

УДК 515.2:519.85

УМОВИ НЕПЕРЕТИНАННЯ ЕЛІПСІВ З УРАХУВАННЯМ МАКСИМАЛЬНО-ДОПУСТИМИХ ВІДСТАНЕЙ

Комяк В.М., д.т.н.

vkomyak@ukr.net, ORCID: 0000-0002-9840-2635

Данілін О.М., к.т.н.

post@nuczu.edu.ua, dan7887@mail.ru, ORCID: 0000-0002-4474-7179

Соболь О.М., д.т.н.

alexander_sobol@i.ua, ORCID: 0000-0001-7409-6031

Національний університет цивільного захисту України (м. Харків)

Кязімов К.Т., к.т.н

kazim.kazimov@fhn.gov.az, ORCID: 0000-0003-0790-9770

Академія Міністерства по Надзвичайним подіям Азербайджанської Республіки (м. Баку, Азербайджан)

Інформатизація сучасного суспільства, невід'ємною частиною якого є Україна, та повсюдне використання комп'ютерів призвели до значного поштовху в розвитку математичного моделювання. Цей розвиток сприяє створенню моделей, геометричні властивості яких дозволяють розробляти методи моделювання розміщення, переміщення об'єктів будь якої природи за заданими обмеженнями. Однією із актуальних проблем є розробка науково обґрунтованих планів евакуації людей, головними компонентами яких є програми моделювання руху людського потоку. Тому актуальною задачею є розробка моделей та методів для моделювання руху людських потоків, для яких виникає необхідність в розробки програм, які б адекватно відображали реальні процеси їх руху.

Задача моделювання руху людей в кожний дискретний момент часу являє собою конфігурацію розміщення об'єктів. У розглянутій в даній статті прикладній проблемі об'єктом розміщення (переміщення) є людина. У літературі показано, що при вільній категорії руху найбільш адекватною моделлю проекції людського тіла на горизонтальну площину є еліпс. Слід відзначити, що для задачі моделювання руху людей характерним є наявність обмежень розміщення, основними з яких є умови неперетинання, та додаткові обмеження, серед яких можна визначити орієнтацію об'єктів, обмеження маневреності та комфортності руху тощо.

На практиці часто виникає задача моделювання руху людей групами, прикладами яких можуть слугувати члени сім'ї або рятувальники одного підрозділу. Відстань між людьми кожної з груп не повинна перевищувати максимально-допустиму. Врахування максимально-допустимих відстаней між об'єктами дозволяє об'єднувати їх в підгрупи, а задані максимальні відстані між підгрупами дозволяє об'єднувати їх в групи. Тому

актуальною задачею є моделювання умов взаємодії об'єктів з урахуванням максимально-допустимих відстаней між ними. В роботі формалізовані перелічені обмеження на взаємодію об'єктів. Для аналітичного опису умов неперетинання об'єктів, зокрема еліпсів, модифіковано апарат квазі- ρ -функцій для еліпсів з дотриманням максимально-допустимих відстаней між ними.

Ключові слова: математичне моделювання, моделювання руху людей, умови не перетинання еліпсів, максимально-допустимі відстані

Постановка проблеми. На даний момент жодна галузь людської діяльності не обходиться без постійного і повсюдного використання обчислювальної техніки. Для опису і розв'язання багатьох задач проектування, планування, розміщення, класифікації, управління створено та успішно застосовується математичне моделювання, яке є одним з активно досліджуваних напрямків. Однією із актуальних проблем є розробка науково обґрунтованих планів евакуації людей, головними компонентами яких є програми моделювання руху людського потоку. Тому актуальною задачею є розробка моделей та методів для моделювання руху людських потоків, і на їх базі програм, які б адекватно відображали реальні процеси їх руху.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблема створення обґрунтованих планів евакуації людей з будівель поставила завдання розробки пакетів програм моделювання руху людських потоків. На цей час найпоширенішим програмним продуктом є CITIS: «Flowtek ID» для спрощеної аналітичної і імітаційно-стохастичної моделі [1] та «Evatek» для індивідуально-поточної моделі руху потоку людей [2]. В спрощеній аналітичній (CA) моделі люди розглядаються не індивідуально, а у вигляді єдиної групи. CA дозволяє знаходити час евакуації, але при цьому безпосередньо рух людей не моделюється. Імітаційно-стохастична модель SIGMA.CA розглядає людину індивідуально. Модель заснована на клітинних автоматах. Час і простір в них дискретний. Напрямок руху людей (частинки) для кожної частини в кожний дискретний крок часу вибирається за допомогою перехідних ймовірностей та правил переходу. При обранні напрямку руху враховується щільність часток і близькість стін та областей заборони. Але процеси переформування і розтікання людських потоків не розглядаються.

В індивідуально-поточній моделі «Evatek» швидкість руху людини залежить від щільності потоку, яка розраховується для кожної людини індивідуально. Але значення, отримані за програмою «Evatek» часів проходження останньою людиною різних ділянок шляхів евакуації, лежать біля нижньої межі їх допустимих значень.

Серед зарубіжних моделей та програмних продуктів, що мають численні експлуатаційні можливості та методи відео презентації, слід відзначити роботи [3–8]. Але результати аналізу цих робіт, що проведені в

[9], показують, що не існує моделі індивідуально поточного руху людей, адекватної реальному потоку. А для людей змішаного складу в досить широкій номенклатурі громадських будівель різних класів функціональної небезпеки відсутні моделі моделювання руху.

Конфігурація руху в кожний фіксований момент часу являє собою конфігурацію розміщення людей, горизонтальна проекція яких в залежності від категорії руху представляються об'єктами різної форми. Цей клас задач відноситься до задач геометричного проектування [10].

В результаті досліджень в цьому напрямку створено математичний апарат функції щільного розміщення та її годографу [11, 12], який став основою для опису множини можливих розв'язків для щільного розміщення об'єктів. Це дозволило розробити методологію послідовно-одиначного розміщення (переміщення), яка є модифікацією методу покоординатного спуску. Розробляються комбінації послідовного-одиначного методу з методом околів, що звужуються, та методом значущих змінних [13, 14]. Наступний крок у розвитку оптимального розміщення об'єктів – введення поняття Ф-функції [15], за допомогою якої формалізуються геометричні відношення геометричних об'єктів. Це стає початком нового етапу математичного моделювання задач розміщення.

У розглянутій в статті прикладній проблемі об'єктом розміщення (переміщення) є людина. У роботах [2, 16] показано, що при вільній категорії руху найбільш адекватною моделлю проекції людського тіла на горизонтальну площину є еліпс. Для аналітичного опису основних обмежень розміщення еліпсів модифіковано квазі- ϕ -функції [17]. Для моделювання руху груп людей необхідно враховувати ще максимально-допустимі відстані між членами кожної з груп. Основи для аналітичного опису умов неперетинання об'єктів з урахуванням максимально-допустимих відстаней заложені в теорії геометричного проектування.

Тому важливою і невирішеною частиною проблеми є розробка математичного апарату для опису взаємодії еліпсів з урахуванням максимально-допустимих відстаней.

Формулювання цілей статті. Метою статті є отримання аналітичного опису взаємодії еліпсів з урахуванням максимально-допустимих відстаней.

Основна частина. Представимо проекцію тіла людини в задачі моделювання руху людини у вигляді об'єкта S_i . Розглянемо два геометричних об'єкта S_i і S_j . Допускаються конгруентні перетворення об'єктів. Кожному об'єкту S_i зіставлені параметри розміщення $u_i = (v_i, \theta_i)$, де $v_i = (x_i, y_i)$ - вектор трансляції (переміщення) об'єкта S_i відносно нерухомої системи координат, а θ_i - кут його повороту. Позначимо через $S_i(u_i)$ об'єкт $S_i = S_i(0)$, який повернений на кут θ_i і трансльований на вектор v_i . При цьому довільна точка $p = p(0)$ об'єкта відображається в

точку $p(v) = v + M(\theta_i)p^T(0)$, де $M(\theta_i)$ - матриця оператора повороту простору на кут θ_i .

Умови неперетинання двох об'єктів $S_i(u_i)$ та $S_j(u_j)$ запишемо, використовуючи поняття їх квазі-phi-функції [17].

Визначення1. Квазі-phi-функцією $\Phi^{S_i S_j}(u_i, u_j, u')$ для об'єктів $S_i(u_i)$ та $S_j(u_j)$ називається всюди визначена неперервна по усім змінним функція, для якої функція $\max_{u_{ij} \in U \subset R^m} \Phi^{S_i S_j}(u_i, u_j, u_{ij})$ є phi-функцією об'єктів $S_i(u_i)$ та $S_j(u_j)$ [16]. Тут u_{ij} - вектор допоміжних змінних, які належать деякій підмножині U простору R^t [17].

Важлива характеристика квазі-phi-функції: якщо для деякого u' виконується $\Phi^{S_i S_j}(u_i, u_j, u_{ij}) \geq 0$, то $\text{int } S_i(u_i) \cap \text{int } S_j(u_j) = \emptyset$ [17].

Побудуємо квазі-phi-функцію для еліпсів $E_i(u_i)$ и $E_j(u_j)$ з урахуванням максимально-допустимих відстаней між ними.

Квазі-phi-функція, що запропонована в статті [17], на відміну від phi-функції, залежить не тільки від параметрів розміщення вихідних об'єктів u_i і u_j , а й від додаткових змінних $u_{ij} \in U \subset R^t$. Розмірність простору R^t і вид множини U залежить від конкретних об'єктів і умов розміщення, для моделювання яких призначена конкретна квазі-phi-функція. Псевдонормалізована квазі-phi-функція $\Phi_+^{E_i E_j}(u_i, u_j, u_{ij})$ для опису обмежень на максимально-допустиму відстань ρ між двома еліпсами $E_i(u_i)$ та $E_j(u_j)$ може бути записана у вигляді

$$\Phi_+^{E_i E_j}(u_i, u_j, u_{ij}) = \min\{F_1(u_i, t_{ij}), F_1(u_j, t_{ji}), F_2(t_{ij}, t_{ji})\},$$

де u_i та u_j – параметри розміщення еліпсів; $u_{ij} = (t_{ij}, t_{ji})$ – вектор допоміжних змінних (в даному випадку координат двох точок, що належать еліпсам);

$$F_1(u_i, t_{ij}) = F_1(t'_{ij}) = 1 - \frac{x'_{ij}{}^2}{a_i^2} - \frac{y'_{ij}{}^2}{b_i^2},$$

$$x'_{ij} = x_{ij} \cos(\theta_i) + y_{ij} \sin(\theta_i) - x_i, \quad y'_{ij} = -x_{ij} \sin(\theta_i) + y_{ij} \cos(\theta_i) - y_i,$$

$$F_1(u_j, t_{ji}) = F_1(t'_{ji}) = 1 - \frac{x'_{ji}{}^2}{a_j^2} - \frac{y'_{ji}{}^2}{b_j^2},$$

$$x'_{ji} = x_{ji} \cos(\theta_j) + y_{ji} \sin(\theta_j) - x_j, \quad y'_{ji} = -x_{ji} \sin(\theta_j) + y_{ji} \cos(\theta_j) - y_j,$$

$$F_2(t_{ij}, t_{ji}) = \rho^2 - (x_{ij} - x_{ji})^2 - (y_{ij} - y_{ji})^2.$$

Функція F_1 описує умови належності точок t_{ij} та t_{ji} еліпсам $E_i(u_i)$ і $E_j(u_j)$ відповідно, а функція F_2 обмежує відстань між точками t_{ij} і t_{ji} (рис. 1).

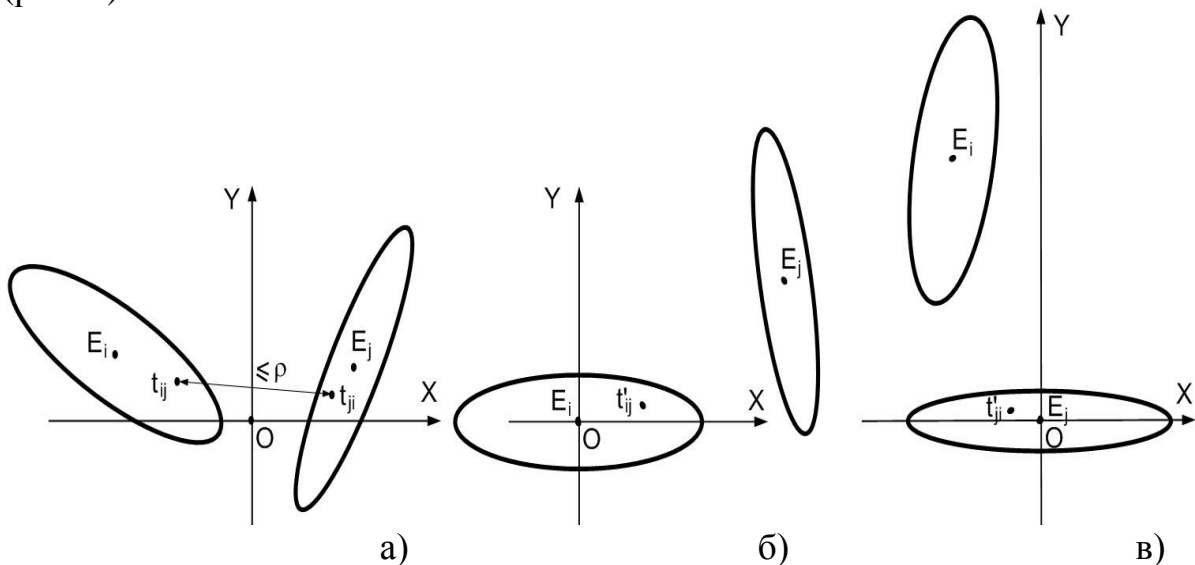


Рис. 1. Ілюстрація до опису функції $\Phi_+^{E_i E_j}(u_i, u_j, u_{ij})$: а) відстань між еліпсами не перевищує відстані між допоміжними точками; б), в) побудова функції належності точок t_{ij} , t_{ji} еліпсам $E_i(u_i)$, $E_j(u_j)$

Функція $\max_{u_{ij} \in R^4} \Phi_+^{E_i E_j}(u_i, u_j, u_{ij})$ являє собою псевдонормалізовану phi-функцію для моделювання максимально-допустимих відстаней між еліпсами $E_i(u_i)$ і $E_j(u_j)$, і $\Phi_+^{E_i E_j}(u_i, u_j, u_{ij}) \geq 0 \Rightarrow \text{dist}(E_i(u_i), E_j(u_j)) \leq \rho$, де $\text{dist}(v_1, v_2)$ – евклідова відстань між точками v_1 і v_2 .

Висновки. в даній роботі отримано аналітичний вираз умов неперетинання еліпсів з урахуванням максимально-допустимих відстаней між ними. Врахування максимально-допустимих відстаней між об'єктами дозволяє об'єднувати їх в підгрупи, а задані максимальні відстані між підгрупами дозволяє об'єднувати їх в групи. Отриманий аналітичний опис умов не перетинання об'єктів є основою моделі індивідуально-поточного руху людей з урахуванням їх розбиття на групи.

Література

1. Karkin I.N., Parfenenko A.P. Floiwtech VD – computer-simulation method from evacuation calculation. *International Scientific and Technical Conference Emergency Evacuation of People from Buildings*. Warsaw, 2011. P. 111–118.
2. Холщевников В.В., Самошин Д.А. Эвакуация и поведение людей на пожарах: учебное пособие. М.: Академия ГПС МЧС России, 2009. 210 с.

3. Pathfinder: Technical reference. Thunderhead Engineering Consultants Inc. 2009. Режим доступа: [http:// www.thun-derheadeng.com/pathfinder](http://www.thun-derheadeng.com/pathfinder) (date of the application 10.03.2015).
4. Donald Mott Mac. Evacuation modeling. Режим доступа: [http:// www.mottmac.com](http://www.mottmac.com) (date of the application 10.03.2015).
5. Schadschneider W., Klingsch H., Kretz T., Rogsch C., Seyfried A. Evacuation Dynamics: Empirical Results, Modeling and applications. *Encyclopedia of Complexity and System Science*. Springer. 2009.
6. Helbing D. Traffic related self-driven many-particle system. *Rev. Mod. Phys.* 73(4). 2001. P. 1067–1141.
7. Zhao D.L., Yang L.Z., li J. Exit dynamics of occupant evacuation in an emergency. *Physica A*. 363. 2006. P. 501–512.
8. A.Varas A., Cornejo M.D., Mainemer D., Toledo B., Rogan J., Munoz V. Cellular automata model for evacuation process with obstacles. *Physica A*. 382. 2007. P. 631–642.
9. Холщевников В.В. Сопоставление различных моделей движения людских потоков и результатов программно-вычислительных комплексов. *Пожаровзрывобезопасность*. 2015. 24, №5. С.68–74
10. Элементы теории геометрического проектирования/ Яковлев С.В., Гиль Н.И., Комяк В.М. и др./ Под ред. В.Л. Рвачева К.: Наук, думка, 1995. 241с.
11. Стоян Ю. Г. Размещение геометрических объектов : монография. Киев : Наук. думка, 1975. 240 с.
12. Стоян Ю. Г., Гиль Н. И. Методы и алгоритмы размещения плоских геометрических объектов : монография. Киев : Наук. думка, 1976. 247 с.
13. Стоян Ю. Г., Соколовский В. З. Решение некоторых многоэкстремальных задач методом сужающихся окрестностей : монография. Киев : Наук. думка, 1980. 205 с.
14. Пономаренко Л. Д., Макмак П. М. Новые подходы к минимизации на перестановках при упаковке геометрических объектов. *Вычислительная техника в машиностроении*. 1980. № 8. С.8–14.
15. Стоян Ю. Г. Об одном обобщении функции плотного размещения. *Докл. АН Украины*. Сер.А. 1980. № 8. С.71–74.
16. Комуак V.M., Комуак V.V., Danilin A.N. A study of ellipse packing in the high-dimensionality problems. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2017. 1/4(85).. С. 17–23.
17. Stoyan, Y., Pankratov, A., & Romanova, T. Quasi-phi-functions and optimal packing of ellipses. *Journal of Global Optimization*. 2016. 65(2). P. 283–307.

УСЛОВИЯ НЕПЕРЕСЕЧЕНИЯ ЭЛЛИПСОВ С УЧЕТОМ МАКСИМАЛЬНО-ДОПУСТИМЫХ РАССТОЯНИЙ

Комяк В.М., Данилин А.М., Соболев А.М., Кязімов К.Т.

Информатизация современного общества, неотъемлемой частью которой является Украина, и повсеместное использование компьютеров

привели к значительному толчку в развитии математического моделирования. Это развитие способствует созданию моделей, геометрические свойства которых позволяют разрабатывать методы моделирования размещения, перемещения объектов любой природы по заданным ограничениям. Одной из актуальных проблем является разработка научно обоснованных планов эвакуации людей, главными компонентами которых являются программы моделирования движения людских потоков. Поэтому актуальной проблемой является разработка моделей и методов для моделирования движения людских потоков, для которых возникает необходимость в разработке программ, которые бы адекватно отражали реальные процессы их движения.

Задача моделирования движения людей в каждый дискретный момент времени представляет собой конфигурацию размещения объектов. В рассматриваемой в данной статье прикладной проблеме объектом размещения (перемещения) является человек. В литературе показано, что при свободной категории движения наиболее адекватной моделью проекции человеческого тела на горизонтальную плоскость является эллипс. Следует отметить, что для задачи моделирования движения людей характерно наличие ограничений размещения, основными из которых являются условия непересечения, и дополнительные ограничения, среди которых можно определить ориентацию объектов, ограничения маневренности и комфорта движения и т.д.

На практике часто возникает задача моделирования движения людей группами, примерами которых могут служить члены семьи или спасатели одного подразделения. Расстояние между людьми каждой из групп не должно превышать максимально-допустимое. Учет максимально допустимых расстояний между объектами позволяет объединять их в подгруппы, а заданные максимальные расстояния между подгруппами позволяет объединять их в группы. Поэтому актуальной задачей является моделирование условий взаимодействия объектов с учетом максимально допустимых расстояний между ними. В работе формализованы перечисленные ограничения на взаимодействие объектов. Для аналитического описания условий непересечения объектов, в частности эллипсов, модифицированы квази- ρ -функции для эллипсов с соблюдением максимально допустимых расстояний между ними.

Ключевые слова: математическое моделирование, моделирование движения людей, условия не пересечения эллипсов, максимально допустимые расстояния.

CONDITIONS OF NON-INTERSECTION ELLIPSES TAKING INTO ACCOUNT THE MAXIMUM ALLOWABLE DISTANCES

Valentina Komyak, Oleskandr Danilin, Oleskandr Sobol, Kyazim Kyazimov

The informatization of modern society, of which Ukraine is an integral part, and the widespread use of computers have led to a significant impetus in

the development of mathematical modeling. This development contributes to the creation of models, the geometric properties of which make it possible to develop methods for modeling the placement, movement of objects of any nature according to specified constraints. One of the urgent problems is the development of scientifically based plans for the evacuation of people, the main components of which are programs for modeling the movement of the human flow. Therefore, an urgent problem is the development of models and methods for modeling the movement of human flows, for which there is a need to develop programs that would adequately reflect the real processes of their movement.

The problem of modeling the movement of people at each discrete moment of time is a configuration of the placement of objects. In the applied problem considered in this article, the object of placement (movement) is a person. It has been shown in the literature that with the free category of motion, the most adequate model of the projection of the human body onto a horizontal plane is an ellipse. It should be noted that the problem of modeling the movement of people is characterized by the presence of placement restrictions, the main of which are the conditions of non-intersection, and additional restrictions, among which it is possible to determine the orientation of objects, restrictions on the maneuverability and comfort of movement, etc.

In practice, the problem often arises of modeling the movement of people in groups, examples of which are family members or rescuers of one unit. The distance between people of each group should not exceed the maximum allowable. Taking into account the maximum allowable distances between objects allows you to combine them into subgroups, and the specified maximum distances between subgroups allows you to combine them into groups. Therefore, an urgent task is to simulate the conditions of interaction between objects, taking into account the maximum permissible distances between them. The work formalized the listed restrictions on the interaction of objects. For the analytical description of the conditions of non-intersection of objects, in particular ellipses, quasi-phi-functions for ellipses have been modified, observing the maximum allowable distances between them.

Keywords: mathematical modeling, modeling of human movement, conditions for non-intersection of ellipses, maximum allowable distances

References

1. Karkin I.N., Parfenenko A.P. (2011). Floiwtech VD – computer-simulation method from evacuation calculation. *International Scientific and Technical Conference Emergency Evacuation of People from Building.* Warsaw. 111–118. [in English]
2. Holschevnikov V.V., Samoshin D.A. (2009). Evakuatsiya i povedenie lyudey na pozharah: uchebnoe posobie. M.: Akademiya GPS MChS Rossii, 210 [in Russian]
3. Pathfinder (2009): Technical reference. Thunderhead Engineering Consultants Inc. Режим доступа: [http: // www.thun-](http://www.thun-)

- derheadeng.com/pathfinder (date of the application 10.03.2015). [in English].
4. Donald Mott Mac. Evacuation modeling. Режим доступа: <http://www.mottmac.com> (date of the application 10.03.2015). [in English]
 5. Schadschneider W., Klingsch H., Kretz T., Rogsch C., Seyfried A. (2009). Evacuation Dynamics: Empirical Results, Modeling and applications. *Encyclopedia of Complexity and System Science*. Springer. [in English]
 6. Helbing D. (2001). Traffic related self-driven many-particle system. *Rev. Mod. Phys*, 73(4). 1067–1141. [in English]
 7. Zhao D.L., Yang L.Z., li J. (2006). Exit dynamics of occupant evacuation in an emergency. *Physica A*, 363, 501–512. [in English]
 8. A.Varas A., Cornejo M.D., Mainemer D., Toledo B., Rogan J., Munoz V. (2007). Cellular automata model for evacuation process with obstacles. *Physica A*, 382, 631–642. [in English]
 9. Holschevnikov V.V. (2015). Sopostavlenie razlichnyih modeley dvizheniya lyudskih potokov i rezultatov programmno-vyichislitelnyih kompleksov. *Pozharovzryivobezopasnost*, 24, 5, 68–74. [in Russian]
 10. Elementyi teorii geometricheskogo proektirovaniya (1995). / Pod red. V.L. Rvacheva K.: Nauk, dumka, 241. [in Russian].
 11. Stoyan Yu. G. (1975). Razmeschenie geometricheskikh ob'ektov : monografiya. Kiev : Nauk. Dumka, 240 [in Russian]
 12. Stoyan Yu. G., Gil N. I. (1976). Metodyi i algoritmyi razmescheniya ploskih geometricheskikh ob'ektov : monografiya. Kiev : Nauk. Dumka, 247 [in Russian]
 13. Stoyan Yu. G., Sokolovskiy V. Z. (1980). Reshenie nekotoryih mnogoekstremal-nyih zadach metodom suzhayuschihsya okrestnostey : monografiya. Kiev : Nauk. Dumka, 205 [in Russian]
 14. Ponomarenko L. D., Makmak P. M. (1980). Novyie podhodyi k minimizatsii na perestanovkah pri upakovke geometricheskikh ob'ektov. *Vyichislitel'naya tehnika v mashinostroenii*, 8, 8–14. [in Russian]
 15. Stoyan Yu. G. (1980). Ob odnom obobschenii funktsii plotnogo razmescheniya. *Dokl. AN Ukrainyi. Ser.A*, 8, 71–74. [in Russian]
 16. Komyak V.M., Komyak V.V., Danilin A.N. (2017). A study of ellipse packing in the high-dimensionality problems. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 1/4(85), 17–23.[in English]
 17. Stoyan, Y., Pankratov, A., & Romanova, T. (2016). Quasi-phi-functions and optimal packing of ellipses. *Journal of Global Optimization*, 65(2), 283–307.[in English]