

УДК 004.925.8; 514.8

## МОДЕЛІ ДЛЯ ОБЧИСЛЕНЬ КУТОВИХ КОЕФІЦІЄНТІВ ВИПРОМІНЮВАННЯ ТА ПРОБЛЕМИ ВРАХУВАННЯ ВСІХ ВИДИМИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПОВЕРХОНЬ

Шоман О.В., д-р. техн. н.,

[olgasho@ukr.net](mailto:olgasho@ukr.net), ORCID: 0000-0002-3660-0441

Даниленко В.Я.,

[vladdanyl@ukr.net](mailto:vladdanyl@ukr.net), ORCID: 0000-0003-4952-7498

Національний технічний університет

«Харківський політехнічний інститут» (Україна)

*Під час досліджень систем передачі та прийому енергії променевого походження (теплової, світлової) завжди присутній етап обчислення і оцінки часток такої енергії. Обчислення пов'язані з характеристиками об'єктів, які випромінюють, приймають та відбивають промені. Звісно, необхідно, щоб ці обчислення надавали в результаті мінімальну похибку. Якщо використовувати суто аналітичні методи, то вони даватимуть точні результати, але залежатимуть від складності описів об'єктів (що випромінюють, приймають або відбивають енергію). Заміна аналітичних методів обчислень геометричними полегшує ситуацію щодо опису об'єктів, можливостей коригування геометричної форми об'єктів (обернена задача), поетапного спостереження за процесом моделювання, візуалізації результатів. Але тут доводиться миритись з наближеннями і нехтуванням деякими ділянками поверхонь, чого бажано б уникати. В основі геометричного визначення кутових коефіцієнтів, що характеризують частки енергії випромінювання, знаходяться проєкційні методи, зокрема, метод радіально-паралельного проєкціювання. На значення кутових коефіцієнтів впливає відстань та розташунок двох геометричних елементів, а також наявність між ними непрозорих елементів-перешкод поширення енергії. Ці коефіцієнти є геометричними інваріантами. Дослідження пов'язані з визначенням раціональності використання проєкцій на різні поверхні – сферу, куб, циліндр (відповідно, в методі сфери одиничного радіуса, методі півкуба, методі співвісних циліндрів). При оцінці частки променевої енергії, що потрапляє на поверхню приймача в точку, для якої проводять обчислення, слід врахувати всі частки цієї енергії від всіх комірок, на які розбито поверхню випромінювача, тобто врахувати не лише елементи поверхні-випромінювача, розташовані в «зеніті» точки обчислення, а і елементи поверхні-випромінювача, що розташовані «біля горизонту» (під невеликим кутом до площини, дотичної до поверхні-приймача в точці обчислення). В цьому сенсі підхід на базі проєкціювання на циліндричні поверхні буде більш ефективним.*

*Ключові слова:* геометричне моделювання, методи і моделі променевого енергообміну, проєкціювання, кутові коефіцієнти випромінювання, поверхні.

**Постановка проблеми.** Під час досліджень систем передачі та прийому енергії променевого походження (теплової, світлової) завжди присутній етап обчислення і оцінки часток такої енергії. Обчислення пов'язані з характеристиками об'єктів, які випромінюють, приймають та відбивають промені. Звісно, необхідно, щоб ці обчислення надавали в результаті мінімальну похибку. Якщо використовувати суто аналітичні методи, то вони даватимуть точні результати, але залежатимуть від складності описів об'єктів (що випромінюють, приймають або відбивають енергію). Заміна аналітичних методів обчислень геометричними полегшує ситуацію щодо опису об'єктів, можливостей коригування геометричної форми об'єктів (обернена задача), поетапного спостереження за процесом моделювання, візуалізації результатів. Але тут доводиться миритись з наближеннями і нехтуванням деякими ділянками поверхонь, чого бажано б уникати.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Для визначення часток випромінювання, що потрапляє від одних поверхонь на інші, розв'язуються задачі проєкційної природи, де реалізовано використання променів як апарата геометричного моделювання [1], зокрема, для визначення кутових коефіцієнтів при променевому енергообміні [2–5], моделювання взаємної видимості поверхонь об'єктів енергообміну [3]. Дослідження Л. М. Куценка, О. В. Шоман, В. В. Семенової-Куліш, В. М. Попова, Д. В. Кукурузи пов'язані з розробкою алгоритми радіально-паралельного проєкціювання (RP-проєкціювання) для певних поверхонь, але в цих алгоритмах недостатньо ефективно враховувався вплив геометричної форми тих ділянок поверхонь, що розташовані під невеликим кутом відносно площини, дотичної до заданої поверхні в точці обчислення.

**Формулювання цілей статті.** Дослідження пов'язані з визначенням раціональності використання проєкцій на різні поверхні – сферу, куб, циліндр (відповідно, в методі сфери одиничного радіуса, методі півкуба, методі співвісних циліндрів) при оцінці частки променевої енергії, що потрапляє на поверхню приймача.

**Основна частина.** В основі геометричного визначення кутових коефіцієнтів випромінювання, що характеризують частки енергії випромінювання (що надходить від одного геометричного елемента-випромінювача безпосередньо на інший геометричний елемент-приймач), знаходяться проєкційні методи, зокрема, метод радіально-паралельного проєкціювання [2, 3, 6]. На значення кутових коефіцієнтів впливає відстань та розташунок двох геометричних елементів, а також наявність між ними непрозорих елементів-перешкод поширення енергії.

Тобто ці коефіцієнти є геометричними інваріантами, на значення яких не впливають інші фізичні характеристики поверхонь.

На рис. 1 наведено загальну геометричну схему, позначення на якій входять до формул обчислення кутових коефіцієнтів.

Модифікація методу Нусельта (методу сфери одиничного радіуса) – метод радіально-паралельного проєкціювання – використовує схему поетапного проєкціювання (центрального і паралельного), наведену на рис. 2.

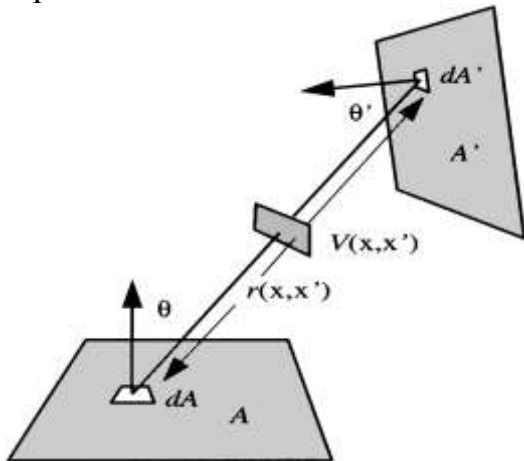


Рис. 1. Геометричні дані для обчислення кутових коефіцієнтів випромінювання

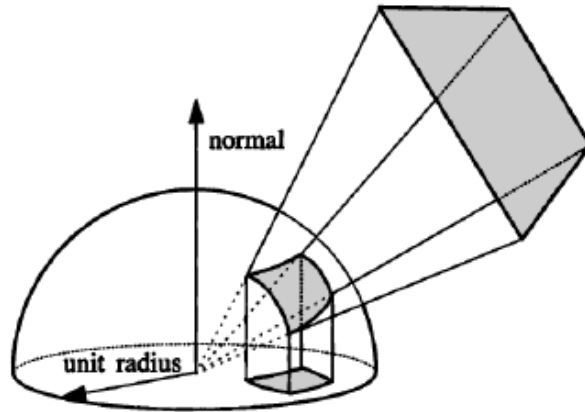


Рис. 2. Геометрична схема поетапного проєкціювання в методі Нусельта

Проблемним тут є врахувати в обчисленнях кутових коефіцієнтів ті ділянки поверхонь (навіть великі), що випромінюють, які розташовані «близько до горизонту», тобто під маленьким кутом до площини великого круга сфери одиничного радіуса. Чим більше цей кут, тим більш «зручним» є опис проєкцій таких ділянок і більш раціональним стає застосування методу Нусельта.

Заміна геометричної схеми методу Нусельта (з проєкціюванням на півсферу) на геометричну схему з проєкціюванням на поверхню півкуба [7–10] (рис. 3) приводить до іншого обчислювального алгоритму, де ідентифікують ті комірки, на які впала так звана «тінь» від проєкціювання елементів поверхні-випромінювача на горизонтальну або вертикальну грані півкуба. В цьому алгоритмі комірки (пікселі) квадратні, а кутовий коефіцієнт визначається за сумою множини «затінених» комірок:

$$F_{dE_i-E_j} \approx \sum \Delta F_{ком.} \quad (1)$$

При цьому окремо визначаються складові значення кутового коефіцієнта в точці обчислення для горизонтальних і вертикальних комірок (рис. 4):

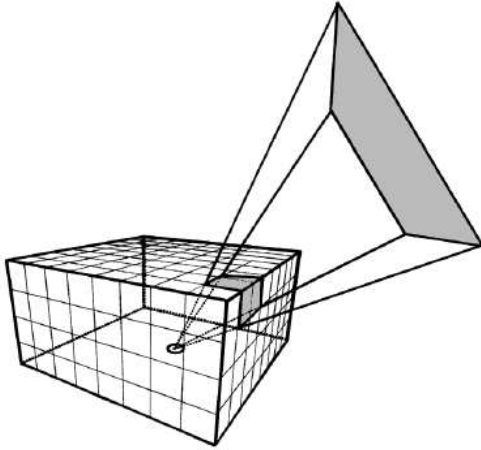


Рис. 3. Геометрична схема методу півкуба

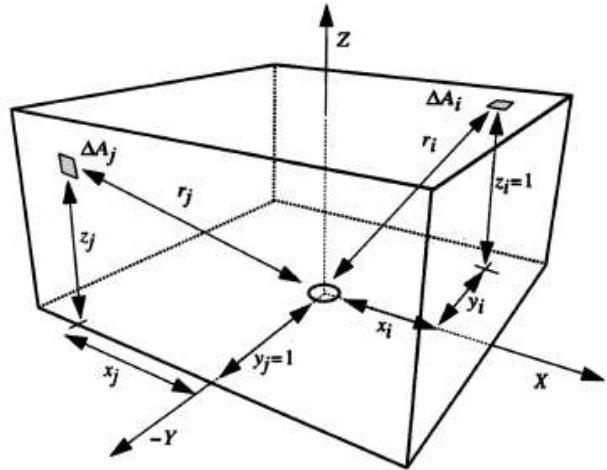


Рис. 4. Геометрична схема розташунок горизонтальних і вертикальних комірок

$$\Delta F_{dA_i} = \frac{1}{\pi \sqrt{x_i^2 + z_i^2 + 1}} \Delta A_i;$$

$$\Delta F_{dA_j} = \frac{1}{\pi \sqrt{y_j^2 + z_j^2 + 1}} \Delta A_j.$$
(2)

Проблемою для одержання точного результату стає дискретизація сітки. Якщо всередині комірок є маленькі елементи, то їх через більшу дискретизацію можна пропустити під час обчислення. А, наприклад, в джерелах світла (там, де є точкові випромінювачі) можна, на жаль, не врахувати такі елементи, хоча саме вони фізично можуть додавати велику частку променевої енергії. Збільшення дискретизації не є ефективним вирішенням проблеми обчислень – необхідно буде все одно враховувати всі елементи, навіть ті, що не впливають на результат. Тому раціонально використовувати цей метод з проєкціюванням геометричних елементів поверхонь на грані півкуба для невеликих областей, де можна досягти рівномірної сітки розбиття, у свою чергу ці сітки розбиття горизонтальної і вертикальних граней півкуба мають бути однаковими.

Ідея використання циліндрів замість півсфери (півкуба) [6] пов'язана з пошуком шляхів усунення недоліків обчислень в оглянутих вище методах. Співвісні циліндри описуються за допомогою функції Хевісайда, що використовується у вигляді

$$\text{Heaviside}(x) = \frac{1}{2} \left( \frac{|x|}{x} + 1 \right).$$
(3)

Тут операція  $\text{Heaviside}(x)$  замінює чотири арифметичні операції, що підвищує швидкодію процесу обчислень.

Поверхню одного «зрізаного» циліндра радіуса  $R$  і висотою  $H$  може бути описано у вигляді

$$f = H \left( 1 - \text{Heaviside} \left( \sqrt{x^2 + y^2} - R \right) \right).$$
(4)

Тоді рівняння поверхні, складеної з  $N$  співвісних зрізаних циліндрів, має вигляд

$$z = \vee_{i=1}^N \left\{ \frac{i}{N} \left( 1 - \text{Heaviside} \left( \sqrt{x^2 + y^2} - \left( 1 - \frac{i}{N} \right) \right) \right) \right\}, \quad (5)$$

де  $\vee$  – знак R-диз'юнкції (теорія R-функцій належить В. Л. Рвачову).

На рис. 5, як приклад, зображено співвісні зрізані циліндри для значення  $N = 15$ , побудовані за допомогою складеної програми.

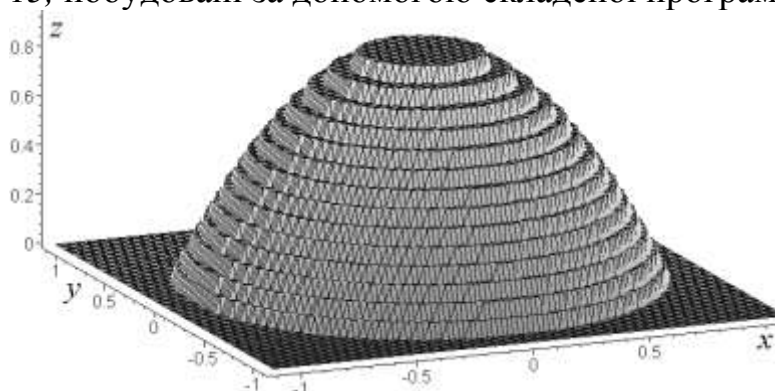


Рис. 5. Співвісні зрізані циліндри для  $N = 15$

**Висновки.** При оцінці частки променевої енергії, що потрапляє на поверхню приймача в точку, для якої проводять обчислення, слід врахувати всі частки цієї енергії від всіх комірок, на які розбито поверхню випромінювача, тобто врахувати не лише елементи поверхні-випромінювача, розташовані в «зеніті» точки обчислення, а і елементи поверхні-випромінювача, що розташовані «біля горизонту» (під невеликим кутом до площини, дотичної до поверхні-приймача в точці обчислення). В цьому сенсі метод на базі проєкціювання на циліндричні поверхні буде більш ефективним.

### Література

1. Даниленко В.Я., Шоман О.В. Проекційне моделювання геометричних об'єктів / за ред. В. Я. Даниленка. Харків: ПП «Технологічний центр», 2021. 324 с.
2. Куценко Л.М., Калиновський А.Я., Сухарькова О.І., Бордюженко С.Я., Журавський М.М. Визначення на основі методу Нусельта теплового потоку від поверхні обертання. *Проблеми надзвичайних ситуацій*. 2023. № 1(37). С. 348–368.
3. Самарін В.О., Шоман О.В. Обчислення локальних кутових коефіцієнтів випромінювання для каналової гвинтової поверхні. *Праці Таврійського держ. агротехнол. ун-ту*. Мелітополь: ТДАТУ, 2012. Вип. 4. Т. 55. С. 200–207.
4. Попов В.М., Куценко Л.М., Семенова-Куліш В.В. Метод оцінки теплового потоку, що випромінюється еліпсоїдом як факелом полум'я. Харків: ХІПБ МВС України, 2000. 144 с.

5. Шоман О.В., Даниленко В.Я. Аналіз геометричної інформації, що використовується в моделюванні взаємодії оптичного випромінювання з середовищем. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2020. Вип. 19. С. 194–201.
6. Самарін В.О., Шоман О.В. Вибір раціонального методу визначення кутових коефіцієнтів випромінювання. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ: КНУБА, 2012. Вип. 90. С. 302–308.
7. Самарін В.О., Шоман О.В. Знаходження локальних кутових коефіцієнтів випромінювання методом півкуба. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ: КНУБА, 2011. Вип. 88. С. 287–292.
8. Ian Ashdown. Radiosity: A Programmer's Perspective. Publisher: John Wiley Sons, New York, NY, 2002. P. 271–287.
9. Jeffrey C. Beran-Koehn and Mark J. Pavicic. A cubic tetrahedra adaption of the hemicube algorithm. In James Arvo, editor, Graphics Gems II, Academic Press, Boston, 1991. P. 299–302.
10. Michael F. Cohen, John R. Wallace. Radiosity and realistic image synthesis. Publisher: Academic Press, Inc., USA, 1995. – P. 72–86.

## **MODELS FOR CALCULATING ANGULAR RADIATION COEFFICIENTS AND PROBLEMS OF ACCOUNTING ALL VISIBLE ELEMENTS OF SURFACES**

Olga Shoman, Volodymyr Danylenko

*During studies of systems for transmitting and receiving energy of radiant origin (thermal, light), there is always a stage of calculation and evaluation of the particles of such energy. Calculations are related to the characteristics of objects that radiate, receive and reflect rays. Of course, it is necessary that these calculations give a minimum error as a result. If purely analytical methods are used, then they will give accurate results, but will depend on the complexity of the descriptions of the objects (radiating, receiving or reflecting energy). Replacing analytical calculation methods with geometric ones facilitates the situation regarding the description of objects, the possibility of adjusting the geometric shape of objects (inverse problem), step-by-step observation of the modeling process, visualization of results. But here you have to put up with approximations and neglecting some parts of the surfaces, which should be avoided. Projection methods, in particular, the method of radial-parallel projection, are the basis of the geometric determination of the angular coefficients characterizing the parts of radiation energy. The value of the angular coefficients is affected by the distance and location of two geometric elements, as well as the presence of opaque elements between them – obstacles to the passing of energy. These coefficients are geometric invariants. Research is related to determining the rationality of using projections on different surfaces – a sphere, a cube, a cylinder (respectively, in the method of a sphere*

of unit radius, the method of a half-cube, the method of coaxial cylinders). When estimating the parts of radiant energy falling on the surface of the receiver at the point for which calculations are being made, all parts of this energy from all the cells into which the radiating surface is divided should be taken into account, i.e. not only the elements of the radiating surface located at the «zenith» of the point should be taken into account calculations, as well as elements of the radiating surface located «near the horizon» (at a small angle to the plane tangent to the receiver surface at the calculation point). In this sense, the method based on projection onto cylindrical surfaces will be more effective.

*Keywords: geometric modeling, methods and models of radiant energy exchange, projection, angular radiation coefficients, surfaces.*

### References

1. Danylenko, V.Ia., & Shoman, O.V. (2021). Proieksiine modeliuвання heometrychnykh ob'ektiv. V.Ia. Danylenko (Ed.). Kharkiv: PP «Tekhnolohichniy tsentr» [in Ukrainian]
2. Kutsenko, L.M., Kalynovskyi, A.Ia., Sukharkova, O.I., Bordiuzhenko, S.Ia., & Zhuravskyi, M.M. (2023). Vyznachennia na osnovi metodu Nuselta teplovoho potoku vid poverkhni obertannia. *Problemy nadzvychnykh sytuatsii*, 1(37), 348–368 [in Ukrainian]
3. Samarin, V.O., & Shoman, O.V. (2012). Obchyslennia lokalnykh kutovykh koefitsiientiv vprominiuvannia dlia kanalovoi hvyntovoi poverkhni. *Pratsi Tavriiskoho derzh. ahrotekhnol. un-tu*, 4, 55, 200–207 [in Ukrainian]
4. Popov, V.M., Kutsenko, L.M., & Semenova-Kulish V.V. (2000) *Metod otsinky teplovoho potoku, shcho vprominiuietsia elipsoidom yak fakelom polumia*. Kharkiv: KhIPB MVS Ukrainy [in Ukrainian]
5. Shoman, O.V., & Danylenko, V.Ia. (2020). Analiz heometrychnoi informatsii, shcho vykorystovuietsia v modeliuванні vzaiemodii optychnoho vprominiuvannia z seredovyschem. *Suchasni problemy modeliuвання*, 19, 194–201 [in Ukrainian]
6. Samarin, V.O., & Shoman, O.V. (2012) Vybir ratsionalnoho metodu vyznachennia kutovykh koefitsiientiv vprominiuvannia. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*, 90, 302–308 [in Ukrainian]
7. Samarin, V.O., & Shoman, O.V. (2011) Znakhodzhennia lokalnykh kutovykh koefitsiientiv vprominiuvannia metodom pivkuba. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*, 88, 287–292 [in Ukrainian]
8. Ian Ashdown (2002) *Radiosity: A Programmer's Perspective*. Publisher: John Wiley Sons, New York, NY, 271–287 [in English]
9. Jeffrey C. Beran-Koehn, & Mark J. Pavicic (1991) A cubic tetrahedra adaption of the hemicube algorithm. James Arvo (Ed.), *Graphics Gems II*, Academic Press, Boston, 299–302 [in English]
10. Michael F. Cohen, & John R. Wallace (1995) *Radiosity and realistic image synthesis*. Publisher: Academic Press, Inc., USA, 72–86 [in English]