

УДК 514.18

## ОЗНАЧЕННЯ, ПОЗНАЧЕННЯ КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТРИЦЬ ТА ЇХ АНАЛІЗ

Лисенко К.Ю.,

[lyksyushka24@gmail.com](mailto:lyksyushka24@gmail.com), ORCID: 0000-0003-3047-6352

Павленко О.М., к.т.н.

[alexander8944@gmail.com](mailto:alexander8944@gmail.com), ORCID: 0000-0002-8646-2622

Верещага В.М., д.т.н.,

[vervik49@gmail.com](mailto:vervik49@gmail.com), ORCID: 0000-0003-0038-8300*Мелітопольська школа прикладної геометрії**Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького (Україна)*

*Існуюча теорія алгебраїчних матриць створена для скороченого запису розв'язувань і розв'язків задач лінійної алгебри, тобто «обслуговує» виконання операцій з лінійними формами. Через це у нашому дослідженні означені традиційні матриці будемо називати – «алгебраїчними», на відміну від композиційних матриць (компоматриць), які запроваджені і розробляються нами.*

*Під числовим полем будемо розуміти будь-яку сукупність чисел, у межах якої завжди є визначеними та можна однозначно виконати чотири операції: додавання, віднімання, множення та ділення.*

*Оскільки алгебраїчні матриці утворюються над полем  $K$ , то для визначення їхніх елементів над полем  $K$  попередньо має бути сформульована задача, визначені вихідні умови для неї та складені відповідні лінійні алгебраїчні рівняння, за виконання яких і визначаються елементи алгебраїчних матриць. Зі сказаного випливає, що елементи алгебраїчних матриць не можуть бути довільним чином обраними із множини поля  $K$ . Всі вони визначаються за виконання певних алгоритмів, в результаті чого, елементи алгебраїчної матриці завжди є комбінаційними величинами, тобто такими, що зміна значення будь-якого одного з них, тягне за собою зміну значень усіх решти її елементів. Або іншими словами, задання лінійного перетворення однозначно визначає алгебраїчну матрицю. І навпаки, будь-яка алгебраїчна матриця однозначно визначає лінійне перетворення.*

*Геть іншими за природою походження та за призначенням є композиційні матриці (компоматриці).*

*Якщо алгебраїчні матриці призначені для скороченого запису і компактного розв'язування задач, що подаються методами лінійної алгебри у матричній формі, то компоматриці призначені для аналітичної формалізації геометричних фігур методами композиційної геометрії та скороченого запису і компактного розв'язування геометричних задач у*

аналітичній формі. Однак, композиційна геометрія докорінно відрізняється від аналітичної геометрії тим, що у ній рівняння геометричних об'єктів складаються відносно базисних точок вихідної ГФ, щодо якої здійснюється розв'язування задачі. І навпаки, у аналітичній геометрії рівняння складаються відносно системи координат, у якій знаходиться вихідна ГФ.

*Ключові слова:* базисні точки, геометрична фігура, композиційна геометрія, компоматриця, композиційне геометричне моделювання, точковий поліном.

**Постановка проблеми.** Раніше вказувалось на те, що у композиційному геометричному моделюванні [3, 4, 5, 6] кожна вихідна дискретно подана геометрична фігура уніфікується, тобто поділяється на дві складові: геометричну і параметричну. Геометрична складова початково формалізується у вигляді точкової композиційної матриці, яка лишається без змін впродовж усього процесу створення композиційної геометричної моделі. Тобто, точкова композиційна матриця є однаковою і для вихідної дискретно поданої моделі геометричного об'єкту, і для континуальної композиційної геометричної моделі цього ж геометричного об'єкту [1, 8, 9, 10, 11]. А це означає, що у разі, коли необхідно вирізнити для якого стану геометричного об'єкту утворено точкову компоматрицю, то необхідно вживати слово чи то «дискретна», чи то «континуальна» композиційна матриця точкова. Параметричну складову подають параметричні компоматриці, які створюються для утворення континуальної форми геометричного об'єкту і які являють собою параметричний базис точкового поліному, що описує цей геометричний об'єкт.

**Аналіз останніх досліджень.** *Композиційна геометрія (КГ)* це математично формалізована геометрія, точкові рівняння (форми) якої, у параметричній формі утворені не відносно вихідної системи координат, а відносно усіх базисних точок вихідної геометричної композиції, параметризація якої здійснюється шляхом встановлення, на засадах простого відношення трьох точок, відношень частин геометричної композиції до її цілого елементу [3].

В результаті чого у КГ будь-яка поточна точка точкової форми визначається як сума часток усіх базисних точок досліджуваної геометричної композиції [5].

Композиційна геометрія призначена для створення обчислювальних алгоритмів розв'язування геометричних задач, які у аналітичній точковій формі повністю повторюють синтетичні алгоритми розв'язування цих же геометричних задач [4].

Під кожний обчислювальний алгоритм або певну послідовність обчислювальних алгоритмів, що забезпечують розв'язування геометричної задачі, створюється композиційна геометрична модель.

*Геометрична композиція (ГК)* утворюється шляхом подання усіх тривіальних геометричних об'єктів (прямих, площин) геометричної фігури через точки. ГК має своїми елементами непорожню скінчену (фінітну) дискретну множину точок, серед яких обирається підмножина базисних точок, що мають зафіксоване взаємне розташування [6]. ГК є результатом подання фізичних об'єктів у геометричній формі. Елементами ГУ є вихідні базисні точки.

*Точковий поліном* – це композиційна геометрична модель у параметричній формі, що являє собою цілу раціональну або дробову раціональну функцію і складається із суми добутків усіх базисних точок вихідної геометричної композиції на відповідні характеристичні функції [8, 10].

У відповідності до наведеного означення:

1) Однопараметричний точковий поліном  $M_n$ , матиме такий запис.

$$M_n = \sum_{j=1}^n A_j P_j(t); j = \overline{1, n}, 0 \leq t \leq 1, \quad (1)$$

де  $A_j$  – базисні точки вихідної геометричної композиції;  $P_j(t)$  – характеристичні функції для кожної з базисних точок;  $n$  – кількість базисних точок;  $t$  – параметр, що встановлює взаємне розташування базисних точок.

Призначений для створення інтерполяційної кривої, яка глобально інтерполює  $n$  наперед довільно визначених точок у трипросторі.

2) Двопараметричний точковий поліном  $M_{lm}$  у загальному вигляді матиме запис.

$$M_{lm} = \sum_{i,j=1}^{l,m} A_{ij} P_{ij}(U, V); 0 \leq U : V \leq 1, \quad (2)$$

де  $A_{ij}$  – базисні точки вихідної геометричної композиції;  $P_{ij}(U, V)$  – двопараметричні базисні функції для кожної з базисних точок;  $l, m$  – кількість базисних точок, відповідно, за напрямками;  $U, V$  – параметри за напрямками, які встановлюють взаємне розташування базисних точок за цими напрямками.

Призначений для глобальної інтерполяції  $l \times m$  базисних точок, які дискретно подають сегмент поверхні довільної форми.

3) Трипараметричний точковий поліном  $M_{lmn}$  у загальному вигляді матиме запис:

$$M_{lmn} = \sum_{i,j,k=1}^{l,m,n} A_{ijk} P_{ijk}(U, V, W); 0 \leq U : V : W \leq 1, \quad (3)$$

де  $A_{ijk}$  – базисні точки вихідної геометричної композиції, що дискретно подає перерізи об'єкту у трипросторі;  $P_{ijk}(U, V, W)$  – трипараметричні базисні функції, що окремо утворюються для кожної базисної точки за спеціальною технікою;  $l, m, n$  – кількість базисних точок за відповідними

напрямами;  $U$ ,  $V$ ,  $W$  – параметри за напрямами, що встановлюють взаємне розташування базисних точок вихідної геометричної композиції за цими напрямами.

Для утворення точкових поліномів застосовуються композиційні матриці (компоматриці).

**Формулювання цілей статті.** Розглянемо, на прикладі геометричної композиції, утворення та умовні позначення точкових, параметричних та обчислювальних (координатних) компоматриць.

#### **Основна частина.**

**Означення.** Композиційна матриця (компоматриця) – це прямокутна таблиця дійсних і порожніх елементів, серед яких записи дійсних елементів у ній (за кількістю і за формою їх розташування) знаходяться у повній відповідності до розташування базисних точок, що визначають дискретно поданий геометричний об'єкт [11]. Елементами компоматриці можуть бути функції, вирази, констант, інші компоматриці, тощо. Головною особливістю компоматриць є те, що кожен її елемент, за необхідності може бути змінений або, навіть, замінений незалежно від решти інших її елементів і його заміна ніяким чином не відбивається на решти інших її елементів.

Кількість рядків і стовпців компоматриці дорівнює кількості ребер дискретно поданого каркасу, за допомоги якого дискретно визначається сегмент геометричного об'єкту.

Рядком або стовпцем компоматриці вважається такий, що має щонайменше один дійсний елемент.

Порожніми рядками або стовпцями є такі, що не утримують дійсних елементів.

Компоматриці, що утримують порожні рядки або стовпці не є нульовими або якимись особливими. З такими компоматрицями здійснюються операції як і з такими, що не утримують порожні рядки або стовпці.

Нульовою компоматрицею є така, у якої усі дійсні елементи дорівнюють нулю.

Одиничною компоматрицею є така, у якої усі дійсні елементи дорівнюються одиниці.

Розмір компоматриці визначається щонайбільшою кількістю дійсних елементів: у рядку, у стовпці і у вертикальному напрямку для трирозмірної компоматриці; у рядку і стовпці для дворозмірної компоматриці; у рядку або стовпці для однорозмірної компоматриці.

У разі, коли компоматриця утримує рядки і стовпці з різною кількістю дійсних елементів, то рядки і стовпці з меншою, ніж максимальна, кількістю елементів доповнюються порожніми елементами до необхідного максимального розміру.

Порожні елементи компоматриць позначаються перекресленим нулем –  $\emptyset$ .

Компоматриці створюються для опису, з геометричної точки зору, об'єктів, у яких набір складових є випадковим або хаотичним неупорядкованим, що відповідає суті усього існуючого.

Для відрізнення компоматриць від алгебраїчних матриць будемо компоматриці позначати подвійними круглими або подвійними квадратними дужками. Наприклад,  $((A))$  або  $[[A]]$  – компоматриця  $A$  без зазначення розмірності;

$((A))$  або  $[[A]]$  – однорозмірна компоматриця  $A$ ;

$((A))$  або  $[[A]]$  – дворозмірна компоматриця  $A$ ;

$((A))$  або  $[[A]]$  – трирозмірна компоматриця  $A$ .

У цих позначеннях компоматриць щодо їхньої розмірності:  $l$  – вказує на кількість рядків у перерізі,  $m$  – вказує на кількість стовпців у перерізі,  $n$  – вказує на кількість стовпців у повздовжньому напрямку.

Як раніше вказувалось, компоматриці призначені для математичної формалізації геометричних композицій (фігур), то природно буде для кожної компоматриці наводити приклад геометричної фігури, для якої вона створюється і яку вона формалізує.

Розглянемо сегмент дискретно поданої кривої (ДПК), що визначається чотирма базисними точками  $A_j$ ;  $j = \overline{1,4}$  (рис. 1).

Для наведеного сегменту ДПУ можна утворити два види композиційних матриць: компоматрицю-рядок і компоматрицю-стовпець.

Розглянемо окремо кожний з вказаних видів.

$[[A]]$  – найзагальніший вигляд однорозмірної компоматриці-рядка.

На те, що наведений запис є компоматрицею-рядком, вказує літера  $l$ , яка застосовується лише для позначення рядків у компоматрицях.

$[[A_j]]$ ,  $j = \overline{1,4}$  – однорозмірна компоматриця-рядок, що складається з

чотирьох елементів, де  $j$  – кількість елементів у рядку або кількість стовпців компоматриці-рядка;

$A_j$  – базисні точки ДПК, для якої створена компоматриця-рядок.

Тільки для визначення розміру однорозмірної компоматриці-рядка під умовним її позначенням обов'язково застосовується запис літери і цифри, що визначає її розмір: " $l = 4$ ". При цьому, літера  $l$  вказує на те, що це є компоматриця-рядок.

$[[A_1 \ A_2 \ A_3 \ A_4]]$  – компоматриця-рядок у розгорнутому вигляді.

Усі наведені записи компоматриць-рядків є рівноцінними, застосування того чи іншого записів залежить від ступеня їхньої деталізації.

Часто у найзагальнішому вигляді записують індексом літеру " $T$ " біля літери " $A$ ", щоб підкреслити, що елементами компоматриці-рядка є точки,

тобто  $\llbracket A_T \rrbracket_l$  – точкова компоматриця-рядок.

Отже, для однорозмірних точкових компоматриць-рядків можна зробити наступну послідовність записів:

$$\llbracket A \rrbracket_l = \llbracket A_T \rrbracket_l = \llbracket A_j \rrbracket_{l=4} = \llbracket A_1 \ A_2 \ A_3 \ A_4 \rrbracket; \quad l = j. \quad (4)$$

При цьому, застосовувати (4) у записах не обов'язково як у наведеній послідовності. Можна робити записи у будь-яких сполуках або кожен окремо, виходячи з потреб викладення тексту.

Наведемо приклади однорозмірних точкових компоматриць-рядків різних розмірів з різною кількістю дійсних точок і порожніх елементів.

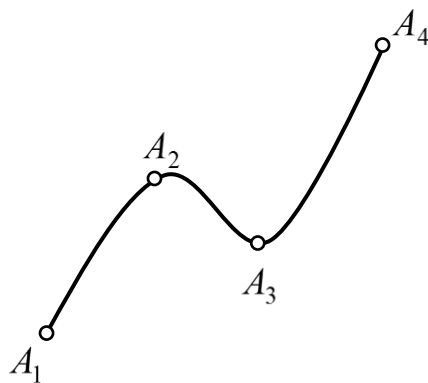


Рис. 1. Сегмент ДПК.

1) Одна дійсна точка –  $A_3$ , розмір –  $l = 5$ :

$$\llbracket \emptyset \ \emptyset \ A_3 \ \emptyset \ \emptyset \rrbracket.$$

2) Одна дійсна точка –  $A_5$ , розмір –  $l = 8$ :

$$\llbracket \emptyset \ \emptyset \ \emptyset \ \emptyset \ A_5 \ \emptyset \ \emptyset \ \emptyset \rrbracket.$$

3) Дійсні точки –  $A_2, A_3, A_6$ , розмір –

$l = 7$ :

$$\llbracket \emptyset \ A_2 \ A_3 \ \emptyset \ \emptyset \ A_6 \ \emptyset \rrbracket.$$

Як бачимо із наведених прикладів, порожні елементи компоматриці-рядка враховуються у визначенні розмірності і наявні дійсні точки геометричної композиції

визначають місце запису порожніх елементів. Однак, можливі у КГМ і варіанти, коли місце запису дійсних елементів не визначено у компоматриці-рядку, тобто вказано, що на ребрі ГФ є одна точка  $A$  (без індексу), а розмірність компоматриці-рядка є, наприклад,  $l = 9$ . У цьому випадку точку  $A$  можна записувати на будь-якому із дев'яти місць у компоматриці-рядку, а решта місць будуть порожніми.

Сегмент ДПК (рис. 1) аналогічним чином можна описати і за допомоги однопараметричної точкової компоматриці-стовпця розміру  $m = 4$ . Надамо відповідні розмірковування з цього приводу.

$\llbracket A \rrbracket_m$  – найзагальніший вигляд однорозмірної компоматриці-стовпця.

Як бачимо, компоматриця-рядок і компоматриця-стовпець у загальному вигляді відрізняються індексами, що записані під умовними їхніми позначеннями, відповідно, " $l$ " і " $m$ ".

На те, що наведений запис є компоматриця-стовпець, вказує літера  $m$ , яка застосовується у компоматрицях лише для позначення стовпців.

$\llbracket A_i \rrbracket_{m=4}$ ,  $i = \overline{1,4}$  – однорозмірна компоматриця-стовпець, що складається

з чотирьох елементів, де  $i$  – кількість елементів у стовпці або кількість рядків компоматриці-стовпця;

$A_i$  – базисні точки ДПК, для якої створена компоматриця-стовпець.

Тільки для визначення розміру однорозмірної компоматриці-стовпця під умовним її позначенням – у подвійних квадратних дужках обов'язково робиться запис літери  $m$  і цифри, що визначає її розмір: " $m=4$ ". При цьому, за літерою  $m$  визначається, що умовно позначена компоматриця є компоматрицею-стовпцем.

Часто у загальному вигляді окрім літери, що позначає базисні точки і є елементами компоматриці-стовпця, записують індексом ще й літеру –  $T$ , яка вказує на те, що компоматриця-стовпець є точковою на відміну від решти інших випадків компоматриць-стовпців. Тобто  $\left[ \left[ A_T \right] \right]_m$  – однорозмірна точкова компоматриця-стовпець.

У розгорнутому вигляді однорозмірна точкова компоматриця-стовпець, що має розмір  $m=4$ , буде мати наступний запис:

$$\left[ \left[ \begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{array} \right] \right] = \left[ \left[ A_i \right] \right]_{m=4}, \quad i = \overline{1,4}; \quad m \geq i.$$

Отже, для розглянутого прикладу (рис. 1) усі варіанти записів однорозмірних точкових компоматриць-стовпців можна записати наступним чином:

$$\left[ \left[ A \right] \right]_m = \left[ \left[ A_T \right] \right]_m = \left[ \left[ A_i \right] \right]_{m=4} = \left[ \left[ \begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{array} \right] \right]; \quad i = m. \quad (5)$$

Запис у (5) можуть бути здійснені геть у будь-якій іншій послідовності як того вимагає викладення конкретного тексту щодо компоматриць-стовпців.

Наведемо приклади однорозмірних точкових компоматриць-стовпців різної розмірності ( $m$ ) та з різною кількістю елементів-точок без визначення рядків ( $i$ ), у яких вони знаходяться.

1) Нехай розмірність  $m=3$ , кількість елементів  $i=1$ . Тоді кількість порожніх елементів  $\emptyset = m - i = 3 - 1 = 2$ , кількість можливих варіантів точкових компоматриць-стовпців:

$$\left[ \left[ \begin{array}{c} A_1 \\ \emptyset \\ \emptyset \end{array} \right] \right], \quad \text{або} \quad \left[ \left[ \begin{array}{c} \emptyset \\ A_2 \\ \emptyset \end{array} \right] \right], \quad \text{або} \quad \left[ \left[ \begin{array}{c} \emptyset \\ \emptyset \\ A_3 \end{array} \right] \right].$$

Визначення місця положення у компоматриці-стовпці елемента-точки чи то  $A_1$ , чи то  $A_2$ , чи то  $A_3$  залежить від додаткових умов щодо створення композиційної геометричної моделі геометричного об'єкту.

2) Нехай для ребра геометричного об'єкту розмірність

компоматриці-стовпця  $m = 5$ , кількість елементів точок  $i = 2$ . Наведемо деякі із можливих варіантів утворення компоматриця-стовпця за визначених умов:

$$\left[ \begin{array}{c} \emptyset \\ A_2 \\ \emptyset \\ \emptyset \\ A_5 \end{array} \right] \text{ або } \left[ \begin{array}{c} A_1 \\ \emptyset \\ \emptyset \\ \emptyset \\ A_5 \end{array} \right], \text{ або } \left[ \begin{array}{c} \emptyset \\ \emptyset \\ A_3 \\ A_4 \\ \emptyset \end{array} \right], \text{ або } \left[ \begin{array}{c} \emptyset \\ A_2 \\ \emptyset \\ A_4 \\ \emptyset \end{array} \right] \text{ і таке інше.}$$

Обґрунтування місця розташування дійсних елементів у компоматрицях-стовпцях і визначення їхньої розмірності та кількості порожніх елементів у них є таким же як і у компоматрицях-рядках, які було розглянуто раніше.

Оскільки компоматриця-рядок (4) і компоматриця-стовпець (5) утворені для одного і того ж сегменту кривої (рис. 1), то їх можна вважати транспонованими одна по відношенню до іншої за виконання лише однієї головної умови, що параметризація (4) і (5) є для них однаковою, тобто однією і тією ж. У разі якщо параметризація для (4) та (5) є різними, то їх не можна вважати транспонованими.

*Означення.* Точкова компоматриця-рядок  $\left[ \left[ A_T \right] \right]_l$  може бути транспонована у точкову компоматрицю-стовпець  $\left[ \left[ A_T \right] \right]_m$  лише за умови транспонування відповідних компоматриць параметричних  $\left[ \left[ A_{II} \right] \right]_l$  та  $\left[ \left[ A_{II} \right] \right]_m$ .

У символічному запису це означення виглядає наступним чином:

$$\text{Якщо } \left[ \left[ A_{II} \right] \right]_l = \left[ \left[ A_{II} \right] \right]_m^T \Rightarrow \left[ \left[ A_T \right] \right]_l = \left[ \left[ A_T \right] \right]_m^T \quad (6)$$

Зауважимо, зворотне не завжди може бути правдивим, тобто:

$$\text{Якщо } \left[ \left[ A_T \right] \right]_l = \left[ \left[ A_T \right] \right]_m^T, \text{ то може бути: } \begin{cases} \left[ \left[ A_{II} \right] \right]_l = \left[ \left[ A_{II} \right] \right]_m^T \\ \left[ \left[ A_{II} \right] \right]_l \neq \left[ \left[ A_{II} \right] \right]_m^T \end{cases} \quad (7)$$

У компоматрицях з (6) та (7) горішній індекс "T" означає відповідну транспоновану композиційну матрицю.

Як вказувалось раніше, для побудови композиційної геометричної моделі кожен вихідну геометричну композицію необхідно уніфікувати, тобто поділити на дві складові, геометричну і параметричну, кожна з яких подається відповідними компоматрицями. Геометрична складова подається точковими компоматрицями. Параметрична складова подається параметричними компоматрицями. Утворення та умовні позначення точкових компоматриць було розглянуто вище. Зараз розглянемо, на прикладі геометричної композиції (рис. 1), утворення і умовне позначення



параметричних компоматриць. Утворення компоматриць параметричних розглянемо на тому ж прикладі (рис. 1).

Як бачимо із (6) та (7) параметрична компоматриця-рядок позначається:  $\llbracket A_{ll} \rrbracket$ , де індекс "ll" біля літери "A" вказує, що компоматриця – параметрична; індекс "l" під загальним позначенням вказує, що компоматриця – рядок. Аналогічним чином позначається параметрична компоматриця – стовпець, де індекс "m" під її загальним позначенням вказує, що наданий запис компоматриці є параметричною компоматрицею-стовпцем –  $\llbracket A_{ll} \rrbracket$ .

Розмір  $l$  параметричної компоматриці-рядка і розмір  $m$  параметричної компоматриці-стовця дорівнює розміру відповідних точкових компоматриць, про встановлення розміру яких йшлося вище. У випадках, коли точкові компоматриці утримують порожні елементи, то на відповідних місцях параметричних компоматриць знаходяться дійсні елементи, які або дорівнюють нулю, або прямують до нуля.

Елементами однорозмірних параметричних компоматриць є характеристичні функції, що створені за напрямком параметризації дискретно поданої кривої (ДПК) та обраним способом параметризації. Річ у тім, що для однієї і тієї ж ДПК, за різних способів параметризації, будуть одержані різні значення параметрів, які приведуть до утворення геть різних характеристичних функцій для однієї й тієї ж базисної точки.

Тоді найзагальніший вигляд параметричної однорозмірної розміру  $l$  компоматриці-рядка для рис. 1 матиме вигляд:  $\llbracket A \rrbracket$ , який у більш детальному записі можна подати у наступному вигляді:  $\llbracket A_{ll} \rrbracket = \llbracket a_1(t) \ a_2(t) \ a_3(t) \ a_4(t) \rrbracket = \llbracket a_j(t) \rrbracket$ ;  $j = \overline{1,4}$ , де  $j$  – кількість стовпців компоматриці-рядка параметричної. Тобто уся вервечка буде виглядати наступним чином:

$$\llbracket A \rrbracket = \llbracket A_{ll} \rrbracket = \llbracket a_j(t) \rrbracket, \text{ для } j = \overline{1,4}; 0 \leq t \leq 1. \quad (8)$$

де  $a_j(t)$ ;  $j = \overline{1,4}$  – характеристична функція для кожної  $j$ -тої точки (рис. 1).

Найзагальніший вигляд параметричної однорозмірної розміру  $m$  компоматриці-стовця для рис. 1 матиме вигляд:  $\llbracket A \rrbracket$  – тут літера  $m$  вказує на те, що це є стовпець. Запишемо у розгорнутому вигляді:

$$\llbracket A \rrbracket = \llbracket A_{ll} \rrbracket = \left[ \begin{array}{c} a_1(t) \\ a_2(t) \\ a_3(t) \\ a_4(t) \end{array} \right] = \llbracket a_i(t) \rrbracket; i = \overline{1,4}; 0 \leq t \leq 1. \quad (9)$$

де  $i$  – кількість рядків компоматриці-стовпця параметричної;  $a_i(t)$  – характеристичні функції для кожної  $i$ -тої точки (рис. 1).

У розгорнутих записах компоматриць для позначення елементів застосовуються відповідні рядкові літери. Запис рядкових літер для позначення елементів  $i$  вказує на те, що дана компоматриця є параметричною або точковою.

Як бачимо (4), ..., (8) загальні записи точкових і параметричних компоматриць є однаковими. Таке застосовується у випадках, коли немає необхідності їх вирізняти.

Інколи, для більшого розуміння, під розгорнутими записами компоматриць застосовують літери " $l$ " та " $m$ " і відповідає число, яке визначає розмірність компоматриці.

Обчислювальними (координатними) компоматрицями-рядками і компоматрицями-стовпцями називають такі, елементами яких є чи то однойменні координати трипростору, чи то однойменні координати простору параметрів. Утворюють обчислювальні компоматриці лише для відповідних точкових компоматриць шляхом заміни записів точок у цих точкових компоматрицях на необхідні їхні однойменні координати. Координатні (обчислювальні) компоматриці призначені для проведення обчислень за створеною композиційною геометричною моделлю. Для однієї точкової компоматриці-рядка чи то компоматриці-стовпця утворюється три обчислювальні відповідні компоматриці координатного трипростору та  $n$  компоматриць простору параметрів. Тобто, завжди кількість обчислювальних компоматриць відповідає окремо кількості осей координатного простору та окремо кількості осей простору параметрів. Обчислювальні компоматриці являють собою проєкції на осі чи то координатного простору, чи то простору параметрів, або вихідної дискретно поданої геометричної композиції, або геометричної складової континуального розв'язку з використанням композиційної геометричної моделі. виходячи із сказаного, надамо означення для обчислювальних композиційних матриць.

*Означення.* Обчислювальними (координатними) композиційними матрицями є такі, що складаються лише з дійсних елементів, якими є, для усіх базисних точок вихідної геометричної композиції, однойменні координати чи то координатного простору, чи то  $n$ -простору параметрів, які утворюються лише для точкової компоматриці і у яких замість точок-елементів, відповідної точкової компоматриці, записуються їх однойменні координати.

**Висновки.** Будь-яка точкова компоматриця або їх упорядкована сукупність лише формалізують, у загальному вигляді, алгоритм створення композиційної геометричної моделі, за яким стає зрозумілим аналітично формалізований геометричний розв'язок. Однак, такі записи у точковій формі неможливо безпосередньо використати для здійснення розрахунків. Вони надають лише схеми для розрахунків, за якими створюються

обчислювальні алгоритми на основі застосування координатних компоматриць. Це не суперечить загальновідомому, що будь-які операції над точками реалізуються через виконання цих операцій над їхніми координатами.

### *Література*

1. Верещага В.М., Лисенко К.Ю. Спосіб визначення опуклості ДПК. *Сучасні проблеми моделювання. Технічні науки*. Мелітополь, 2017. Вип.8. С. 44-48.
2. Балюба І.Г., Найдиш В.М. Точечное исчисление [учебное пособие], под ред. Верещаги В.М. Мелітополь: Изд-во МГПУ им. Б.Хмельницького, 2015. 234 с.
3. Верещага В.М. Композиційне геометричне моделювання: Монографія. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2017, 108 с.
4. Адоньєв Є.О. Композиційний метод геометричного моделювання багатofакторних систем: дис. ... д-ра техн. наук. К.: КНУБА, 2018. 512с.
5. Верещага В.М., Найдиш А.В., Адоньєв Є.О., Лисенко К.Ю. Основи композиційного геометричного моделювання: навчальний посібник. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2019. 255 с.
6. Верещага В.М., Найдиш А.В., Адоньєв Є.О. Метод композиційного геометричного моделювання. Монографія. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2019. 310 с.
7. Верещага В.М. Дискретно-параметричний метод геометричного моделювання кривих ліній та поверхонь: дис. ... док-ра. техн. наук. КДТУБА. К, 1996, 320 с.
8. Верещага В.М., Лисенко К.Ю., Найдиш А.В. Параметризація багатовимірних геометричних об'єктів методами точкового числення Балюби-Найдиша. *Сучасні проблеми моделювання. Технічні науки*. Мелітополь, 2019. Вип.15. С. 51-57.
9. Лисенко К.Ю., Найдиш А.В., Балюба І.Г., Верещага В.М. Особливості композиційного геометричного моделювання. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Технічні науки. К., 2019. Вип. 95. С.131-136.
10. Лисенко К.Ю., Верещага В.М., Найдиш А.В. Балюби-Найдиша інтерполяція чотирьох точок у площині. *Сучасні проблеми моделювання*. Технічні науки. Мелітополь, 2019. Вип.13. С. 100-105.

## **SIGNIFICATIONS, DESIGNATIONS OF COMPOSITE MATRIXES THAT IX ANALYSIS**

Kseniia Lysenko, Alexander Pavlenko, Viktor Vereshchaha

*The existing algebraic theory of matrices is created for the abbreviated recording of solutions and solutions to problems of linear algebra, that is, it*

*"serves" the performance of operations with linear forms. Because of this, in our study we will call these traditional matrices - "algebraic", in contrast to composite matrices (compomatrices), which are introduced and developed by us.*

*By numerical field we mean any set of numbers within which are always defined and can unambiguously perform four operations: addition, subtraction, multiplication and division.*

*Since algebraic matrices are formed over the field  $K$ , to determine their elements over the field  $K$  must first formulate a problem, determine the initial conditions for it and make the appropriate linear algebraic equations, which determine the elements of algebraic matrices. It follows that the elements of algebraic matrices can't be arbitrarily selected from the set of the field  $K$ . All of them are determined by certain algorithms, as a result, the elements of the algebraic matrix are always combination values, ie such that changing the value of any one of them, entails a change in the values of all its other elements. In other words, the linear transformation problem uniquely defines an algebraic matrix. Conversely, any algebraic matrix uniquely defines a linear transformation.*

*Composite matrices (compomatrices) are completely different in nature and purpose.*

*If algebraic matrices are designed for abbreviated writing and compact solution of problems presented by linear algebra in matrix form, computer matrices are designed for analytical formalization of geometric figures by compositional geometry and abbreviated writing and compact solving of geometric problems in analytical form. However, compositional geometry is radically different from analytical geometry in that the equations of geometric objects are formed relative to the basis points of the original GF, for which the problem is solved. Conversely, in analytical geometry, the equations are formed relative to the coordinate system in which the original GF is located.*

*Keywords: basis points, geometric figure, compositional geometry, compomatrices, compositional geometric modeling, point polynomial.*

### **References**

1. Vereshchaga, V., Lysenko, K. (2017) Method for determining the convexity of DGC. Modern Problems of Modeling. Melitopol, 8, 44-48. [in Ukrainian].
2. Balyuba, I., Naydysh, V. (2015) Point calculus [tutorial], ed. Vereshchaga V. Melitopol: Bogdan Khmel'nitsky Melitopol State Pedagogical University. [in Russian].

3. Vereshchaga, V. (2017) Composite geometric modeling: Monograph. Melitopol: FOP Odnorog T.V. [in Ukrainian].
4. Adoniev, Ye. (2018) Compositional method of geometric modeling of multifactor systems: Doctor's thesis. K.: KNUBA. [in Ukrainian].
5. Vereshchaga, V., Naydysh, A., Adoniev, Ye., Lysenko, K. (2019) Fundamentals of compositional geometric modeling: a textbook. Melitopol: FOP Odnorog T.V. [in Ukrainian].
6. Vereshchaga, V., Naydysh, A., Adoniev, Ye. (2019) Method of compositional geometric modeling. Monograph. Melitopol: FOP Odnorog T.V. [in Ukrainian].
7. Vereshchaga, V. (1996) Discrete-parametric method of geometric modeling of curved lines and surfaces: Doctor's thesis. K.: KDTUBA [in Ukrainian].
8. Vereshchaga, V., Naydysh, A., Lysenko, K. (2019) Parameterization of multidimensional geometric objects by the methods of point calculus Balyuba-Naidysha. *Modern Problems of Modeling*. Melitopol, 15, 51-57 [in Ukrainian].
9. Lysenko, K., Naydysh, A., Balyuba, I., Vereshchaga, V. (2019) Features of compositional geometric modeling. *Applied geometry and engineering graphics*. K., 95, 131-136 [in Ukrainian].
10. Lysenko, K., Naydysh, A., Vereshchaga, V. (2019) Balyuba-Naidysha interpolation four points in the plane. *Modern Problems of Modeling*. Melitopol, 13, 100-105 [in Ukrainian].