

УДК 004.925.8:378

ОСОБИСТЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕПЮРНИХ ЗАДАЧ З НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ – ОДИН ІЗ ШЛЯХІВ ПІДВИЩЕННЯ ЯКОСТІ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ

Баскова Г. В.

baskovagv31@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-3385-8404

Лазарчук М.В.,

mlazarchuk@ukr.net, ORCID ID: 0000-0001-6192-6825

Дейнеко Б.С.,

bogdandeyneko08@gmail.com

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» (Україна)

У статті наведено деякі результати спостереження за підготовкою студентів до олімпіад з нарисної геометрії та інженерної графіки, деякі аспекти моделювання епюрних задач. Ефективність підготовки технічних фахівців в ЗВО напряму залежить від декількох факторів – початковий рівень знань студентів, зацікавленість у вивченні ключових дисциплін, легкість засвоювання нового матеріалу, залученість студентів до процесів геометричного моделювання, тощо. Вивчення дисципліни «Нарисна геометрія» є невід'ємною складовою частиною комплексного підходу до підготовки фахівців інженерного спрямування. Нарисна геометрія є базовою дисципліною для інших – інженерної графіки, комп'ютерної графіки з точки зору набуття навичок геометричного моделювання. Процес геометричного моделювання починається з просторового уявлення об'єктів, їх взаємного розташування та відповідної взаємодії. Тому важливим є підхід до завдань, що пропонуються студентам. Вони мають демонструвати динаміку прогресу. Таке обговорення зі студентами запропонованих геометричних об'єктів можна організувати на практичних заняттях, але більш ефективним воно буде в роботі гуртків інженерного спрямування для студентів, наприклад, в процесі підготовки до олімпіади з дисциплін «Нарисна геометрія», «Інженерна графіка». В статті розглядаються підходи до подання студентам постановки задач, відповідно залучення студентів до активної участі в кожному етапі розв'язання задачі – від аналізу умови до отримання результату. Критерієм глибини розуміння студентами є їх спроможність змінити деякі окремі частини умови та дослідити відповідні зміни процесу розв'язування задачі та отримання нових результатів. Задачі, що пропонуються в ході підготовки до олімпіади мають підвищений рівень складності, проте алгоритми їх розв'язування базуються на розв'язуванні простих задач, кожна з яких є окремим етапом процесу геометричного моделювання.

Ключові слова: *нарисна геометрія, олімпіада, епюрні задачі, геометричне моделювання, геометричні місця точок, способи побудов, заміна площини проєкцій.*

Постановка проблеми. За останні роки можна спостерігати зменшення рівня шкільної геометричної підготовки у студентів і відсутність підготовки з креслення. Це треба враховувати при складанні самостійних епюрних задач з основ нарисної геометрії курсу інженерної графіки. Можна скласти завдання, за яким тільки оцінити рівень просторового уявлення у студента, але не розвинути, покращити його, як наслідок, виникають питання до методики проведення навчальних занять зі студентами. У багатьох теперішніх студентів є проблеми з просторовим уявленням. Вивчення скороченого курсу інженерної графіки вимагає оптимальних, найбільш ефективних самостійних завдань з нарисної геометрії та відповідної організації практичних занять.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Розвиток технічних засобів та комп'ютерних технологій вплинув на навчальну підготовку студентів. Кількість годин на вивчення основних фундаментальних курсів, до яких відносяться графічні дисципліни, зменшилася. Зацікавленість студентів новітніми комп'ютерними технологіями іноді зменшує їх активність у вивчанні основ нарисної геометрії, технічного креслення та інших фундаментальних дисциплін.

Формулювання цілей статті. Сучасному спеціалісту в галузі техніки необхідні знання графічних дисциплін, інженерна творча діяльність неможлива без розробки та читання креслеників. В умовах скорочених учбових навчальних програм необхідно зацікавити, стимулювати студентів в оволодінні знаннями курсу інженерної графіки.

Основна частина. Нарисна геометрія формує цілий ряд навичок просторового мислення для практичної діяльності інженера. Вивчення курсу сприяє зростанню інтелектуального потенціалу студентів. Курс наведено від простого до складного [1], від моделювання елементарних геометричних об'єктів: точки, прямої, площини, поверхні до комплексних геометричних метричних, позиційних, конструктивних задач.

Оволодіння практичними навичками геометричного моделювання починається з моделювання точки: аналізу основного визначника точки, тобто зміст кожної координати; моделювання кожної координати – це може бути число або умова (відстань до площини проєкцій, відстань до осі тощо; інші визначники точки: конкуруюча точка, симетрична точка, точка перетину прямої з площиною, точка перетину трьох площин, точка перетину двох прямих, точка, яка належить поверхні, точка, рівновіддалена від геометричних об'єктів тощо. Читання точки (визначника) на комплексному рисунку надає можливість розв'язати цілий ряд позиційних та метричних задач.

Далі йде розмова про моделювання прямої, основним визначником

якої є дві точки. Моделюванням двох точок, визначаємо пряму, її положення відносно основних площин проєкцій та інших геометричних об'єктів. Пряму можна задати допоміжними визначниками: лінією перетину двох площин, слідами площини, лінією перетину двох поверхонь.

Моделюванням трьох точок, які не належать одній прямій, можна задати поверхню. Найпростіша поверхня, визначником якої є три точки, що не утворюють одну пряму, - це площина. За трьома точками завдання площини можна моделювати багато допоміжних визначників.

Поверхню можна задати на комплексному рисунку проєкціями елементів її визначника. Моделювання поверхні – це моделювання об'єктів геометричної частини визначника і завдання алгоритмічної частини. Завдання поверхонь, як геометричних місць точок або прямих, моделює розв'язання багатьох позиційних, метричних задач геометрії. Інформація з основ нарисної геометрії за наведеною схемою дає можливість зацікавити деяких студентів до самостійного створення особистих епюрних задач, а для багатьох студентів покращити своє просторове уявлення. Починати можна з розв'язання знайомих для студентів шкільних задач стереометрії способами нарисної геометрії за методом ортогонального проєкціювання, вивчення якого і починається з зображення умови задачі на епюрі Монжа. Таким чином шкільні геометричні задачі перетворюються в епюрні задачі нарисної геометрії, що сприяє розвитку просторового мислення.

Студентів, які на високому рівні оволоділи моделюванням елементарних геометричних об'єктів і відповідно читанням запропонованих умов завдань з нарисної геометрії, запрошують прийняти участь у студентських олімпіадах з графічних дисциплін [2]. Одним із шляхів підготовки до неї і є особисте складання епюрних задач, що дозволяє легко читати, аналізувати запропоновані умови завдань на олімпіаді, складати за логікою ланцюги просторової моделі та алгоритму розв'язання їх на комплексному рисунку. Оскільки аудиторних годин недостатньо для розглядання більш складних, комплексних задач, студентам запропоновано взяти участь в наукових гуртках, відвідувати додаткові консультації, які допомагають розвитку логічного мислення і просторової уяви, готують їх до участі у олімпіаді. Методика підготовки студентів у гуртках або на спланованих консультаціях включає питання особистого моделювання епюрних завдань. Наведемо найпростіший *приклад моделювання умови епюрної задачі* (рис.1) [3]: задано точку $A(A_1, A_2)$ (основним визначником рис.1а) або $A(A_2)$ (рис.1б) (можливі варіанти $A(A_1), A(A_3)$) з додатковою умовою - це може бути відстань до основної площини проєкцій Π_2 (для інших варіантів завдання – до Π_1 або Π_3), може бути відстань до осі X (Z) (для інших варіантів - до Y (X) або Z (Y)) тощо. Побудувати точку B над (для інших варіантів *за* або *перед*) точкою A на відстані a та будь-яку пряму $l \parallel AB$ (для інших варіантів $l \perp AB$ або $l \circ AB$) на відстані b .

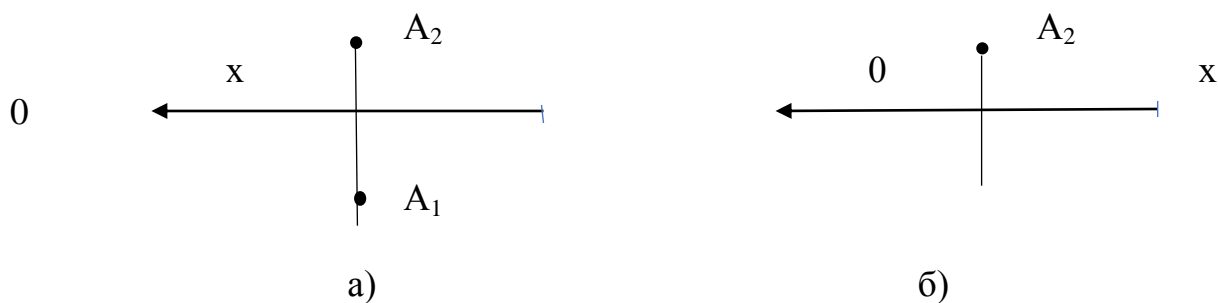


Рис. 1. Умова задачі

На рис.1а показано завдання точки A за основним визначником, на рис.1б – за однією проекцією та додатковою умовою. На рис.2 показано моделювання рішення задачі на просторових зображеннях. Викладачами кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки «КПІ імені Ігоря Сікорського» застосовується методика розв'язування просторових геометричних задач, яка передбачає створення просторової моделі рішення задачі, розробку алгоритму розв'язку її і відображення цього алгоритму на комплексному рисунку. Оскільки поверхня прямого кругового циліндра є геометричним місцем точок, які рівновіддалені від його осі AB , шукану пряму можна визначити, як твірну циліндра рис.2а ($l \parallel AB$), як дотичну пряму до поверхні циліндра рис.2б ($l \perp AB$) та рис.2в ($l \neq AB$).

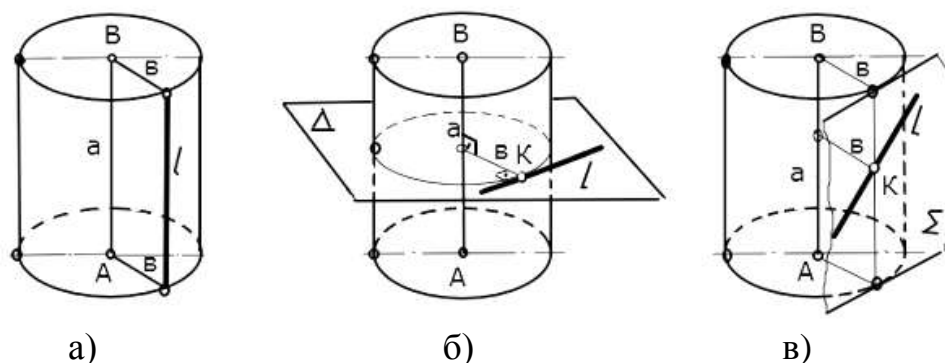


Рис. 2. Просторове зображення рішення задачі

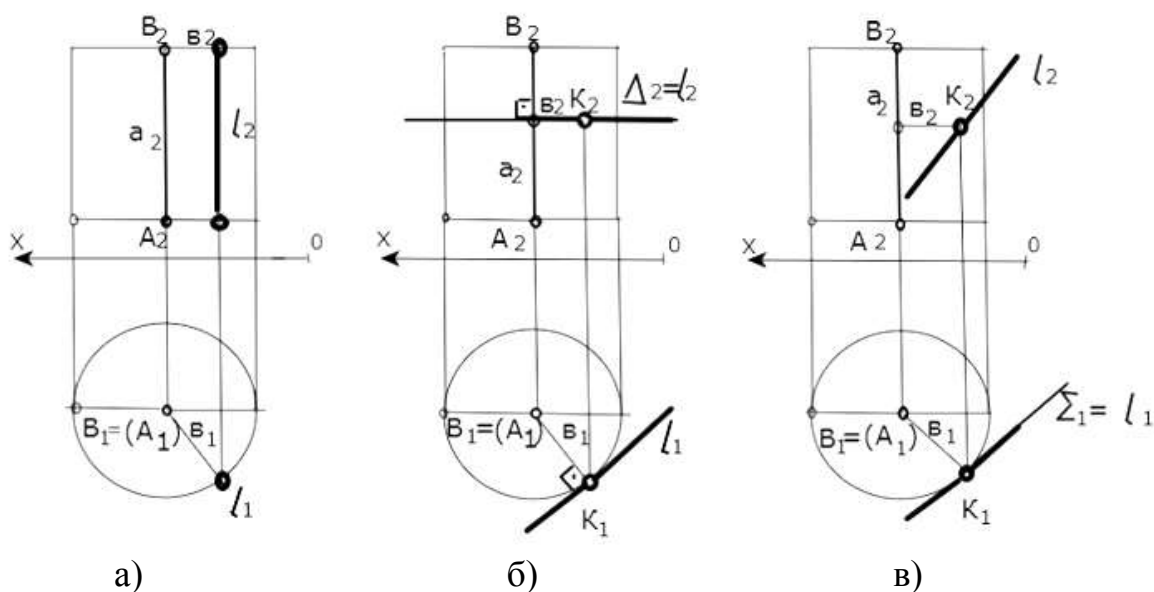


Рис. 3. Рішення задачі на комплексному рисунку

У задачі безліч рішень. На рис.2, рис.3 показано одну із шуканих прямих l .

Алгоритм рішення задачі:

1. Будуємо конкуруючу точку B над точкою A на відстані a .
2. $AUB = AB$.
3. Будуємо циліндр обертання Φ з віссю AB і радіусом $r = b$.
4. На рис.1а, рис.2а шукана пряма $l \parallel AB$;
на рис.1б, рис.2б – $l \perp AB$, $l \equiv \Delta$, $\Delta \perp AB$;
на рис.1в, рис.2в – $l \circ AB$, $l \equiv \Sigma$, площина Σ дотична до поверхні циліндра Φ .

За планом роботи гуртка студенти виконують завдання геометричного моделювання умови задачі, запропонованої на олімпіаді минулих років, а саме, зміст задачі зберігається, змінюється тільки завдання геометричних об'єктів. Наприклад, на олімпіаді з нарисної геометрії у 2018 році [4] запропоновано задачу (рис.4а): побудувати рівносторонній трикутник ABC зі сторонами, які дорівнюють 50 мм, якщо сторона AB , перпендикулярна площині Σ ($a \cap b$), сторона AC належить прямій l (l_1).

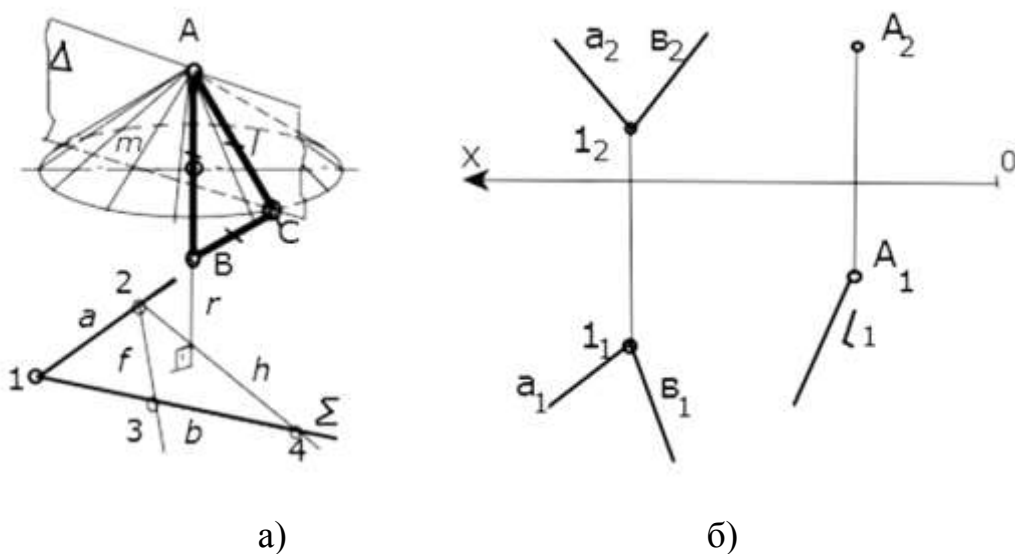


Рис.4. Умова запропонованої на олімпіаді задачі та просторова модель рішення

Аналізуємо завдання геометричних об'єктів:

- точка $A(A_1, A_2)$ задана основним визначником, можна змінити визначник, як було показано вище;
- пряма l задана горизонтальною проекцією, можна замінити на фронтальну проекцію, змінити кут нахилу;
- площина Σ ($a \cap b$) – площина загального положення, можна замінити на площину окремого положення або замінити визначник площини;
- пряма AB , перпендикулярна до площини Σ , можна замінити

положення прямої: а) на пряму під заданими кутами α° та β° до площини проєкцій Π_1 та Π_2 ; б) на пряму, паралельну площині Σ , і заданим кутом нахилу до площини проєкцій Π_1 або Π_2 ; в) на рівновіддалену пряму від основних площин проєкцій; г) на пряму паралельну площині Σ та площині проєкцій Π_1 або Π_2 тощо.

На рис.4б показано просторову модель рішення, наведеної на олімпіаді задачі 1, на рис.5 показано її рішення на комплексному рисунку.

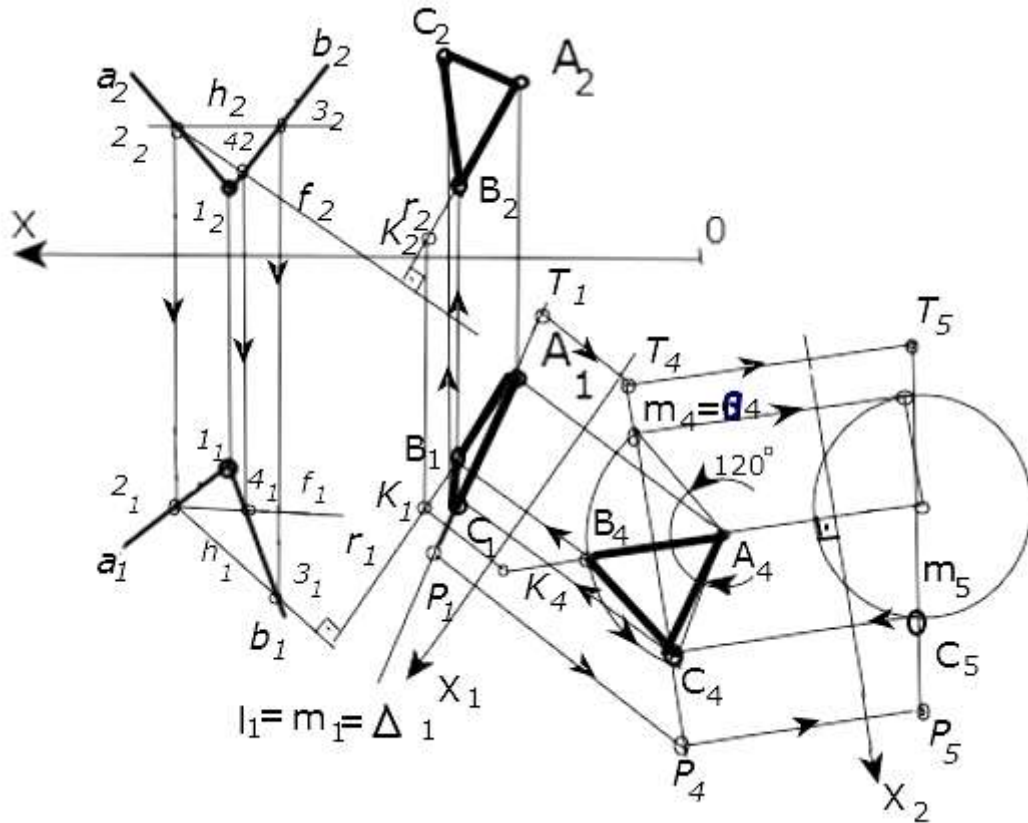


Рис. 5. Рішення задачі 1 на комплексному рисунку

Алгоритм рішення задачі 1:

1. $\Sigma(a \cap b) \rightarrow \Sigma(h \cap f)$.
 2. Через точку А проведено перпендикуляр $r: r_1 \perp h, r_2 \perp f$.
 3. $\Pi_2 / \Pi_1 \rightarrow \Pi_1 / \Pi_4, x_1 \parallel r_1, \Pi_4 \parallel r$.
 4. В площині Π_4 побудовано проєкції конуса обертання, для якого точка А – вершина, пряма r – вісь, кут при вершині конуса дорівнює 120° , а довжина твірної 50 мм.
 5. Пряму l (l_1) заключаємо в площину Δ (Δ_1), через основу конуса будуюмо площину Θ (Θ_4) і знаходимо пряму $m = \Delta \cap \Theta$.
 6. $\Pi_1 / \Pi_4 \rightarrow \Pi_4 / \Pi_5, x_2 \parallel \Theta$ (Θ_4).
 7. Визначаємо точку С, як точку перетину прямої m з основою конуса.
 8. На прямій r фіксуємо точку В, так щоб $AB = 50$ мм.
 9. $AC = AUC$.
- Задача має два розв'язки, але в загальному випадку може не мати

жодного або мати одне в залежності від взаємного розташування прямої m і кола основи конуса.

На рис.6 показано просторову модель задачі 2, для якої змінено умову, а саме, сторона $AB \parallel \Pi_1$, $AB \parallel \Sigma (a \cap b)$, тобто $AB \parallel h^\circ$, де $h^\circ = \Sigma \cap \Pi (\Pi_1)$.

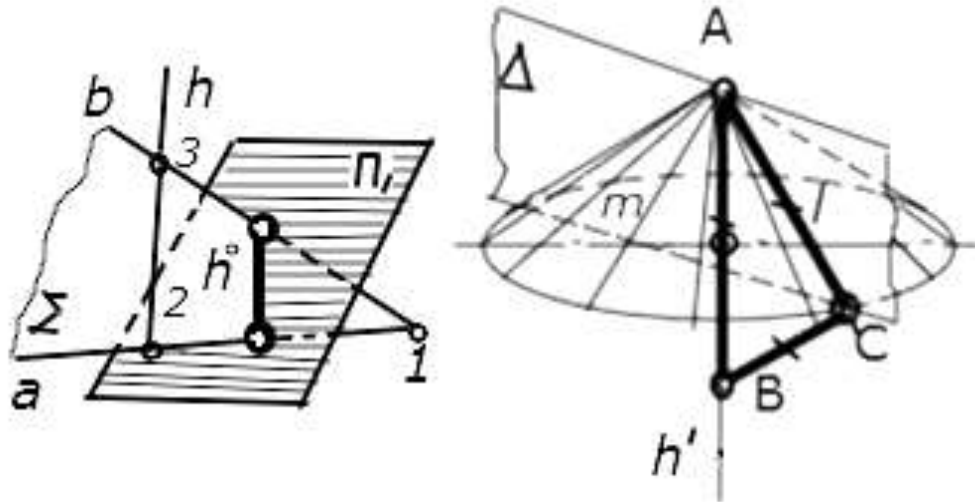


Рис. 6 Просторова модель задачі 2

На рис.7 показано рішення задачі 2 на комплексному рисунку.

Алгоритм рішення задачі 2:

1. $\Sigma (a \cap b) \cap \Pi (\Pi_1) = h^\circ$, $h^\circ \parallel h \parallel h'$.
2. Через точку A проведено пряму h' : $h_1' \parallel h_1'$, $h_2' \parallel OX$.
3. В площині Π_1 побудовано проекцію конуса обертання, для якого точка A – вершина, пряма h_1' – вісь, кут при вершині конуса дорівнює 120° , а довжина твірної 50 мм.
4. $\Pi_2 / \Pi_1 \rightarrow \Pi_1 / \Pi_4$, $x_1 \perp h_1'$, $\Pi_4 \perp h_1'$.
5. Пряму l (l_1) заключаємо в площину Δ (Δ_1), основа конуса – площина Θ (Θ_1) і знаходимо пряму $m = \Delta \cap \Theta$.
7. Визначаємо точку C , як точку перетину прямої m з основою конуса.
8. На прямій h_1' фіксуємо точку B_1 , так щоб $AB = 50$ мм ($A_1B_1 = 50$ мм).
9. $AC = AUC$.

Задача має два розв'язки.

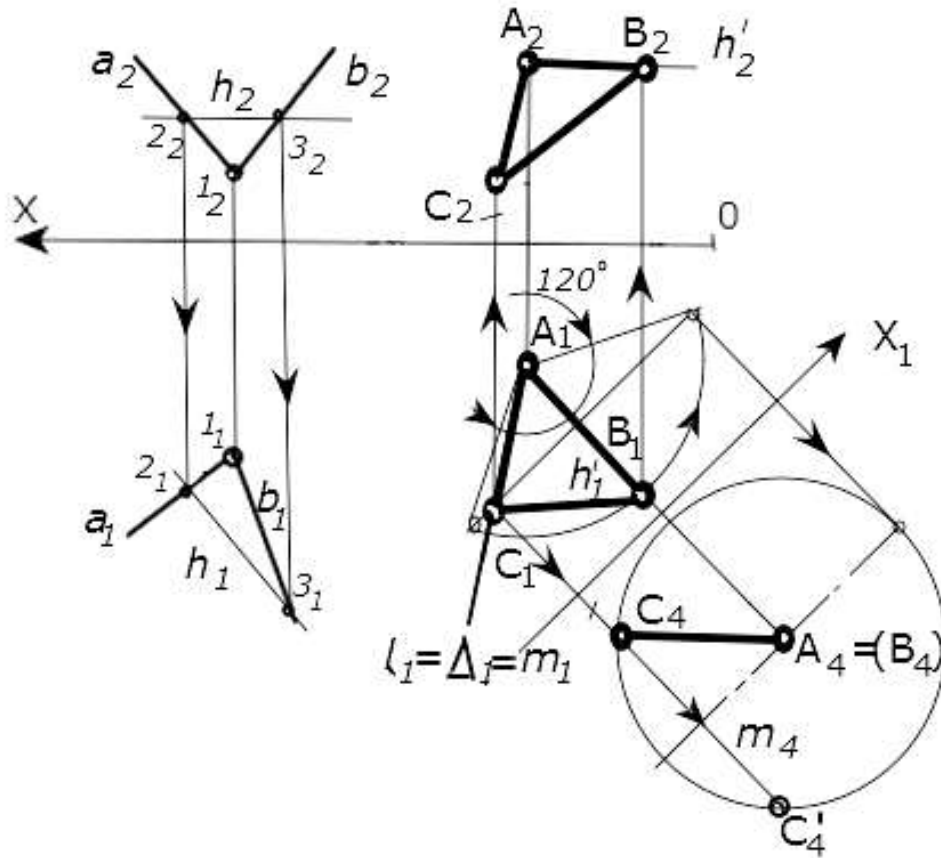


Рис. 7 Рішення задачі 2 на комплексному рисунку

На наведених прикладах показано, як зміна однієї умови задачі впливає на просторову модель сукупності геометричних об'єктів, необхідних для побудови шуканого геометричного елемента, та на алгоритм побудови рішення. Так умова паралельності прямої AB площині Σ і другій площині, тобто їх лінії перетину, може задати її, як пряму загального положення i , як пряму окремого положення, якщо друга площина є основною площиною проєкцій Π_1 або Π_2 . Рішення задачі 2 на рис.7 простіше, має менше побудов.

Моделювання завжди викликає посилену роботу просторового уявлення. Практика показала, коли студенти особисто складають задачі, вони вільно володіють отриманими знаннями, практичними навичками, більше працюють самостійно, глибше розвивають своє просторове мислення, легко складають просторові моделі рішення запропонованих задач, алгоритми побудов на комплексному рисунку, що дуже важливо для вивчення інших графічних та спеціальних дисциплін. Такий підхід для підвищення рівня підготовки студентів, їх інтелектуального потенціалу взагалі використовують і деякі викладачі інших фундаментальних дисциплін.

Висновки. Моделювання епюрних задач з нарисної геометрії надає можливість зацікавити студентів вивченням дисципліни, отримати навички елементарних геометричних досліджень, підготувати та прийняти участь у

студентській олімпіаді – один із шляхів підвищення якості отриманих знань з інженерної графіки.

Самостійна розробка студентами епюрних задач з нарисної геометрії – творча, дослідницька робота, яка зміцнює творчий потенціал майбутнього фахівця.

Література

1. Ванін В.В., Перевертун В.В., Надкернична Т.М., Власюк Г.Г. Інженерна графіка. К: Видавнича група ВНУ, 2009. 399 с.
2. Білицька Н.В., Коваль Г.М., Александрова Д.С. Один із шляхів підвищення зацікавленості студентів при вивченні курсу нарисної геометрії. Матеріали VII-ї Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «*Прикладна геометрія, дизайн, об'єкти інтелектуальної власності та інноваційна діяльність студентів та молодих вчених*». Випуск7. К., КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. С. 156-160.
3. Колосова О.П., Баскова Г.В., Лазарчук М.В. Навчальні завдання з нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки для програмованого навчання. Навчальний посібник. Електронне мережне навчальне видання. К.: «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2022. 94 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/48991>
4. Білицька Н.В., Коваль Г.М., Александрова Д.С., Юраш О.В. Олімпіади з нарисної геометрії - одна з ланок розвитку творчого потенціалу студентів. Збірник доповідей VIII-ї Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «*Прикладна геометрія, дизайн, об'єкти інтелектуальної власності та інноваційна діяльність студентів та молодих вчених*». Випуск8. К., КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. С. 173 -177.

PERSONAL SIMULATION OF EXPERIMENTAL PROBLEMS IN GRAPHIC GEOMETRY IS ONE OF THE WAYS OF IMPROVING THE QUALITY OF STUDENTS' KNOWLEDGE

Halyna Baskova, Margarita Lazarchuk, Deineko Bogdan

The article presents some results of observation of students' preparation for Olympiads in sketch geometry and engineering graphics, some aspects of modeling epuric problems. The effectiveness of the training of technical specialists in higher education directly depends on several factors - the initial level of students' knowledge, interest in learning key disciplines, the ease of learning new material, the involvement of students in geometric modeling processes, etc. The study of the discipline "Sketch geometry" is an integral part of a comprehensive approach to the training of engineering specialists. Graphical geometry is a basic discipline for others - engineering graphics, computer graphics from the point of view of acquiring geometric modeling

skills. The process of geometric modeling begins with the spatial representation of objects, their mutual location and corresponding interaction. Therefore, it is important to approach the tasks offered to students. They should demonstrate the dynamics of progress. Such a discussion with students of the proposed geometric objects can be organized in practical classes, but it will be more effective in the work of engineering circles for students, for example, in the process of preparing for the Olympiad in the disciplines "Sketch Geometry", "Engineering Graphics". The article examines approaches to presenting students with problem statements, and, accordingly, involving students in active participation in each stage of solving the problem - from the analysis of the condition to obtaining the result. The criterion of students' depth of understanding is their ability to change some individual parts of the condition and investigate the corresponding changes in the process of solving the problem and obtaining new results. The problems proposed in preparation for the Olympiad have an increased level of complexity, but the algorithms for solving them are based on solving simple problems, each of which is a separate stage of the geometric modeling process.

Key words: descriptive geometry, Olympiad, epurious problems, geometric modeling, geometric locations of points, methods of construction, replacement of the projection plane.

References

1. Vanin V.V., Perevertun V.V., Nadkernychna T.M., Vlasiuk H.H. (2009) Engineering graphics. K: Vydavnycha hrupa BHV [in Ukrainian].
2. Bilytska N.V., Koval H.M., Aleksandrova D.S. (2018) One of the ways to promote students' enrollment in the course of drawing geometry. *Materialy VII Vseukrainskoi naukovo-praktychnoi konferentsii studentiv, aspirantiv ta molodykh vchenykh «Prykladna heometriia, dyzain, obiekty intelektualnoi vlasnosti ta innovatsiina diialnist studentiv ta molodykh vchenykh»*. Vypusk7. K., KPI im. Ihoria Sikorskoho, 156-160 [in Ukrainian].
3. Kolosova O.P., Baskova H.V., Lazarchuk M.V. (2022) Basic tasks for drawing geometry, engineering and computer graphics for programmed learning. Navchalnyi posibnyk. Elektronne merezhne navchalne vydannia. K.: «KPI im. Ihoria Sikorskoho» [in Ukrainian]. Retrieved from: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/48991>
4. Bilytska N.V., Koval H.M., Aleksandrova D.S., Yurash O.V. (2019) Olympiad in drawing geometry - one of the ways to develop the creative potential of students. *Zbirnyk dopovidei VIII-yi Vseukrainskoi naukovo-praktychnoi konferentsii studentiv, aspirantiv ta molodykh vchenykh «Prykladna heometriia, dyzain, obiekty intelektualnoi vlasnosti ta innovatsiina diialnist studentiv ta molodykh vchenykh»*. Vypusk8. K., KPI im. Ihoria Sikorskoho, 173 -177 [in Ukrainian].