УДК 515.2+563.3

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОНІЧНИХ СПРЯЖЕНИХ ПОВЕРХОНЬ

Ісмаілова Н. П., д.т.н.
Nelly969@ukr.net , ORCID: 0000-0003-0181-4420
Військова академія (м. Одеса, Україна)
Акініна Т.Л.
kasiopeja92@gmail.com, ORCID: 0000-0002-1970-2454
Трушков Г.В., к.т.н.
trushkov_german@ukr.net, ORCID: 0000-0001-7851-6419
Науково-дослідний центр ЗС України "Державний океанаріум" Інституту Військово-Морських Сил Національного університету «Одеська морська академія» (Україна)
Олійник Н. В., к.т.н.
1727v@gmail.com, ORCID: 0000-0003-4492-7003
Одеська державна академія будівництва та архітектури (Україна)
Якуц О.В.,
yakuts.oleg@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0392-4869
Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку (м. Одеса, Україна)

У роботі пропонується геометричне моделювання конічних спряжених поверхонь на базі параметричного кінематичного гвинта, для практичного використання в проектуванні ріжучого інструменту для обробки деталей.

У сучасних системах автоматичного проектування складних виробів машинобудування все більш широке застосування знаходять параметричні геометричні методи побудови криволінійних поверхонь з використанням комп'ютерних технологій, що виключають інтерференцію. Пошуки нових шляхів вдосконалення технологічних процесів виготовлення деталей на верстатах з числовим програмним управлінням.

Одним з головних напрямків в прикладної геометрії з моделювання слід вважати вивчення і конструювання форм поверхонь в тісному взаємозв'язку з тими умовами роботи конструкцій, в яких належить їх використовувати. Форми складних криволінійних поверхонь впливають на надійність і довговічність роботи виробів і тому приділяється велика увага конструювання поверхонь з урахуванням все більшої кількості наперед заданих умов формоутворення криволінійних поверхонь. Застосування параметричних геометричних методів для опису реальних поверхонь, одержуваних в результаті штампування, що відбиває реальний фізичний процес, є актуальною проблемою.

За останні роки при виготовленні точних високоякісних виробів

кінематичних пар і ріжучого інструменту широко стали застосовуватися складні криволінійні поверхні, які вимагають розробки геометричного апарату по їх моделювання.

Моделювання конічних спряжених поверхонь на базі параметричного кінематичного гвинта пропонованим способом дозволить виключити інтерференцію при виготовленні ріжучого інструменту конічної форми.

Ключові слова - моделювання спряжених поверхонь, параметричний кінематичний гвинт, ріжучий інструмент, конічна форма, конічні спряжені поверхні.

Постановка проблеми. При моделюванні спряжених кінематичних пар в машинобудуванні, літакобудуванні та робототехніці поставило завдання розробки принципово нових методів і алгоритмів формування спряжених конічних поверхонь, що виключають інтерференцію при проектуванні.

Аналіз останніх досягнень і публікацій. Передумовами для створення способу геометричного проектування конічної поверхні на базі параметричного кінематичного гвинта є теорема професора Подкоритова А.М.[1]. Поверхні Σ_A і Σ_B будуть спряженими, якщо кожна з них утворена відповідним відносним рухом Φ_A/Σ_A и Φ_B/Σ_B конгруентних посередників $\Phi_A \equiv \Phi_B$. Поверхня Σ_A і поверхня посередника Φ_A є взаємоогинаєми з лінійним контактом $\ell^1(\ell^1{}_2)$.

Формулювання цілей статті. В роботі поставлено мету – розробити алгоритм геометричного проектування конічної поверхні на базі параметричного кінематичного гвинта для практичного використання при проектуванні ріжучого інструменту.

Основна частина. Розглянемо геометричне моделювання конічної поверхні Σ криволінійною створюючий $r(\tau)$, осью m і змінним шагом $h(\alpha, t)$ гвинтовим перетворенням відносно осі m кожної точки заданої конічної поверхні $T(s, r)$ [1].

Конічна поверхня Т задається вершиною S і криволінійною створюючою $r(\tau)$. При обертанні конічної поверхні Т вокругоси m лінії $\ell_1^1, \ell_2^2, \dots, \ell_n^n$ утворюють сімейство направляючих (базових) конусів.

Гвинтова конічна поверхня Σ визначається як геометричне місце точок, що знаходяться в початковий момент $t = 0$ на заданій створюючою $r(\tau)$ і що одночасно беруть участь в двох рухах: у обертальному – відносно осі m і поступальному – по прямій, що проходить через створюючу $r(\tau)$ і вершину S конуса так, що у момент часу $t = 1$ всі точки створюючими виявляться у вершині конуса S.

Кожна лінія $\ell^1, \ell^2, \dots, \ell^n$ криволінійним перетворенням переходить в конічну гвинтову лінію $\ell^{1^*}, \ell^{2^*}, \dots, \ell^{n^*}$ із змінним шагом (рис. 1). Сімейство конічних гвинтових ліній $\ell^{1^*}, \ell^{2^*}, \dots, \ell^{n^*}$ із загальною віссю m формують конічну поверхню Σ [2].

Для формування геометричної моделі конічної поверхні задаємо вихідну конічну поверхню $T(S,\tau)$ з вершиною S і криволінійною створюючої $r(\tau) c \leq \tau \leq b$ (рис.1).

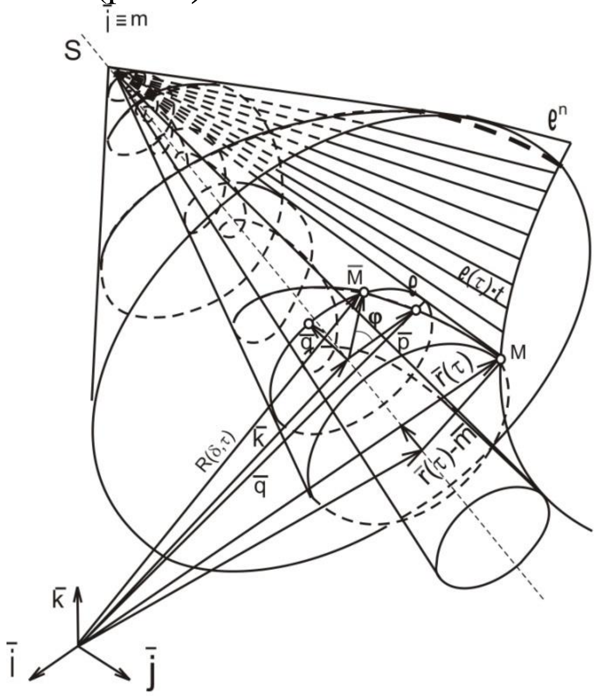

Рис. 1. Сімейство конічних гвинтових ліній

Радіус-вектор $\bar{\ell}(\tau)$ рівний:

$$\bar{\ell}(\tau) = \bar{\upsilon} - \bar{r}(\tau).$$

Визначимо радіус вектор $\bar{\mathrm{g}}(\tau,t)$:

$$\bar{\mathrm{g}}(\tau,t) = \bar{r}(\tau) + \bar{\ell}\cdot t = \bar{r}(\tau)(1-t) + \bar{\upsilon}\cdot t, \qquad 0 \leq t \leq 1.$$

Радіус-вектор $\bar{r}_0$ рівний:

$$\bar{r}_0 = \bar{\upsilon} - (\bar{\upsilon}\cdot\bar{\rho})\cdot\bar{\rho},$$

де $(\bar{\upsilon}\cdot\bar{\rho})\cdot\bar{\rho}$ - проекція вектора $\bar{\upsilon}$ на вісь m.

Визначимо радіус вектор $\bar{\rho}$ (рис. 2)

$$\bar{\rho} = \bar{\mathrm{g}}(\tau,t) - \big(\bar{\mathrm{g}}(\tau,t)\big)\bar{\rho} - \bar{r}_0 = \bar{r}(\tau)(1-t) + \bar{\upsilon}t - [(\bar{r}(\tau)\bar{\rho})(1-t) + \bar{\upsilon}\cdot\bar{\rho}\cdot t]\bar{\rho} - \bar{\upsilon} + (\overline{\upsilon\rho})\bar{\rho} = \bar{r}(\tau)(1-t) - \bar{\upsilon}(1-t) - [(\bar{r}(\tau)\bar{\rho})(1-t)]\bar{\rho} = (\bar{r}(\tau)-\bar{\upsilon})(1-t) - [(\bar{r}(\tau)\bar{\rho})(1-t)]\bar{\rho} = [(\bar{r}(\tau)-\bar{\upsilon}) - (\bar{r}(\tau)\bar{\rho})\bar{\rho}](1-t),$$

де $(\bar{\rho}(\tau,t)\bar{\rho})\bar{\rho}$ - проекція вектора $\bar{\rho}(\tau,t)$ на вісь m.

Вектор $\bar{q}$ визначається з вектора $\bar{\mathrm{p}}$ поворотом його в позитивному напрямі на кут $\varphi(\tau,t)$ у плоскості перпендикулярної осі m.

Для цього потрібно векторний помножити одиничний вектор $\bar{\rho}$ осі m на вектор $\bar{\rho}$ тобто.

$$\bar{q} = \bar{\rho}\cdot\bar{\mathrm{p}} = [\bar{\rho}\cdot(\bar{r}(\tau)-\bar{\upsilon})]\cdot(1-t) = [\bar{\rho}\cdot(\bar{r}(\tau)-\bar{\upsilon})]\cdot(1-t).$$

Використовуючи радіуси-вектори $\bar{r}(\tau,t), \bar{\rho}, \bar{\mathrm{p}}, \bar{\mathrm{q}}$ визначуваний вектор $\bar{R}$:

$\bar{R} = \bar{\text{p}} \cdot cos\varphi + \bar{\text{q}} \cdot sin\varphi + (\bar{r}_0 + (\bar{q}(\tau,t)\bar{\rho})\bar{\rho}) = \bar{v} - (\bar{v} \cdot \bar{\rho})\bar{\rho} + (\bar{q}(\tau,t)\bar{\rho})\bar{\rho} + [(\bar{r}(\tau) - \bar{v}) - (\bar{r}(\tau)\bar{\rho})\bar{\rho})](1-t) \cdot cos\varphi + (\bar{r}(\tau) - \bar{v}) \cdot \bar{\rho}(1-t) \cdot sin\varphi = \bar{v} + ((\bar{r}(\tau) - \bar{v})\bar{\rho})\bar{\rho})(1-t) + [(\bar{r}(\tau) - \bar{v}) - (\bar{r}(\tau)\bar{\rho})\bar{\rho})](1-t) \cdot cos\varphi + (\bar{r}(\tau) - \bar{v}) \cdot \bar{\rho}(1-t) \cdot sin\varphi$.

Таким чином, отримуємо рівняння конічної квазігвинтової поверхні:

$$\bar{R} = \bar{v} + (I - t)\{((\bar{r}(\tau) - \bar{v})\bar{\rho})\bar{\rho} + [(\bar{r}(\tau) - \bar{v}) - (\bar{r}(\tau)\bar{\rho})\bar{\rho}] \cdot cos\varphi + [(\bar{r}(\tau) - \bar{v})\bar{\rho}] \cdot sin\varphi\}. \qquad (1)$$

При $\alpha = \infty, t = \varphi/\alpha$ отримуємо з рівняння (1) циліндрову поверхню.

Гвинтова лінія гелікоїда задана системою рівнянь (2):

$$\begin{cases} X = \sqrt{b^2 + \frac{\omega_A^2 \cdot sin^2\beta}{cos^2\alpha}} \cdot \cos\varphi - e; \\ Y = \sqrt{b^2 + \frac{\omega_A^2 \cdot sin^2\beta}{cos^2\alpha}} \cdot \sin\varphi \cdot \cos\theta + \left[p \cdot \varphi + \frac{\omega_A \cdot \cos\beta}{\cos\alpha}\right] \cdot \sin\theta\,; \\ Z = \sqrt{b^2 + \frac{\omega_A^2 \cdot sin^2\beta}{cos^2\alpha}} \cdot \sin\varphi \cdot \sin\theta + \left[p \cdot \varphi + \frac{\omega_A \cdot \cos\beta}{\cos\alpha}\right] \cdot \cos\theta\,. \end{cases} \qquad (2)$$

На базі параметричного кінематичного гвинта визначмо сімейства конічних гвинтових ліній (рис. 2).

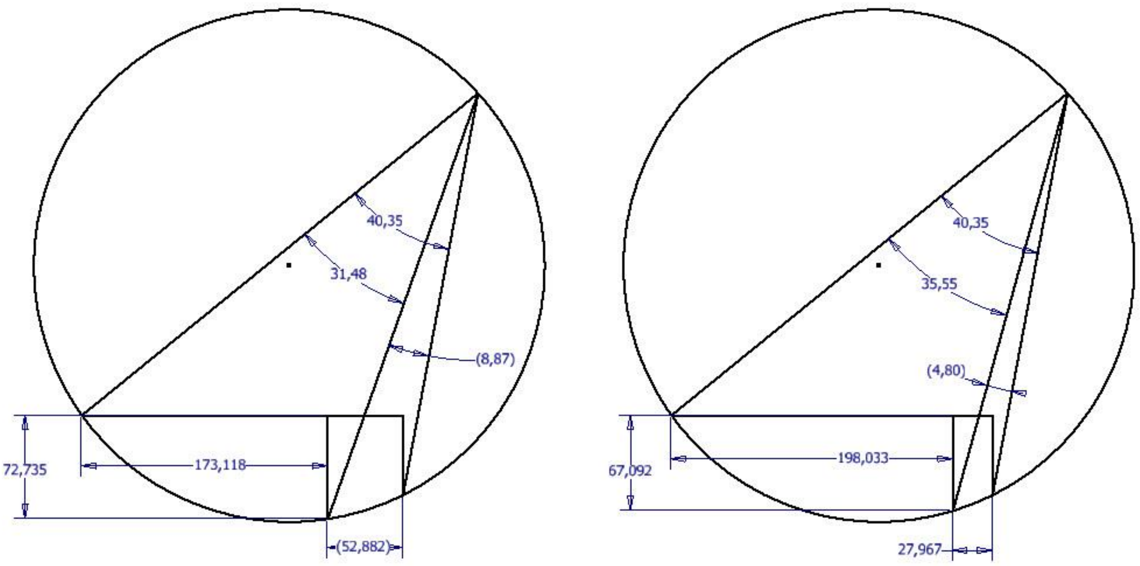

Рис.2. Сімейство діаграми параметричного кінематичного гвинта

З сімейства параметричного кінематичного гвинта і з формули (2) визначаємо значення ξ,

$$\xi = arctg\frac{\omega_A \cdot \sin\beta}{b \cdot \cos\alpha}.$$

Отримані результати представлені на рис.3.

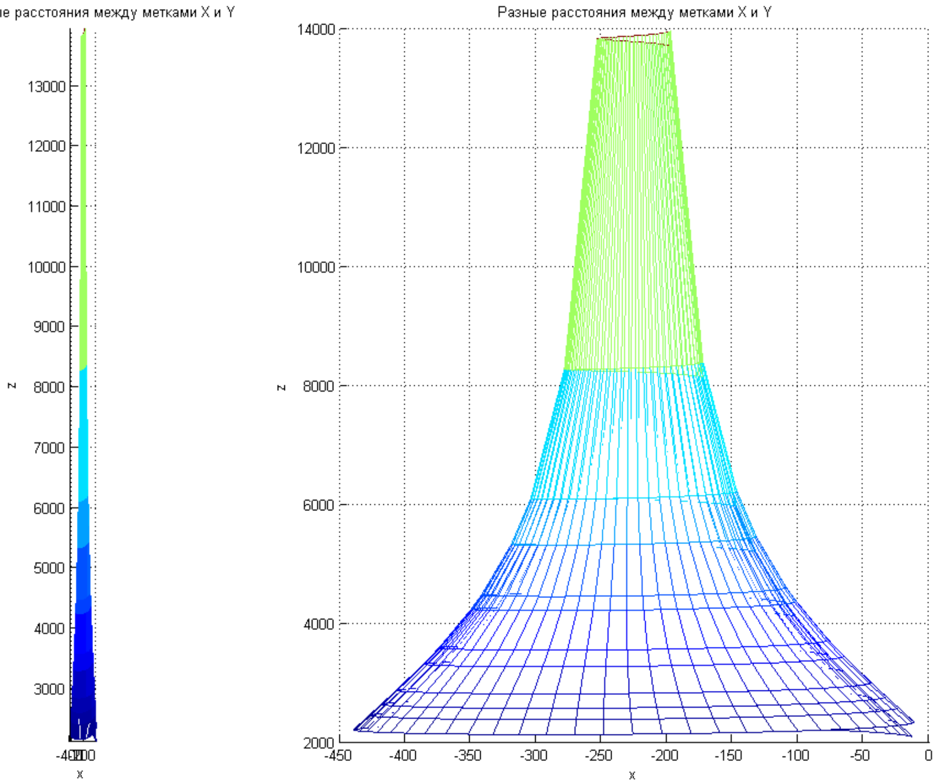

Рис. 3. Конусна поверхня

Висновки. На базі параметричного кінематичного гвинта визначаємо сімейства конічних гвинтових ліній, що дають можливість визначити перетин точок осі конічної твірної з горизонтальною площиною, що дає можливість визначити інтерференцію, за рахунок чого можна коригувати криволінійну конічну поверхню майбутнього виробу.

Література

1. Подкоритов А.М. Ітераційний метод та алгоритм виключення інтерференції складних спряжених поверхонь за наперед заданими умовами. *Прикладна геометрія та інженерна графіка.* Вип. 64. КНУБА. Київ, 2000. С. 109-113.
2. Подкорытов А.Н. Автоматизация, электронное моделирование и исследование интерференции сопряженных криволинейных поверхностей на базе ЭВМ. Омск: Зап. - сиб. кн. изд-во, 1976, 168 с.
3. Подкоритов А.М. Ісмаілова Н.П. Теоретичні основи спряжених квазігвинтових поверхонь, що виключають інтерференцію: монографія Херсон: ФОП Грінь Д. С., 2016. 330 с.
4. N.Ismailova, V. Bogach, B.Lebedev Development of a technique for the geometrical modeling of conjugated surfaces when determining the geometrical parameters of an engagement surface contact in kinematic pairs. Eastern-european journal of enterprise technologies. Харків: Технологічний центр. 2020, № 1/4(106). С. 17-22.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КОНИЧЕСКИХ СОПРЯЖЕННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Исмаилова Н.П., Аникина Т. Л., Олейник Н.В., Трушков Г.В., Якуц О.В.

В работе предлагается геометрическое моделирование конических сопряженных поверхностей на базе параметрического кинематической винта, для практического использования в проектировании режущего инструмента для обработки деталей.

В современных системах автоматизированного проектирования сложных изделий в машиностроении все более широкое применение находят параметрические геометрические методы построения криволинейных поверхностей с использованием компьютерных технологий, исключающих интерференцию. Поиски новых путей совершенствования технологических процессов изготовления деталей на станках с числовым программным управлением.

Одним из главных направлений в прикладной геометрии по моделированию следует считать изучение и конструирование форм поверхностей в тесной взаимосвязи с теми условиями работы конструкций, в которых предстоит их использовать.

Формы сложных криволинейных поверхностей влияют на надежность и долговечность работы изделий и поэтому уделяется большое внимание при конструировании поверхностей, с учетом все большего количества заранее заданных условий формообразования криволинейных поверхностей.

Применение параметрических геометрических методов для описания реальных поверхностей, получаемых в результате штамповки, отражает реальный физический процесс, что является актуальной проблемой.

За последние годы при изготовлении точных высококачественных изделий кинематических пар и режущего инструмента широко стали применяться сложные криволинейные поверхности, которые требуют разработки геометрического и математического аппарата по их моделированию.

Моделирование конических сопряженных поверхностей на базе параметрического кинематической винта предлагаемым способом позволит исключить интерференцию при изготовлении режущего инструмента конической формы.

Ключевые слова: моделирование сопряженных поверхностей, параметрический кинематический винт, режущий инструмент, коническая форма, конические сопряженные поверхности.

GEOMETRIC MODELING OF END CONJUGATED SURFACES

Nelli Ismailova, Tetiana Akinina, Herman Truhkov, Nataliia Oleynik,
Oleh Yakuts

The paper proposes geometric modeling of conical mating surfaces based on a parametric kinematic screw, for practical use in the design of a cutting tool for processing parts.

In modern systems of computer-aided design of complex products in mechanical engineering, parametric geometric methods for constructing curved surfaces using computer technologies that exclude interference are increasingly being used. The search for new ways to improve the technological processes of manufacturing parts on machine tools with numerical control.

The shapes of complex curved surfaces affect the reliability and durability of products and therefore much attention is paid when designing surfaces, taking into account an increasing number of predetermined conditions for the formation of curved surfaces.

The use of parametric geometric methods to describe real surfaces obtained as a result of stamping reflects a real physical process, which is an urgent problem.In recent years, in the manufacture of precise high-quality products of kinematic pairs and cutting tools, complex curved surfaces have been widely used, which require the development of a geometric and mathematical apparatus for their modeling.

Modeling of conical mating surfaces on the basis of a parametric kinematic screw by the proposed method will eliminate interference in the manufacture of a conical cutting tool.

Keywords: modeling of mating surfaces, parametric kinematic screw, cutting tool, conical shape, conical mating surfaces.

References

1. Podkorytov, A.M. (2000). Iterative method and algorithm for excluding interference of complex conjugate surfaces according to predeterm conditions. *Prykladna heometriya ta inzhenerna hrafika*, 64, 109–113. [in Ukrainian]
2. Podkoritov, A. M., (1976). Computer-based automation, electronic modeling and investigation of the interference of conjugate curved surfaces. Omsk: West Siberian book publishing house. [in Russian]
3. Podkoritov A.M., Ismailova N.P. (2016) Theoretical foundations of conjugate quasigravitory surfaces that exclude interference: a monograph. Kherson: FOP Grin D. C. [in Ukrainian]
4. Ismailova, N., Bogach, V., Lebedev, B. (2020). Development of a technique for the geometrical modeling of conjugated surfaces when determining the geometrical parameters of an engagement surface contact in kinematic pairs. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 4 (1 (106)), 17–22. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.209108 [in English]