями роботи с географічними картами (наприклад, засобами ArcGIS) для відображення, наприклад, зон екологічного забруднення географічних об'єктів.

Література

1. Бадаев Ю.И. Поликоординатный метод в прикладной геометрии и компьютерной графике : монография. К.: Просвіта, 2006. 173 с.
2. Бадаєв Ю.І., Сидоренко Ю.В. Визначення коефіцієнтів перетвореної прямої при політочкових перетвореннях. *Прикладна геометрія та інженерна графіка.* К:КДТУБА, 2001. Вип.68 С. 45-47.
3. Бадаєв Ю.І., Сидоренко Ю.В. Політканинні перетворення в точковому визначенні. *Прикладная геометрия и инженерная графика. Труды. Таврическая государственная агротехническая академия*, Мелитополь, ТГАТА, 1998. Вып. 4. Т.8. С. 21-23.
4. Сидоренко Ю.В. Побудова гладких ліній за допомогою параметризованих функцій Гаусса. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. К.:КДТУБА, 2001. Вип. 69. С. 63-67.

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ОБЪЕКТОВ ПОЛИТОЧЕЧНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕРПОЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ ГАУССА

Сидоренко Ю.В., Шалденко А.В.

В работе рассматриваются способы моделирования кривых для отображения объектов на основе интерполяционной Гаусс-функции после проведения политочечных преобразований, а именно, после изменения формы геометрического объекта под влиянием деформационных изменений.

Метод политочечных преобразований заключается в том, что изменение объекта деформации происходит за счет изменения пространства, в котором находится этот объект. Пространство преобразований задается точками и называется базисом преобразований. Объект преобразований также является определенным набором точек. Вводится понятие политочечных координат, количество которых равно количеству точек базиса. Преобразование осуществляется путем изменения пользователем *точек базиса определенным образом. Под действием этого изменения меняются и точки объекта, погруженного в базис, согласно проведенного преобразования. Таким образом, на выходе получается объект в виде определенного набора точек. Интерполяция данного набора полученных точек производится с помощью интерполяционной функции Гаусса.*

В работе рассмотрены различные виды интерполяционной функции Гаусса: обычная, параметрическая и суммарная. Интерполяционное функция Гаусса является n-раз дифференцируемой и устойчивой к малым отклонениям исходных данных. Способ интерполяционной Гаусс-функции, в отличие от большинства других интерполяционных методов, можно обобщить на n-мерный пространство что приводит к большей вариативности полученных решений и уменьшению погрешности вычислений при моделировании.

На основе математического аппарата интерполяционной Гаусс-функции была создана система моделирования, которая позволяет строить кривые по заданному каркасу, в том числе и замкнутые кривые, так как при политочечных преобразованиях часто необходимо визуализировать именно замкнутые объекты. Такая система необходима для проведения компьютерного анализа полученных результатов политочечных преобразований.

Ключевые слова: деформационное моделирование, политочечные преобразования, аппроксимация, интерполяционная Гаусс-функция.

VISUALIZATION OF THE POLYPOINT TRANSFORMATIONS' OBJECTS USING THE INTERPOLATION GAUSSIAN FUNCTION

Sydorenko Iu., Shaldenko O.

The study covers curves modelling to display objects based on interpolation Gauss function after using polypoint transformations, namely, after the transformation of the geometric object shape influenced by deformation changes.

Objects' simulation using non-linear geometric transformations (e.g., polypoint transformations) allows getting a real time results, reduces the time for processing the received data.

Polypoint transformations method lies in the fact that the deformation object's changes occur because of changing the space in which the object is located. Transformation space is given using points and named a basis. Transformation object is also a certain set of points. The

polypoint coordinate concept is introduced in the study, it equals the number of basis points. Transformation is carried out when user changes the basis of points. Points of the object immersed in a basis are also being transformed influenced by basis of points changes. Thus, the output is a particular object as a set of points. For point interpolation the interpolation Gaussian function is used.

The study covers the different types of interpolation Gaussian function: normal, parametric, and total. The interpolation Gaussian function is n-times differentiable, and resistant to small deviations of the original data. The method of the interpolation Gaussian function, in contrast to most other interpolation methods can be extended to n-dimensional space that leads to a greater variability of the solutions and reduction of the calculation errors in the simulation.

The modelling system was created based on mathematical apparatus of the interpolation Gaussian function simulation, which allows curves building according the given frame, including closed curves. It is often necessary to visualize the closed objects when we use the polypoint transformations. This system is needed to get a computer analysis of the polypoint transformations results.

Keywords: deformation modelling, polypoint representations, approximation, interpolation Gaussian function.