УДК 510.83

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРІОДИЧНИХ ПРОЦЕСІВ ЗА ДОПОМОГОЮ РЯДІВ ФУР'Є

Рубцов М.О., к.т.н.,
rubtsovnik3077@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1916-6302
Спірінцев Д.В., к.т.н.,
spirintsev@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5728-6626
Раділова Х.І.,
radilova1997@gmail.com
Власенко О.О.
alexvlasenko21@gmail.com
Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького (Україна)

Стаття присвячена математичному моделюванню періодичних процесів за допомогою рядів Фур'є. Предметом дослідження в даній роботі став аналіз різного роду періодичних, циклічних, коливальних процесів (коливання курсу валют, прогнозування індексу промислової продукції, попит на ювелірні вироби в залежності від сезону, коливання виробничої діяльності, перевезення пасажирським транспортом, попит на продукцію та послуги та інше).

Які ж вимоги ставляться до функцій, що підвергаються розкладу в ряді Фур'є? Як перевірити ці функції на збіжність? Які види збіжності рядів Фур'є існують? Аналіз літературних джерел показав, що буває збіжність ряду Фур'є в точці, рівномірна збіжність, і збіжність ряду Фур'є в просторі L_2*. Для цих рядів не існує необхідної умови збіжності, але існують достатні умови: ознака Діріхле та ознака Діні, яких цілком достатньо для проведення розкладу в ряді Фур'є.*

Для наочності розкладання функцій в ряди Фур'є наводяться приклади. За ціль ставилось показати збіжність ряду до вибраної функції. Спочатку перевіряються умови Діріхле, а потім здійснюється пошук коефіцієнтів рядів Фур'є. При цьому враховуються як самі функції так і їх властивості (тригонометричні чи інші; парні, непарні). Кількість членів розкладу необмежена і її можна вибирати довільно. Ми брали $n=3$ *і* $n=6$*, чого цілком достатньо для оцінки збіжності. Результати розрахунків показали, що зі зростанням* n *збіжність ряду зростає, тобто різниця між рядом Фур'є та функцією, що розкладається ряд зменшується, це видно з рисунків 1-4.*

Зроблені висновки підтверджують цінність розглянутих питань. Корисним є математичне моделювання різних періодичних процесів за допомогою рядів Фур'є, що дозволяє зробити аналіз впливу змін на різні елементи процесів.

Ключові слова: Математичне моделювання періодичних процесів, ряди Фур'є, необхідна і достатня умови їх збіжності рядів Фур'є.

Постановка проблеми. В побуті, природі, техніці, дослідженнях, ми часто зустрічаємося з періодичними функція часу. Процеси, пов'язані з роботою будь-якого механізму машини, циклічні явища, коливальні процеси [5] дають нам приклади такого роду величин. Ці функції найкращим чином описуються рядами Фур'є. В даний час періодичні функції добре вивчені і можуть бути використані при складанні математичних моделей.

Огляд літературних джерел дозволяє зробити висновки, що теорію узагальнених рядів Фур'є, майже завжди, представляють з точки зору функціонального аналізу [1-3]. Однак, такий загальний виклад занадто далекий від прикладних задач, що розв'язуються фахівцями з електротехніки, електроніки і в багатьох інших прикладних і теоретичних дисциплінах.

За допомогою рядів при досить загальних умовах складну функцію представляють у вигляді суми більш простих функція. Прикладом такого розкладання функції є ряди Тейлора. Однією з найпростіших систем, за якими проводиться розкладання функції в ряд, є тригонометричні функції $y = \cos nx$ і $y = \sin nx$. Все це спонукає до можливості опису періодичних або циклічних процесів за допомогою рядів Фур'є.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Ряди Фур'є використовуються при вирішенні багатьох прикладних задач [6,7]. Перетворення Фур'є можна проводити аналітичними, числовими та іншими методами. Такі процеси як океанські припливи і світлові хвилі до циклів сонячної активності відносяться до числового способу розкладання будь-яких коливальних процесів в ряд Фур'є. Використовуючи ці математичні прийоми, можна розбирати функції, представляючи будь-які коливальні процеси в якості ряду синусоїдальних складових, які переходять від мінімуму до максимуму і назад. Перетворення Фур'є є функцією, що описує фазу і амплітуду синусоїд, відповідних певній частоті. Воно використовується для вирішення досить складних рівнянь, які описують динамічні процеси, що виникають під дією теплової, світлової або електричної енергії. Також ряди Фур'є дозволяють виділяти постійні складові в складних коливальних сигналах, завдяки чому стало можливим правильно інтерпретувати отримані експериментальні спостереження в медицині, хімії та астрономії.

Ріст технологій, тобто поява і розвиток комп'ютера, вивів перетворення Фур'є на новий рівень. Дана методика міцно закріпилася практично у всіх сферах науки і техніки. Як приклад можна привести цифровий аудіо - і відеосигнал. Який став наочною реалізацією зростання наукового процесу і застосування рядів Фур'є. Так, ряд Фур'є в комплексній формі дозволив зробити прорив у вивченні космічного простору. Крім того, це вплинуло на вивчення фізики напівпровідникових матеріалів і плазми, мікрохвильової акустики, океанографії, радіолокації, сейсмології.

Як бачимо, застосування рядів Фур'є і перетворення Фур'є виводить дослідника на новий більш високий рівень досліджень. Тому знання умов, яким повинна задовольняти функція, що буде розкладена в ряд Фур'є є обов'язковим.

Формування цілей статті. Ціль роботи полягає в математичному моделюванні періодичних процесів і встановленню умов що до застосування функцій, які розкладаються в ряди Фур'є та їх застосувань в різних аспектах науки і техніки.

Основна частина. Ряд Фур'є – спосіб представлення довільної складної функції сумою простіших. В загальному випадку кількість таких функцій може бути нескінченною, при цьому чим більше таких функцій враховується при розрахунку, тим вищою стає кінцева точність представлення даної функції. Здебільшого як найпростіші використовуються тригонометричні функції синуса і косинуса. Тоді ряд Фур'є називається тригонометричним, а обчислення такого ряду часто називають розкладом на гармоніки.

Ряди названі на честь французького математика Жана Батиста Жозефа Фур'є (1768-1830 рр.). Сьогодні його метод лежить в основі більшості приладів, які взаємодіють з навколишнім світом.

Спочатку вчений застосував свій метод для вивчення і пояснення механізмів теплопровідності поширення тепла у твердих тілах. Фур'є припустив, що початковий нерегулярний розподіл теплової хвилі можна розкласти на найпростіші синусоїди, кожна з яких матиме свій температурний мінімум і максимум, а також свою фазу. При цьому кожна така компонента буде вимірюватися від мінімуму до максимуму і назад. Математична функція, яка описує верхні і нижні піки кривої, а також фазу кожної з гармонік, назвали перетворенням Фур'є від виразу розподілу температури. Автор теорії звів загальну функцію розподілу, яка важко піддається математичному опису, до вельми зручного в зверненні ряду періодичних функцій косинуса і синуса, які в сумі дають початковий розподіл.

Особа, не знайома з працями французького вченого Фур'є, швидше за все, не зрозуміє, що це за «ряди» і для чого вони потрібні. Ними користуються не тільки математики, а й фізики, хіміки, медики, астрономи, сейсмологи, океанографи і багато інших. Давайте і ми ближче познайомимося з досягненнями великого французького вченого, який зробив відкриття, випередив свій час.

Тригонометричним рядом Фур'є називають функціональний ряд виду [6]:

$$\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cos nx+b_n\sin nx\right).$$

Якщо ряд є збіжним, то його сума дорівнює періодичній функції $f\left(x\right)$ з періодом 2π, оскільки $\sin nx$ та $\cos nx$ є періодичними з періодом 2π. Сталі числа a_0, a_n, b_n $\left(n\in N\right)$ називаються коефіцієнтами тригонометричного ряду

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos nx dx, \; b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin nx dx.$$

Нехай дано ортогональну систему в Гільбертовому просторі $R\{\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n, ...\}$ та f – довільний елемент з R. Послідовність чисел $c_k = \frac{(f, \varphi_k)}{\|\varphi_k\|^2}$ називається координатами, або коефіцієнтами Фур'є елемента f по системі $\{\varphi_k\}$, а ряд

$$\sum_k c_k \varphi_k$$

називається рядом Фур'є елемента f по ортогональній системі $\{\varphi_k\}$. Справедлива так звана нерівність Бесселя $\sum_{k=1}^{\infty} c_k^2 \le \|f\|^2$.

Якщо виконується рівність Парсеваля $\sum_{k=1}^{\infty} c_k^2 = \|f\|^2$, то нормована система $\{\varphi_k\}$ називається замкненою.

Справедливе твердження: в сепарабельному евклідовому просторі R будь-яка повна ортогональна нормована система є замкненою і навпаки.

Які бувають типи збіжності рядів Фур'є? Буває збіжність ряду Фур'є в точці, рівномірна збіжність, і збіжність ряду Фур'є в просторі L_2.

З рівномірної збіжності ряду Фур'є випливає як збіжність в точці, так і збіжність в просторі L_2. Обернене твердження невірно: збіжність в просторі L_2 не означає, що ряд Фур'є є збіжним в точці або рівномірно, і, аналогічно, зі збіжності в точці не випливає рівномірна збіжність або збіжність в просторі L_2.

Яким же умовам повинна задовольняти функція, щоб вона могла бути представлена рядом Фур'є? Такими умовами є необхідна і достатня умови збіжності ряду.

Функція $f(x)$ називається кусково-монотонною на $[a; b]$, якщо цей відрізок можна розбити на кінцеве число відрізків, на кожному з яких функція монотонна, тобто або зростає, або спадає, або є сталою.

Якщо неперервна (або кусково-неперервна) функція $f(x)$ на $[a; b]$ монотонна або кусково-монотонна, то в будь-якій внутрішній точці $c \in [a; b]$ вона має ліву і праву границі, тобто існують

$$\lim_{x\to c-0} f(x) = f(c-0) \text{ і } \lim_{x\to c+0} f(x) = f(c+0).$$

Теорема (Діріхле). Нехай функція $f(x)$ визначена на $[-\pi; \pi]$ і задовольняє на цьому відрізку умовам:

1) $f(x)$ неперервна або має кінцеве число точок розриву першого роду (тобто кусково-неперервна);

2) $f(x)$ монотонна або має кінцеве число точок екстремумів (тобто кусково-монотонна).

Тоді $f(x)$ розкладається на відрізку $[-\pi;\ \pi]$ в тригонометричний ряд Фур'є. Тобто тригонометричний ряд Фур'є функції $f(x)$ є збіжним на відрізку $[-\pi;\ \pi]$ і його сумою є функція $S(x)$, визначена на цьому відрізку наступним чином:

1) $S(x)=f(x)$ у всіх точках $x\in[-\pi;\ \pi]$, в яких $f(x)$ неперервна;

2) $S(x_k)=\dfrac{f(x_k-0)+f(x_k+0)}{2}$, якщо $x\in[-\pi;\ \pi]$ і x_k – точка розриву першого роду функції $f(x)$. Тобто в точках розриву функції $f(x)$ функція $S(x)$ дорівнює середньому арифметичному односторонніх границь $f(x)$ в цій точці.

3) $S(-\pi)=S(\pi)=\dfrac{f(\pi-0)+f(-\pi+0)}{2}$. Тобто на границях відрізка $[-\pi;\ \pi]$ функція $S(x)$ дорівнює середньому арифметичному лівої границі функції $f(x)$ в точці $x=\pi$ і правої границі функції $f(x)$ в точці $x=-\pi$.

Причому, на будь-якому відрізку $[a;\ b]\subset[-\pi;\ \pi]$, що не містить точок розриву функції $f(x)$ тригонометричний ряд Фур'є буде рівномірно збігатися до $f(x)$.

Умови 1) і 2) теореми Діріхле називаються ***умовами Діріхле***.

Теорема Діріхле дає достатні умови розкладання функції у тригонометричний ряд Фур'є на відрізку $[-\pi;\ \pi]$. Існують і інші достатні умови розкладання функції в тригонометричний ряд Фур'є. Наприклад *ознака Діні*.

Теорема. Якщо періодична функція $f(x)$ з періодом 2π – кусково-монотонна і обмежена на відрізку $[-\pi;\ \pi]$, то тригонометричний ряд Фур'є, побудований для цієї функції, збігається у всіх точках. Сума одержаного ряду $S(x)$ дорівнює значенню функції $f(x)$ в точках її неперервності В точках розриву $f(x)$ сума ряду дорівнює середньому арифметичному границь функції $f(x)$ справа і зліва.

З цих теорем випливає, що тригонометричні ряди Фур'є застосовні до достатньо широкого класу функцій.

Відзначимо, що ознаки Діріхле і Діні охоплюють більшу частину функцій, що використовуються в математичному аналізі і його додатках. Той факт, що ці ознаки є достатніми, але не необхідними, говорить про те, що існують функції, що розкладаються в ряд Фур'є і не відносяться до розглянутих вище класів. Збіжність деяких з них може бути досліджена за допомогою спеціальних ознак, проте загальне формулювання необхідної і достатньої ознаки досі не встановлене. Навіть в найпростішому випадку неперервних функцій, як ми вже бачили в конкретних прикладах, потрібні додаткові умови: наявність кінцевої похідної, існування деякого інтеграла, кускова монотонність і ін. У загальному випадку вимоги неперервності функції $f(x)$ виявляється недостатньо [8].

Розглянемо приклади застосування рядів Фур'є для моделювання різних процесів.

Приклад 1. Розкласти функцію $f(x)=x^2$ в тригонометричний ряд Фур'є для $x\in[-\pi;\ \pi]$. Побудувати графік заданої функції і графіки частинних сум $S_3(x)$, $S_6(x)$.

Розв'язання. Спочатку перевіряємо умови Діріхле, вони виконуються. Оскільки функція $f(x)=x^2$ парна, то коефіцієнти $b_n=0$. Тоді

$$a_0=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} x^2dx=\frac{2}{\pi}\int_{0}^{\pi} x^2dx=\frac{2}{\pi}\cdot\left[\left(\frac{x^3}{3}\Big|_0^{\pi}\right)\right]=\frac{2}{\pi}\cdot\frac{\pi^3}{3}=\frac{2\pi^2}{3}.$$

$$a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos nxdx=\frac{2}{\pi}\int_{0}^{\pi} f(x)\cos nxdx=\frac{2}{\pi}\int_{0}^{\pi} x^2\cos nxdx.$$

До останнього інтеграла застосуємо 2 рази інтегрування частинами.

$$a_n=\frac{2}{\pi}\int_{0}^{\pi} x^2\cos nxdx=\left\{\begin{array}{l} u=x^2, \quad du=2xdx; \\ dv=\cos nxdx,\ v=\int\cos nxdx=\dfrac{\sin nx}{x} \end{array}\right\}=$$

$$=\frac{2}{\pi}\left[\left(\frac{x^2\sin nx}{x}\right)\Big|_0^{\pi}-\int_0^{\pi}2x\frac{\sin nx}{x}dx\right]=\frac{2}{\pi n}\left[\pi^2\sin n\pi-(-\pi)^2\sin(-n\pi)-2\int_0^{\pi}x\sin nxdx\right]=$$

$$=\frac{2}{\pi}\left(2\pi^2\sin n\pi-2\int_0^{\pi}x\sin nxdx\right)=-\frac{4}{\pi n}x\sin nxdx=\left\{\begin{array}{l} u=x,\quad du=dx; \\ dv=\sin nxdx, v=-\dfrac{\cos nx}{n} \end{array}\right\}=$$

$$=-\frac{4}{\pi n}\left[\left(-\frac{x\cos nx}{n}\right)\Big|_0^{\pi}-\int_0^{\pi}\left(-\frac{\cos nx}{n}\right)dx\right]=\frac{4}{\pi n^2}\left(\pi\cos nx-\int_0^{\pi}\cos nxdx\right)=$$

$$=\frac{4}{\pi n^2}\left[\pi\cos n\pi-\left(\frac{\sin nx}{x}\right)\Big|_0^{\pi}\right]=\frac{4}{\pi n^2}\left(\pi\cos n\pi-\frac{\sin n\pi}{n}\right).$$

Так як $\sin n\pi=0$, а $\cos n\pi=(-1)^n$ для натуральних n, то отримуємо:

$$a_n=\frac{4}{\pi n^2}\cdot\pi(-1)^n=\frac{4}{n^2}(-1)^n.$$

Тоді розклад параболічної функції в ряд Фур'є має вигляд:

$$x^2=\frac{\pi^2}{3}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4}{n^2}(-1)^n\cos nx\,.$$

Графіки функції $f(x)=x^2$ та її розкладу при $n=3$, $n=6$ представлені на рис. 1 і рис 2.

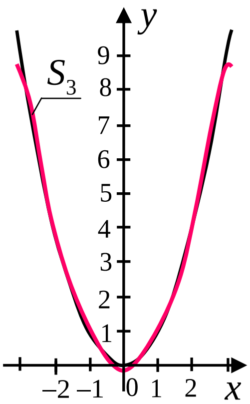

Рис. 1

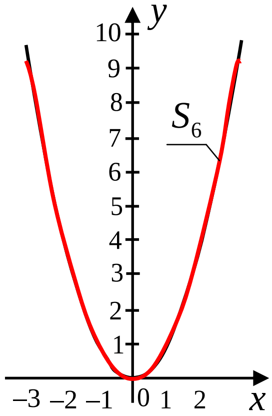

Рис. 2

Приклад 2. Розкласти функцію $f(x)=\begin{cases}3x, & -\pi<x\le 0;\\ 1, & 0<x<\pi\end{cases}$ в тригонометричний ряд Фур'є. Побудувати графік заданої функції і графіки частинних сум $S_3(x)$, $S_6(x)$.

Розв'язання. Після перевірки умов Діріхле і переконанні в їх виконнані, обчислимо коефіцієнти Фур'є:

$$a_0=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)dx=\frac{1}{\pi}\left(3\int_{-\pi}^{0}xdx+\int_{0}^{\pi}dx\right)=\frac{1}{\pi}\left(-\frac{3}{2}\pi^2+\pi\right)=\frac{2-3\pi}{2}.$$

$$a_k=\frac{1}{\pi}\left(3\int_{-\pi}^{0}x\cos kxdx+\int_{0}^{\pi}\cos kxdx\right)=\left\{\begin{matrix}u=x; & dv=\cos kxdx;\\ du=dx; & v=\dfrac{1}{k}\sin kx\end{matrix}\right\}=$$

$$=\frac{3x}{\pi k}\sin kx\Big|_{-\pi}^{0}-\frac{3}{\pi k}\int_{-\pi}^{0}\sin kxdx+\frac{1}{\pi k}\sin kx\Big|_{0}^{\pi}=\frac{3}{\pi k^2}\cos kx\Big|_{-\pi}^{0}=\frac{3}{\pi k^2}\cdot(1-\cos\pi k)=$$

$$=\frac{3}{\pi k^2}\cdot\left(1-(-1)^k\right).$$

$$b_k=\frac{1}{\pi}\left(3\int_{-\pi}^{0}x\sin kxdx+\int_{0}^{\pi}\sin kxdx\right)=\left\{\begin{matrix}u=x; & dv=\sin kxdx;\\ du=dx; & v=-\dfrac{1}{k}\cos kx\end{matrix}\right\}=$$

$$=-\frac{3x}{\pi k}\cos kx\Big|_{-\pi}^{0}+\frac{3}{\pi k}\int_{-\pi}^{0}\cos kxdx-\frac{1}{\pi k}\cos kx\Big|_{0}^{\pi}=-\frac{3x}{\pi k}\cos kx\Big|_{-\pi}^{0}+\frac{3}{\pi k^2}\sin kx\Big|_{-\pi}^{0}-$$

$$-\frac{1}{\pi k}\cos kx\Big|_0^{\pi} = -\frac{3\cancel{\pi}}{\cancel{\pi}k}\cos\pi k - \frac{1}{\pi k}\left(\cos\pi k - 1\right) = -\frac{1}{\pi k}\left(3\cdot\pi\left(-1\right)^k + \left(-1\right)^k - 1\right).$$

Тоді

$$f\left(x\right) = \frac{2-3\pi}{4} + \sum_{k=1}^{\infty}\left[\frac{3\left(1-\left(-1\right)^k\right)}{\pi k^2}\cos\left(kx\right) - \frac{1}{\pi k}\left(\left(-1\right)^k\left(3\pi+1\right)-1\right)\sin\left(kx\right)\right].$$

Графіки функції $f\left(x\right)=\begin{cases}3x, & -\pi < x \le 0;\\ 1, & 0 < x < \pi\end{cases}$ та її розкладу при $k=3$, $k=6$ представлені на рис. 3 і рис 4.

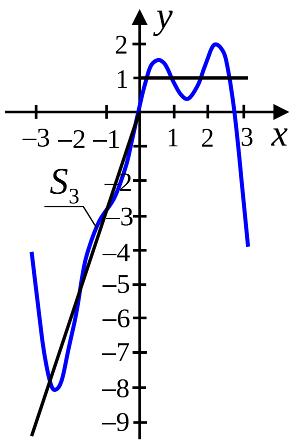

Рис. 3

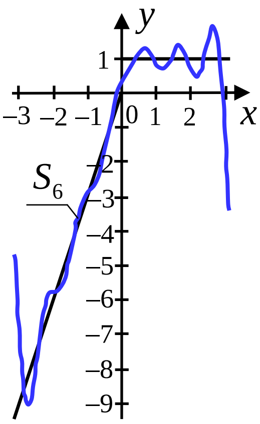

Рис. 4

Висновки. З проведених досліджень слідує:

– ряди Фур'є є ефективним засобом для математичного моделювання періодичних процесів;

– для функцій, що використовуються при математичному моделюванні достатньо виконання теорем Діріхле або Діні;

– збільшення членів ряду Фур'є суттєво впливає на наближення ряду до самої функції.

Література

1. Эдвардс Р. Ряды Фурье в современном изложении: В 2-х т. Т. 1. Пер. с англ. М.: Мир, 1985. 264 с.
2. Толстов Г.П. Ряды Фурье. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1960. 392с.
3. Жук В.В., Натансон Г.И. Тригонометрические ряды Фурье и элементы теории аппроксимации. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1983. 188 с.
4. Волков В.А. Ряды Фурье. Интегральные преобразования Фурье и Радона: учебно-методическое пособие. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2014. 32 с.
5. Норік Л.О., Бріль М.С. Використання рядів Фур'є в задачі прогнозування індексу промислової продукції. *Сучасні проблеми управління підпри-*

ємствами: теорія та практика : матеріали міжнар. наук.-практ. конф., 18-19 бер. 2019 р.: тези допов. Х. м. Торунь, 2019. С. 389-392.
6. Фартушный И.Д., Колбасюк Ю.О. Оценка финансового состояния и прогнозирования финансовой устойчивости предприятия. Ж.: «Молодий вчений» • № 1 (16) • січень, 2015 р., с. 82-87.
7. Дербенцев В.Д., Овчаренко А.А., Безкоровайний В.С. Моніторинг стану часових рядів валютних котирувань з використанням рядів Фур'є. Моделювання та інформаційні системи в економіці. Київ: КНЕУ, 2019. Вип. 97. с. 117–128.
8. Задорожный В.Н., Зальмеж В.Ф., Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В. Высшая математика для технических университетов. Часть IV. Ряды: учебное пособие. Томский политехнический университет. 3-е изд. Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2014. 344 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С ПОМОЩЬЮ РЯДОВ ФУРЬЕ

Рубцов Н.А., Спиринцев Д.В., Радилова К.И., Власенко А.О.

Статья посвящена математическому моделированию периодических процессов с помощью рядов Фурье. Предметом исследования в данной работе стал анализ различного рода периодических, циклических, колебательных процессов (колебания курса валют, прогнозирования индекса промышленной продукции, спрос на ювелирные изделия в зависимости от сезона, колебания производственной деятельности, перевозка пассажирским транспортом, спрос на продукцию и услуги и другое).

Какие же требования предъявляются к функциям, подвергающимся разложению в ряде Фурье? Как проверить эти функции на сходимость? Какие виды сходимости рядов Фурье существуют? Анализ литературных источников показал, что бывает сходимость ряда Фурье в точке, равномерная сходимость и сходимость ряда Фурье в пространстве L_2. *Для этих рядов не существует необходимого условия сходимости, но существуют достаточные условия: признак Дирихле и признак Дини, которых вполне достаточно для проведения разложения в ряде Фурье.*

Для наглядности раскладывания функций в ряды Фурье приводятся примеры. За цель ставилось показать сходимость ряда к выбранной функции. Сначала проверяются условия Дирихле, а затем осуществляется поиск коэффициентов рядов Фурье. При этом учитываются как сами функции так и их свойства (тригонометрические или иные; четные, нечетные). Количество членов разложения неограниченно и его можно выбирать произвольно. Мы брали $n=3$ *и* $n=6$, *чего вполне достаточно для оценки сходимости. Результаты расчетов показали, что с ростом* n *схо-*

димость ряда возрастает, то есть разница между рядом Фурье и функцией, что раскладывается в ряд уменьшается, это видно из рисунков 1-4.

Сделанные выводы подтверждают ценность рассматриваемых вопросов. Полезным является математическое моделирование различных периодических процессов с помощью рядов Фурье, что позволяет сделать анализ влияния изменений на различные элементы процессов.

MATHEMATICALLY MODELING PERIODICHNYE PROCESSES FOR ADDITIONAL SERIES FUR'Є

Mykola Rubtsov, Dmytro Spirintsev, Khrystyna Radilova,
Vlasenko Alexandra

The article is dedicate to mathematical modeling of periodic processes using Fourier series. The subject of the studying in this research was the analysis of various periodic, cyclical, oscillating processes (exchange rate fluctuations, forecasting the index of industrial products, demand for jewelry depending on the season, deviation of manufacturing, passenger transport, demand for products and services and other).

What are the requirements for functions that are decomposed in the Fourier series? How to check these functions for convergence? What are the types of Fourier clans? An analysis of the literature show that there is a convergence of the Fourier series at a point, uniform convergence, and convergence of the Fourier series in space L_2*. There is no necessary condition for convergence for these series, but there are sufficient conditions: the Dirichlet sign and the Dini sign, which are quite sufficient for decomposition in the Fourier series.*

Examples illustrate the decomposition of functions into Fourier series. The aim was to show the convergence of the series to the selected function. The Dirichlet conditions are checked first, and then the Fourier series coefficients are searched. This takes into account both the functions themselves and their properties (trigonometric or other; even, odd). The number of members of decomposition is unlimited and can be chosen arbitrarily. We also took $n = 3$ *and* $n = 6$ *that is quite enough to assess convergence. The results of the calculations show that the convergence of the series increases* n *with increasing, i.e. the difference between the Fourier series and the decomposable function of the series decreases, as can be seen from Figures 1-4.*

The conclusions confirm the value of the issues considered. Mathematical modeling of various periodic processes using Fourier series is useful to analyze the impact of changes on various process elements.

References

1. Edvards R. (1985) Fourier's rows in modern presentation: (Vol. 1). M.: Mir. [in Russian]

2. Tolstov G.P. (1960) Fourier's rows. M.: Gosudarstvennoe izdatel'stvo fiziko-matematicheskoj literatury. [in Russian]
3. ZHuk V.V., Natanson G.I. (1983) Fourier trigonometry rows and elements of approximation theory. L.: Izd-vo Leningr. un-ta. [in Russian]
4. Volkov V.A. (2014) Fourier's rows. Integral transformations of Fourier and Radon: a teaching manual. Ekaterinburg: Izd-vo Ural. un-ta. [in Russian]
5. Norik L.O., Bril' M.S. (2019) The use of Fourier series in the problem of forecasting the index of industrial products. *Suchasni problemi upravlinnya pidpri-єmstvami: teoriya ta praktika* : materiali mizhnar. nauk.-prakt. konf., 18-19 ber. 2019 r.: tezi dopov. H. m. Torun', 389-392. [in Russian]
6. Fartushnyj I.D., Kolbasyuk YU.O. (2015) Assessing the financial condition and forecasting the financial sustainability of the company. ZH.: «Molodij vchenij, 1 (16), 82-87. [in Russian]
7. Derbencev V.D., Ovcharenko A.A., Bezkorovajnij V.S. (2019) Monitoring the status of the time series of currency quotations using the Fourier series. Mo-delyuvannya ta informacijni sistemi v ekonomici. Kiïv: KNEU, 97, 117–128. [in Ukrainian]
8. Zadorozhnyj V.N., Zal'mezh V.F., Trifonov A.YU., SHapovalov A.V. (2014) Higher Mathematics for Technical Universities. CHast' IV. Ryady: uchebnoe posobie. Tomskij politekhnicheskij universitet. 3-e izd. Tomsk: Izd-vo Tomskogo politekhnicheskogo universiteta, [in Russian]