

UDC 514.18

MODELING AND COMPUTER IMPLEMENTATION OF A SURFACE PORTION ON THE BASIS OF “CLOTHOID” CURVES

Badaev Yu.I., Doctor of Technical Sciences,
ybad0228@gmail.com, ORCID: 0000-0002-1415-9739

Lagodina L.P., PhD (Engin.),
lplahodina@gmail.com, ORCID: 0000-0003-4012-836X

*National Technical University of Ukraine Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic
Institute (Ukraine)*

When designing the contours of machines and units that work in a moving environment, ensuring a smooth change in curvature plays an important role. The law of curvature change is very important in this case, because the kink of the curvature along the surface inherits the turbulent stall of the flow of the moving medium, which increases the resistance of the unit to the moving medium. An increase in resistance to a moving environment leads to a decrease in the speed of movement. And when used in aircraft construction, the disruption of the moving environment can lead to a peak and crash of the aircraft. The integral curve of the "clothoid" is known. Its peculiarity lies in the fact that along the curve its curvature changes according to a linear law. Therefore, the use of this curve for constructing a surface can provide a linear law of change in curvature along the surface.

The paper considers the construction of a portion of the surface based on the curves of the "clothoid", which allows you to set the curvature at the boundaries of the portion and provide a linear law of its change over the portion surface. On the basis of such portions of the surface, it is possible to determine both surface stripes and three and quadrangular portions of the surface. In this case, the curvature changes linearly along the longitudinal directions and also along the transverse directions, because both along and across the portion there is a "clothoid" curve. And, as you know, the curvature along the clothoid changes linearly. It is advantageous to use the indicated strips and portions of surfaces in the design of surfaces of machines and assemblies, working in a moving environment (surfaces of aircraft, cars, ships), in which it is important to set a smooth law of curvature change along the surface. The law of curvature change is very important in this case, because the kink of the curvature along the surface inherits the turbulent stall of the flow of the moving environment, which increases the resistance of the unit to the moving environment. An increase in resistance to a moving medium leads to a decrease in the speed of movement. And when used in aircraft construction, the disruption of the moving environment can lead to a peak and crash of the aircraft. In works [1,2,3] various variants of surface portions are considered, but none of them provides a linear law of curvature change.

Key words: strip of surface, portion of surface, curvature, linear law of change of curvature, "clothoid" curve.

Statement of problem. When designing the contours of machines and units that work in a moving environment, there is the need to model surfaces with a given curvature.

Recent research and publication analysis. In articles [1,2,3], various variants of portions of surfaces are described, but none of them provides the setting of a linear law of change in curvature over the surface.

Setting article objectives. The paper considers the construction of a portion of a surface with a linear law of change in curvature over the surface, which makes it possible to design the contours of machines and mechanisms that operate in a moving medium, with a smooth and linear law of change in curvature over the surface.

Main part. The integral curve of the "clothoid" is defined by the formulas:

$$x = \int_0^s ds \cos\left(\int_0^s k ds\right); \quad (1)$$

$$y = \int_0^s ds \sin\left(\int_0^s k ds\right), \quad (2)$$

where the curvature k varies linearly:

$$k = k_0(1-s) + k_1 s. \quad (3)$$

Formulas (1) and (2) can be rewritten in a form convenient for programming:

$$x = \sum_0^s \Delta s \cos\left(\sum_0^s k \Delta s\right); \quad (4)$$

$$y = \sum_0^s \Delta s \sin\left(\sum_0^s k \Delta s\right). \quad (5)$$

To model a strip of a surface, it is necessary to move the plane curve along the clothoids in the perpendicular direction.

Let's take a cubic Bezier curve as an example.

$$r = r_0(1-t)^3 + r_1(1-t)^2 t + r_2 t^3. \quad (6)$$

We will move the reference points r_0, r_1, r_2 along the clothoids.

We get a strip of the surface, in which along one direction there will be cubic Bezier curves, and in the other direction - clothoids.

In this case, along the direction along the clothoids, the curvature will change linearly.

Based on this example, a program in the AutoLISP language was developed in the AutoCAD system environment.

The result of this program is shown in Fig. 1.

$$\left. \begin{aligned}
 x_0 &= x_0 + \sum_0^s \Delta s \cos\left(\sum_0^s k \Delta s\right); \\
 y_0 &= y_0 + \sum_0^s \Delta s \sin\left(\sum_0^s k \Delta s\right); \\
 x_1 &= x_1 + \sum_0^s \Delta s \cos\left(\sum_0^s k \Delta s\right); \\
 y_1 &= y_1 + \sum_0^s \Delta s \sin\left(\sum_0^s k \Delta s\right); \\
 x_2 &= x_2 + \sum_0^s \Delta s \cos\left(\sum_0^s k \Delta s\right); \\
 y_2 &= y_2 + \sum_0^s \Delta s \sin\left(\sum_0^s k \Delta s\right).
 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Here the Bezier curve is parallel to the zOy plane, and the clothoids are parallel to the xOy plane.

To model a quadrangular portion of the surface, it is necessary to move the clothoid along the perpendicular clothoids.

For this, we take a clothoid defined in the zOy plane:

$$\left. \begin{aligned}
 z &= \sum_0^s \Delta s \cos\left(\sum_0^s k \Delta s\right), \\
 y_0 &= \sum_0^s \Delta s \sin\left(\sum_0^s k \Delta s\right).
 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

We will move the clothoid (8) in the perpendicular direction along the clothoid:

$$\left. \begin{aligned}
 z &= z_0 = \text{const}, \\
 x &= \sum_0^s \Delta s \cos\left(\sum_0^s k \Delta s\right), \\
 y &= y_0 + \sum_0^s \Delta s \sin\left(\sum_0^s k \Delta s\right).
 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

We get a quadrangular portion of the surface, in which clothoids are determined along both directions and, therefore, the law of curvature change over the surface will be linear along both directions.

Based on this example, a program was developed in the AutoLISP language in the AutoCAD system environment.

The result of this program is shown in Fig. 2.

Conclusions. This work makes it possible to simulate surfaces with a given linear law of curvature change over the surface, which is important when designing the outlines of machines and units that operate in a moving environment.

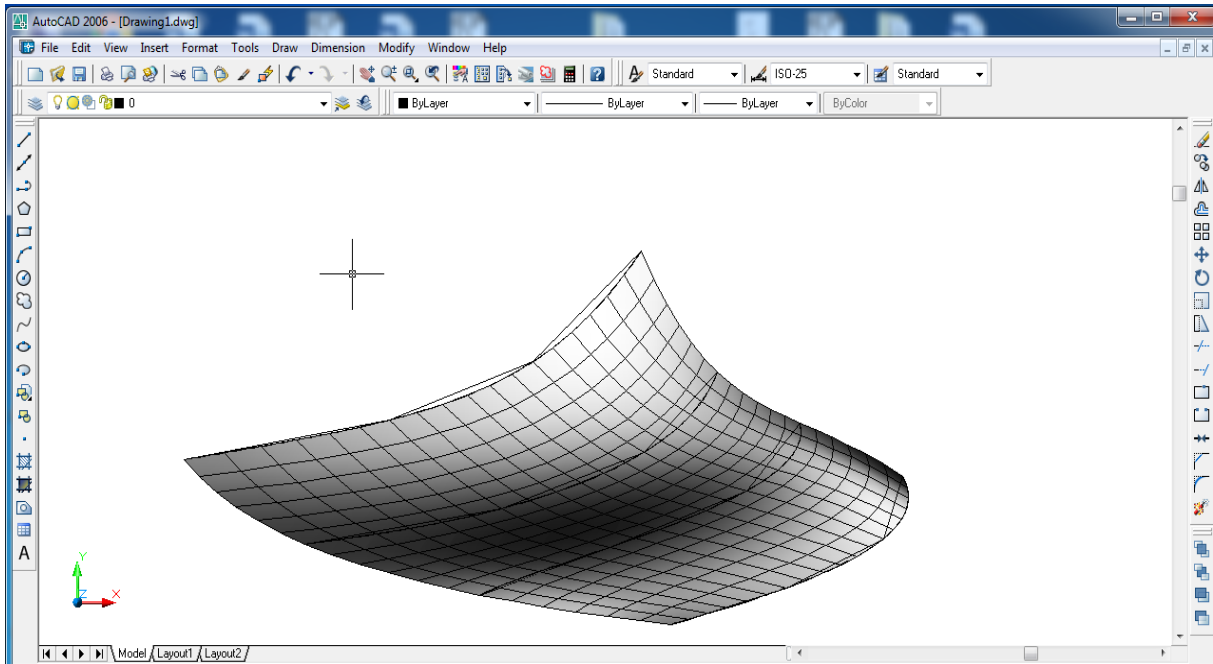


Fig. 1

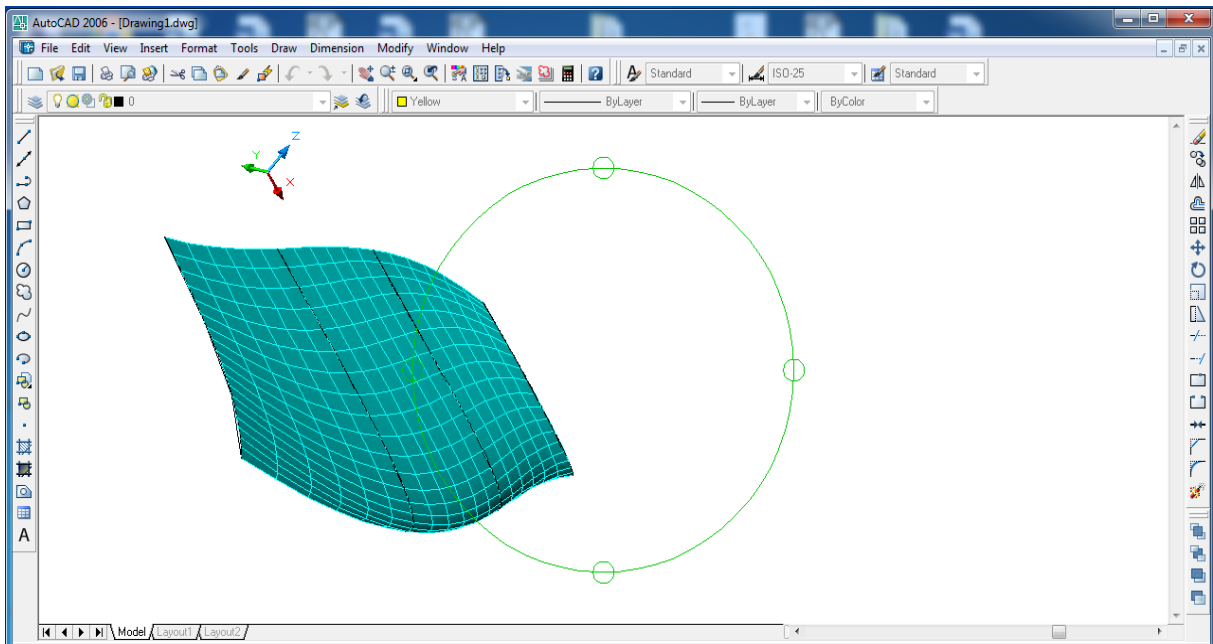


Fig. 2

Literature

1. Погорелов А.В. Геометрия. М.:Наука. Физматлит, 1983. 288 с.
2. Голованов. Н.Н. Геометрическое моделирование. М.: Физматлит, 2002. 472 с.
3. Бадаев Ю.И., Ковтун А.М. Специальные сплайны из полиномов третьей, четвертой и пятой степени в геометрическом моделировании: Монография. О.: Феникс, 2011. 316 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ И КОМПЬЮТЕРНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ПОРЦИИ ПОВЕРХНОСТИ НА ОСНОВЕ КРИВЫХ “КЛОТОИДЫ”

Бадаев Ю.И., Лагодина Л.П.

При конструировании обводов машин и агрегатов, которые работают в движущейся среде, важную роль играет обеспечение плавного изменения кривизны. Закон изменения кривизны очень важен в этом случае, потому что излом кривизны по поверхности наследует турбулентный срыв потока движущейся среды, что увеличивает сопротивление агрегата движущейся среде. Увеличение сопротивления движущейся среде приводит к уменьшению скорости движения. А при применении в самолетостроении срыв движущейся среды может привести к пику и катастрофе самолета.

Известна интегральная кривая “клотоида”. Особенность ее состоит в том, что вдоль кривой ее кривизна изменяется по линейному закону. Поэтому применение этой кривой для построения поверхности может обеспечить линейный закон изменения кривизны по поверхности.

В работе рассматривается построение порции поверхности на основе кривых “клотоиды”, что позволяет задать кривизну на границах порции и обеспечить линейный закон ее изменения по поверхности порции. На основе таких порций поверхности можно определять, как полосы поверхности, так и трех и четырехугольные порции поверхности. При этом кривизна изменяется линейно вдоль продольных направлений, а также и вдоль поперечных направлений, потому что как вдоль, так и поперек порции расположена кривая “клотоида”. А, как известно, кривизна вдоль клотоиды изменяется линейно.

Указанные полосы и порции поверхностей выгодно применять в проектировании поверхностей машин и агрегатов, работающих в движущейся среде (поверхности самолетов, автомобилей, судов), в которых важно задание закона изменения кривизны вдоль поверхности. Закон изменения кривизны очень важен в этом случае, потому что излом кривизны по поверхности наследует турбулентный срыв потока движущейся среды, что увеличивает сопротивление агрегата движущейся среде. Увеличение сопротивления движущейся среде приводит к уменьшению скорости движения. А при применении в самолетостроении срыв движущейся среды может привести к пику и катастрофе самолета. В работах [1,2,3] рассматриваются различные варианты порций поверхности, но ни один из них не обеспечивает линейного закона изменения кривизны.

Ключевые слова: полоса поверхности, порция поверхности, кривизна, кривая “клотоида”.

МОДЕЛЮВАННЯ І КОМП'ЮТЕРНА РЕАЛІЗАЦІЯ ПОРЦІЇ ПОВЕРХНІ НА ОСНОВІ КРИВИХ "КЛОТОЇДИ"

Бадаєв Ю.І., Лагодіна Л.П.

При конструюванні обводів машин і агрегатів, які працюють у середовищі, що рухається, важливу роль відіграє забезпечення плавної зміни кривизни. Закон зміни кривизни дуже важливий в цьому випадку, тому що злам кривизни по поверхні наслідуює турбулентний зрив потоку середовища, що рухається, що збільшує опір агрегату середовищу, що рухається. Збільшення опору середовищу, що рухається, призводить до зменшення швидкості руху. А при застосуванні в літакобудуванні зрив середовища, що рухається, може привести до піке і катастрофи літака.

Відома інтегральна крива "клотоїда". Особливість її полягає в тому, що уздовж кривої її кривизна змінюється за лінійним законом. Тому застосування цієї кривої для побудови поверхні може забезпечити лінійний закон зміни кривизни по поверхні. У роботі розглядається побудова порції поверхні на основі кривих "клотоїди", що дозволяє задати кривизну на межах порції і забезпечити лінійний закон її зміни по поверхні порції. На основі таких порцій поверхні можна визначати як смуги поверхні так і три і чотирикутні порції поверхні. При цьому кривизна змінюється лінійно уздовж подовжніх напрямів а також і уздовж поперечних напрямів, тому що як уподовж так і упоперек порції розташована крива "клотоїда". А, як відомо, кривизна уздовж клотоїди змінюється лінійно.

Вказані смуги і порції поверхонь вигідно застосовувати в проектуванні поверхонь машин і агрегатів, які працюють в середовищі, що рухається (поверхні літаків, автомобілів, судів), у яких важливе завдання лінійного закону зміни кривизни уздовж поверхні. Закон зміни кривизни дуже важливий в цьому випадку, тому що злам кривизни по поверхні наслідуює турбулентний зрив потоку середовища, що рухається, що збільшує опір агрегату середовищу, що рухається. Збільшення опору середовищу, що рухається, призводить до зменшення швидкості руху. А при застосуванні в літакобудуванні зрив середовища, що рухається, може привести до піке і катастрофи літака. У роботах [1,2,3] розглядаються різні варіанти порцій поверхні, але жоден з них не забезпечує лінійного закону зміни кривизни.

Ключові слова: смуга поверхні, порція поверхні, кривизна, лінійний закон зміни кривизни, крива "клотоїда".

Referenses

1. Pogorelov A.V. (1983) Geometry. M.:Nauka. Fizmatlit, 288 [in Russian]
2. Golovanov. N.N. Geometric Modeling. M.:Nauka. Fizmatlit, 2002. 472 c. [in Russian]
3. Badaev YU.I., Kovtun A.M. (2011) Special splines from polynomials of the third, fourth and fifth degrees in geometric modeling. O.: Feniks, 316. [in Russian]