

УДК 514.18

ОДНОРОЗМІРНІ КОМПОЗИЦІЙНІ МАТРИЦІ ТОЧКОВІ

Верещага В.М., д-р. техн. наук,
vervik1949@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0038-8300

Адоньєв Є.О., д-р. техн. наук,
evgen.adoniev@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1279-4138

Муртазієв Е.Г., канд. пед. наук,
ernest_gaf@ukr.net, ORCID: 0000-0002-2154-5523

Лисенко К.Ю., PhD in Technical Sciences,
lyksyushka24@gmail.com, ORCID: 0000-0003-3047-6352

Верещага І.В.,
ivereshchaha@gmail.com

Кривенко О.В., аспірант*,
krivenko321@gmail.com

*Мелітопольська школа прикладної геометрії імені Володимира Найдюша
 Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана
 Хмельницького (м. Запоріжжя, Україна)*

У статті обґрунтовано теоретичні засади побудови композиційних матриць точкових як засобу неперервної формалізації просторових геометричних об'єктів (точка, лінія, поверхня, тіло) в системі точкового числення. Зазначено, що компоматриці точкові дозволяють ефективно описувати дискретно подані геометричні об'єкти, зокрема однорозмірні лінії, та створювати узагальнені математичні моделі на основі їх параметричного представлення. Представлено приклади позначень і записів компоматриць точкових для просторових ліній і ліній, які лежать у площинах, з урахуванням трьох основних параметричних напрямів.

Особливу увагу приділено аналізу загального вигляду таких матриць та переходу до координатного запису у декартовій системі координат. Визначено структуру компоматриць для кожного параметричного напрямку, проілюстровано розгортання компоматриці для n-вимірного параметричного простору, де параметри відображають зміни процесів, що асоціюються з конкретною геометричною лінією.

Наведено також інший підхід до аналізу таких матриць: для кожної окремої точки простору деталізується інформація про всі параметри, що її характеризують, що дозволяє здійснювати глибокий локальний аналіз перебігу процесів у кожній точці лінії. Показано, що на відміну від класичних алгебраїчних матриць, компоматриці не обмежуються лінійною структурою і допускають змішування елементів різної природи: числових, символічних, функціональних або навіть інших компоматриць. Подано

* Науковий керівник – д-р техн. наук, професор Верещага В.М.

міркування щодо ознак самостійності компоматриці як геометричного об'єкта. Описані координатні компоматриці у тривимірному і n -вимірному просторах, які виступають інструментом для реалізації розрахунків у межах композиційної геометрії.

Запропонований підхід може знайти подальше застосування в задачах моделювання багатofакторних геометричних систем, де необхідна точкова деталізація і паралельний аналіз як геометричної структури, так і функціональних характеристик об'єкта.

Ключові слова: композиційні матриці точкові, геометричні об'єкти, координатні компоматриці, однорозмірні компоматриці.

Постановка проблеми. Здійснення узагальнених записів ліній у композиційній геометрії потребує розробки математичного апарату неперервної формалізації дискретно поданих кривих. Одним із кроків створення апарату неперервної формалізації є створення композиційних матриць, що формалізують ці дискретні лінії. Подання ліній у компоматричній формі дозволить узагальненішому вигляді розв'язувати метричні та позиційні задачі за участі цих ліній. Отже, розробка записів і позначень композиційних матриць точкових є певною проблемою, розв'язання якої дозволить наблизитись до застосування композиційно матричного у композиційній геометрії.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Перші ідеї щодо викладання композиційного методу геометричного моделювання були викладені у роботі [1-3]. Більш ґрунтовні дослідження у цьому напрямку здійснено у роботі [4]. Детальні дослідження стосовно кривих ліній були виконані у роботі [5]. Однак усі згадані роботи не носили узагальненого підходу до композиційного моделювання кривих ліній у компоматричній формі.

Формулювання цілей статті. Розробити узагальнені записи і позначення для елементів композиційних матриць точкових для подання у компоматричній формі дискретно поданих кривих ліній.

Основна частина. Якщо традиційні матриці призначені для формалізації та узагальнення задач і розв'язання їх алгебраїчними методами, то композиційні матриці (компоматриці) формалізують, в узагальненому вигляді, геометричні об'єкти (точки, лінії, поверхні, геометричні тіла), що подані у точковій формі, і призначені для розв'язання метричних та позиційних задач методами точкового БН-числення (Балюби-Найдиша числення).

На відміну від традиційних матриць компоматриці позначаються подвійними вертикальними лініями. Елементами компоматриць можуть бути вирази, константи, інші компоматриці, порожні елементи, кількість яких відповідає кількості базисних точок геометричного об'єкта, для якого складено цю компоматрицю.

У традиційних матриць заміна будь-якого елемента тягне за собою необхідність заміни цілого рядка або стовпця, або матриці в цілому, то у компоматрицях є можливою окрема заміна будь-якого елемента.

Для формалізації будь-якого геометричного об'єкту складається декілька різних компоматриць, кожна з яких фіксує певні характеристики, а усі разом компоматриці формалізують геометричний об'єкт в цілому.

У цій статті розглянемо лише точкові компоматриці для лінії, яка подана дискретним рядом точок.

Найузагальніші вигляди точкових компоматриць за параметричними напрямками мають наступні записи:

$$\llbracket A_T \rrbracket_l = \llbracket A_i \rrbracket_{i=1,l}; \llbracket A_T \rrbracket_m = \llbracket A_j \rrbracket_{j=1,m}; \llbracket A_T \rrbracket_n = \llbracket A_k \rrbracket_{k=1,n}, \quad (1)$$

де l та i – відповідають параметричному напрямку U ,

m та j – відповідають параметричному напрямку V ,

n та k – відповідають параметричному напрямку W .

У подальшому розгортатимемо лише перший варіант для параметричного напрямку U , відповідно l та i . Для двох інших – все здійснюватиметься аналогічно, як і для першого варіанту з відповідною заміною літер у індексах:

$$\llbracket A_T \rrbracket_l = \llbracket A_i \rrbracket_{i=1,l} \Rightarrow \llbracket A_i(k_3) \rrbracket_{i=1,l, k_3=x,y,z} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \llbracket A_i(x) \rrbracket_{i=1,l} \\ \llbracket A_i(y) \rrbracket_{i=1,l} \\ \llbracket A_i(z) \rrbracket_{i=1,l} \end{array} \right\}. \quad (2)$$

Тут у (2) індекс « i » вказує, що розглядається дискретна лінія за параметричним напрямком U , індекс « k_3 », вказує, що дискретна лінія, яка задана точками A_i , є просторовою. У разі, коли крива паралельна одній із площин проєкцій або належить цій площині, то застосовується індекс: « k_2 » і вказується по дві координати, що змінюються. Є три варіанти: $k_2 = x, y$; $k_2 = x, z$; $k_2 = y, z$.

Комбоматриці (2) використовуються для параметризації дискретно поданої лінії і утворення відповідного її функціонального базиса у параметричній формі. Характеристики реального об'єкту, який подається лінією, знаходяться у багатовимірному просторі, кількість координат у якому $k_n = \overline{1, n}$, для якого компоматричні форми (2) матимуть трішечки інший запис.

$$\underset{k_n=1, n_k}{\overset{l}{\llbracket A_T \rrbracket}} = \underset{k_n=1, n_k}{\overset{i=1, l}{\llbracket A_i \rrbracket}} \Rightarrow \underset{k_n=1, n_k}{\overset{i=1, l}{\llbracket A_i(k_n) \rrbracket}} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \underset{i=1, l}{\llbracket A_i(1) \rrbracket} \\ \underset{i=1, l}{\llbracket A_i(2) \rrbracket} \\ \dots \\ \underset{i=1, l}{\llbracket A_i(n_k-1) \rrbracket} \\ \underset{i=1, l}{\llbracket A_i(n_k) \rrbracket} \end{array} \right\}. \quad (3)$$

У компоматричних записах (2), (3) перший запис зліва є найзагальнішим, а кожний із наступних записів правіше – деталізує елементи цієї компоматриці. Більше того, крайні праві записи компоматриць можна деталізувати за точками наступним чином:

для (2):

$$\left\{ \begin{array}{c} \underset{i=1, l}{\llbracket A_i(x) \rrbracket} \\ \underset{i=1, l}{\llbracket A_i(y) \rrbracket} \\ \underset{i=1, l}{\llbracket A_i(z) \rrbracket} \end{array} \right\} = \underset{k_3=x, y, z}{\overset{i=1, l}{\llbracket A_i(k_3) \rrbracket}} = \left\{ \underset{k_3=x, y, z}{\llbracket A_i(k_3) \rrbracket}, \underset{k_3=x, y, z}{\llbracket A_i(k_3) \rrbracket}, \dots, \underset{k_3=x, y, z}{\llbracket A_i(k_3) \rrbracket} \right\}; \quad (4)$$

для (3):

$$\left\{ \begin{array}{c} \underset{i=1, l}{\llbracket A_i(1) \rrbracket} \\ \underset{i=1, l}{\llbracket A_i(2) \rrbracket} \\ \dots \\ \underset{i=1, l}{\llbracket A_i(n-1) \rrbracket} \\ \underset{i=1, l}{\llbracket A_i(n) \rrbracket} \end{array} \right\} = \underset{k_n=1, k_n}{\overset{i=1, l}{\llbracket A_i(k_n) \rrbracket}} = \left\{ \underset{k_n=1, k_n}{\llbracket A_1(k_n) \rrbracket}, \underset{k_n=1, k_n}{\llbracket A_2(k_n) \rrbracket}, \dots, \underset{k_n=1, k_n}{\llbracket A_l(k_n) \rrbracket} \right\}. \quad (5)$$

За використання наведених у загальних виглядах компоматриць (1),..., (5) та аналогічних цим, компоматриць за параметричними напрямками V та W , можна дискретно подати будь-яке дискретно подане ребро чи то у тривимірному просторі, чи то у n -просторі параметрів. При цьому, ці ребра можуть бути як окремими геометричними об'єктами, так і знаходитись у складі якогось іншого геометричного об'єкту. Ознакою того, що наведені компоматриці є окремими геометричними об'єктами є наявність одного підкомпоматричного індексу « l ». Крім того, наведені точкові компоматриці являють собою лише схеми упорядкування точок дискретно поданої лінії, а реалізація обчислень здійснюється через координатні компоматриці як у координатному три просторі так і у n -просторі параметрів, що являють собою певні процеси подані у вигляді ліній.

Висновки. У композиційній геометрії кожне геометричний об'єкт має подаватися дискретно базисними точками, які визначаються у двох системах координат. У системі координатного трипростору, яка є обов'язковою, здійснюється параметризація вихідного геометричного об'єкту для утворення його композиційної геометричної моделі. У системі координат n -простору параметрів відбувається дослідження зміни усіх параметрів реального об'єкту, моделлю якого є геометричний об'єкт, з метою аналізу його діяльності або аналізу перебігу процесів з використанням створеної композиційної геометричної моделі.

Література

1. Верещага В.М. Композиційне геометричне моделювання: монографія. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2017, 108с.
2. Верещага В.М., Найдиш А.В., Адоньєв Є.О., Лисенко К.Ю. Основи композиційного геометричного моделювання: навчальний посібник. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2019. 255 с.
3. Верещага В.М. Про необхідність розробки методів композиційного диференціювання та композиційного інтегрування. *Збірник тез доповідей XVII Міжнародної науково-практичної конференції «Обухівські читання»* (30 березня 2023 р.) Київ: НУБІП, 2023, С.108-110.
4. Адоньєв Є.О. Композиційний метод геометричного моделювання багатофакторних систем: дис. ... д-ра техн. наук. К.: КНУБА, 2018, 512 с.
5. Лисенко К.Ю. Теоретичні основи методів утворення композиційних ліній і поверхонь: дис...канд. техн. наук. Київ: КНУБА, 2022. 267с.

ONE-DIMENSIONAL COMPOSITION DOT MATRICES

Viktor Vereshchaha, Yevhen Adoniev, Ernest Murtaziiev, Kseniia Lysenko,
Ivan Vereshchaha, Olensandr Kryvenko

The article substantiates the theoretical foundations for constructing point composition matrices as a means of continuous formalization of spatial geometric objects (point, line, surface, solid) within the framework of point calculus. It is noted that point composition matrices provide an effective approach for describing discretely defined geometric entities, especially one-dimensional lines, and enable the development of generalized mathematical models based on their parametric representations. Examples of notations and general forms of point composition matrices are presented for spatial lines and lines lying in planes, taking into account three main parametric directions (U , V ,

W). Special attention is paid to the analysis of the general form of such matrices and the transition to coordinate-based notation in the Cartesian coordinate system. The structure of composition matrices for each parametric direction is defined, and the expansion of such a matrix is illustrated for an n -dimensional parameter space, where the parameters reflect the evolution of processes associated with a given geometric line. An alternative approach to interpreting these matrices is also provided: for each discrete point of the space, the values of all parameters characterizing the state or process at that point are revealed separately, allowing for a deep local analysis. Unlike traditional algebraic matrices, composition matrices are not limited to linear structures and can contain elements of various natures—numerical, symbolic, functional, or even other matrices. Considerations are offered regarding the criteria for recognizing a composition matrix as an independent geometric object. Coordinate composition matrices in three-dimensional and n -dimensional parameter spaces are also described, serving as tools for conducting calculations within the domain of compositional geometry. The proposed methodology may be effectively applied to the modeling of complex multifactor geometric systems, where both precise structural representation and analysis of dynamic or functional characteristics of the object are required simultaneously.

Keywords. Point composite matrices, geometric objects, coordinate composite matrices, one-dimensional composite matrices.

References

1. Vereshchaha V.M. (2017) Compositional geometric modeling: monohafiiia. Melitopol: FOP Odnoroh T.V. [in Ukrainian].
1. Vereshchaga, V., Naidysh, A., Adoniev, Ye., Lysenko, K. (2019) Fundamentals of composite geometric modeling: a textbook. Melitopol: FOP Odnorog [in Ukrainian].
2. Vereshchaga, V. (2023) On the need to develop methods of compositional differentiation and compositional integration. *Zbirnyk tez dopovidei XVII Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii «Obukhivski chytannia»* Kyiv: KNUBA, pp. 108-110 [in Ukrainian].
3. Adoniev Ye.O. (2018) Compositional method of geometric modeling of multifactor systems: doctor's thesis. K.: KNUBA. [in Ukrainian].
4. Lysenko K.Iu. (2022) Theoretical foundations of methods for creating compositional lines and surfaces: candidate's thesis. Kyiv. KNUBA. [in Ukrainian].