

УДК 004.925.8; 514.8

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ НА ОСНОВІ НОРМАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ ДЛЯ ПОБУДОВИ І ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ПОВЕРХОНЬ РІВНЯ ВІДНОСНО ТОЧОК, ПРЯМИХ І ПЛОЩИН

Шоман О.В., д-р техн. наук,

olgasho@ukr.net, ORCID: 0000-0002-3660-0441

Даниленко В.Я.,

vladdanyl@ukr.net, ORCID: 0000-0003-4952-7498

Національний технічний університет

«Харківський політехнічний інститут» (м. Харків, Україна)

В різних галузях знань, наукових дослідженнях і прикладних розробках метою є одержання реального продукту або рекомендацій для впровадження. На початку досліджень або розроблення, як правило, формується проблема в цілому та ставляться задачі. Як правило, зазначене передбачає і вивчення фізичних характеристик реальних об'єктів та процесів, і підбір наявних математичних моделей для їхнього опису. У зв'язку з комплексністю проблем і задач вирізняють ті, які можна окремо розв'язувати, маючи в арсеналі відомі або нові (спеціально розроблені) методи. Звісно, це залежить від вхідних даних про об'єкти моделювання. Труднощі стосуються поширення таких підібраних або спеціально розроблених методів на розв'язання задач моделювання об'єктів і процесів іншого фізичного змісту. В евклідовому просторі геометричні об'єкти можуть бути представлені як нульвимірні, одновимірні, двовимірні, тривимірні. Розв'язками задач геометричного моделювання об'єктів є такі моделі, які візуалізуються у вигляді зображень точок, ліній, поверхонь, тіл. Графічне подання розв'язків дозволяє проводити візуальний аналіз результатів та виявляти помилки і визначати подальші етапи роботи. Те саме стосується розробки моделей, що представляють явища і процеси геометричною мовою та реалізуються у вигляді візуальних картин. При цьому важливо належним чином сформулювати вхідні умови задачі моделювання. Методи геометричного представлення вхідної інформації та візуалізації результатів залежать від виміру і рівня складності об'єкта моделювання. В статті визначено особливості використання методу на основі нормальних функцій (методу з теорії узагальнених паралельних множин) при побудові та візуалізації поверхонь рівня (які є графічним поданням нормальних функцій) відносно точок, прямих і площин; наведено приклади. Обмеження використання стосуються тільки класичного методу та математичних моделей, покладених в його основу. Покажемо, що для зазначених видів геометричних об'єктів евклідового простору є прийнятною запропонована практична реалізація методу на основі

нормальних функцій, де ці об'єкти можна розташовувати довільним чином і проводити візуальний аналіз наявних перетинів поверхонь рівня з координатними площинами.

Ключові слова: геометричне моделювання, нормальні функції, візуалізація моделей, поверхні рівня, паралельні лінії і поверхні.

Постановка проблеми. В різних галузях знань, наукових дослідженнях і прикладних розробках метою є одержання реального продукту або рекомендацій для впровадження. На початку досліджень або розроблення, як правило, формується проблема в цілому та ставляться задачі. Як правило, зазначене передбачає і вивчення фізичних характеристик реальних об'єктів та процесів, і підбір наявних математичних моделей для їхнього опису. У зв'язку з комплексністю проблем і задач вирізняють ті, які можна окремо розв'язувати, маючи в арсеналі відомі або нові (спеціально розроблені) методи. Звісно, це залежить від вхідних даних про об'єкти моделювання. Труднощі стосуються поширення таких підібраних або спеціально розроблених методів на розв'язання задач моделювання об'єктів і процесів інакшого фізичного змісту. В евклідовому просторі геометричні об'єкти можуть бути представлені як нульвимірні, одновимірні, двовимірні, тривимірні. Розв'язками задач геометричного моделювання об'єктів є такі моделі, які візуалізуються у вигляді зображень точок, ліній, поверхонь, тіл. Графічне подання розв'язків дозволяє проводити візуальний аналіз результатів та виявляти помилки і визначати подальші етапи роботи. Те саме стосується розробки моделей, що представляють явища і процеси геометричною мовою та реалізуються у вигляді візуальних картин. При цьому важливо належним чином сформулювати вхідні умови задачі моделювання. Методи геометричного представлення вхідної інформації та візуалізації результатів залежать, від виміру і рівня складності об'єкта моделювання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В галузі прикладної геометрії, комп'ютерної графіки дуже широко охоплено різноманітні задачі, зміст яких походить з актуальних питань фундаментальних і прикладних наук. І всюди використовуються перетворення і математичні описи об'єктів моделювання. Роботи професора Л. М. Куценка та його учнів [1–6] пов'язані з моделюванням та візуалізацією лінійних, криволінійних, поверхневих об'єктів як розв'язків рівнянь, що описують геометричні моделі явищ і процесів. В цих роботах використано об'єкти різного виміру та відповідні перетворення між ними для моделювання кінематики механізмів і анімації їхнього руху [1, 2], для графічного подання розв'язків рівнянь, що описують фізичні поля і процеси в гідродинаміці, електриці, променевому енергообміні [3, 4, 7, 8]. Основні положення та ідеї теорії узагальнених паралельних множин викладено у [3, 7, 8], де розглянуто окремо методи моделювання процесів і явищ різної фізичної природи. В [7, 8] продемонстровано реалізацію алгоритмів

формування двовимірних сімей геометричних об'єктів через моделювання у тривимірному просторі.

Формулювання цілей статті. Визначити особливості використання методу на основі нормальних функцій при побудові та візуалізації поверхонь рівня відносно точок, прямих і площин.

Основна частина. Розглянемо різні геометричні об'єкти та приклади використання одного з методів теорії узагальнених паралельних множин для моделювання поверхонь рівня. (Нагадаємо, що метою моделювання є одержання описів та зображень паралельних ліній або поверхонь.)

Для побудови (опису і подальшої візуалізації) паралельних (еквідистантних) геометричних об'єктів себе виправдав метод на основі нормальних функцій, в якому складаються нормальні рівняння заданих об'єктів евклідового простору, наприклад, точки, відрізка, поверхні обертання. Основи складання нормальних рівнянь і означення були введені академіком В. Л. Рвачовим в його наукових роботах. Згідно з ними наведемо деякі описи нормальних функцій геометричних об'єктів:

– точки $T(x_T, y_T)$:

$$\sqrt{(x - x_T)^2 + (y - y_T)^2}, \quad (1)$$

візуальною моделлю в тривимірній системі координат є поверхня прямого кругового конуса, у якого вершиною є точка T , а вісь паралельна до осі Oz ;

– відрізка $a \leq x \leq b$ осі Ox :

$$\sqrt{y^2 + ((x \vee a) - (x \wedge b))^2}, \quad (2)$$

де символи $\vee$ і $\wedge$ – символи, введені В. Л. Рвачовим – R_1 -диз'юнкція $\alpha \vee \beta = (\alpha + \beta + \alpha - \beta)/2$ та R_1 -кон'юнкція $\alpha \wedge \beta = (\alpha + \beta - \alpha - \beta)/2$; візуальною моделлю в тривимірній системі координат є поверхня однакового нахилу, яка перетинає координатну площину Oxy по заданому відрізку і твірні якої розташовані над площиною Oxy в додатному напрямку осі Oz ;

– прямокутника $a \leq x \leq b; c \leq y \leq d$:

$$\sqrt{((x \vee a) - (x \wedge b))^2 + ((y \vee c) - (y \wedge d))^2}, \quad (3)$$

візуальною моделлю в тривимірній системі координат є також поверхня однакового нахилу, яка перетинає координатну площину Oxy по заданому прямокутнику і твірні якої розташовані над площиною Oxy в додатному напрямку осі Oz ;

Візуалізація в останньому випадку показала, що тут не буде адекватного результату для точок – вершин прямокутника, оскільки для твердження В. Л. Рвачова про те, що для об'єкта $L = L_1 \cup L_2$ нормальною функцією буде R-кон'юнкція $f = f_1 \wedge f_2$, немає двоїстого твердження. Відсутність двоїстого твердження не дозволило створити загальні алгоритми побудови нормальної функції об'єкта на вподоби прямокутника.

В роботах Л. М. Куценка, О. В. Шоман, Д. В. Кукурузи запропоновано практичну реалізацію складання нормальних функцій для довільного відрізка і довільного паралелепіпеда.

Нормальна функція:

– для відрізка між точками $A(x_a, y_a, z_a)$ і $B(x_b, y_b, z_b)$:

$$\xi = \sqrt{\frac{(f_a \wedge 0)^2 + (f_b \vee 0)^2 + \omega^2}{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2 + (z_b - z_a)^2}}, \quad (4)$$

де $f_a = (x_b - x_a)(x - x_a) + (y_b - y_a)(y - y_a) + (z_b - z_a)(z - z_a)$,

$f_b = (x_b - x_a)(x - x_b) + (y_b - y_a)(y - y_b) + (z_b - z_a)(z - z_b)$,

$$\omega^2 = \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_a & y_a & 1 \\ x_b & y_b & 1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} x & z & 1 \\ x_a & z_a & 1 \\ x_b & z_b & 1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} y & z & 1 \\ y_a & z_a & 1 \\ y_b & z_b & 1 \end{vmatrix}^2 ;$$

– для паралелепіпеда, обмеженого паралельними площинами $\{a \leq x \leq b; c \leq y \leq d; p \leq z \leq q\}$ та розташованого довільним чином відносно системи координат:

$$\xi = \sqrt{[(x \vee a) - (x \wedge b)]^2 + [(y \vee c) - (y \wedge d)]^2 + [(z \vee p) - (z \wedge q)]^2}. \quad (5)$$

На рис. 1 наведено приклад візуалізації поверхні рівня нормальної функції паралелепіпеда. Рис. 2 демонструє результат виконання програми візуалізації поверхонь рівня («паралельних» поверхонь) для відрізка і паралелепіпеда.

Запропонована візуалізація поверхні рівня (що є графічним поданням нормальної функції) реалізується для різних значень величини ξ , і тим самим визначається перетин координатних площин з побудованими поверхнями рівня.

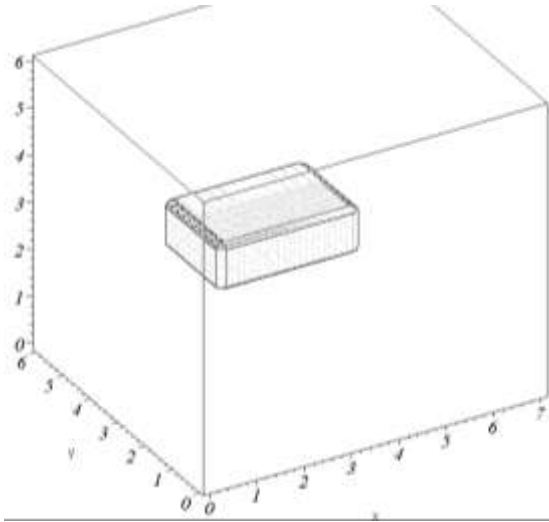


Рис. 1. Поверхня рівня нормальної функції паралелепіпеда $\{2 \leq x \leq 5; 3 \leq y \leq 5; 2 \leq z \leq 3\}$, $\xi = 0,05$

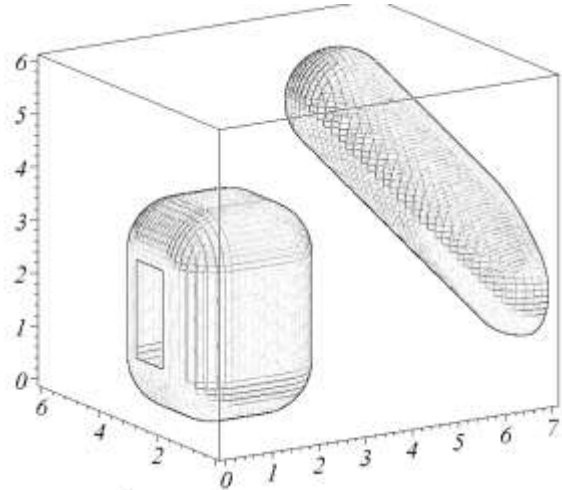


Рис. 2. Поверхні рівня нормальних функцій відрізка і паралелепіпеда, $\xi = 1$

Висновки. Використання одного з методів теорії узагальнених паралельних множин, що базується на поняттях нормальних функцій об'єктів, розглянуто з точки зору представлення геометричних об'єктів евклідового простору – точок, прямих (відрізків), площин та об'єктів, які з них складаються. Обмеження використання стосуються тільки класичного методу та математичних моделей, покладених в його основу. Покажемо, що для зазначених видів геометричних об'єктів евклідового простору прийнятною є запропонована практична реалізація методу на основі нормальних функцій, де ці об'єкти можна розташовувати довільним чином і проводити візуальний аналіз наявних перетинів поверхонь рівня з координатними площинами.

Література

1. Kutsenko L., Semkiv O., Zapolskiy L., Shoman O., Ismailova N., Vasyliiev S., Adashevskaya I., Danylenko V., Pobidash A. Geometrical modeling of the shape of a multilink rod structure in weightlessness under the influence of pulses on the end points of its links. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. Vol. 2, Issue 7 (92). P. 44–58. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.126693>
2. Куценко Л.М., Калиновський А.Я., Сухарькова О.І. Розробка моделей розкриття стержневих конструкцій для аварійно-рятувальних робіт у невагомості. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2022. Вип. 102. С. 100–126. DOI: <https://doi.org/10.32347/0131-579X.2022.102.100-126>
3. Куценко Л.М., Шоман О.В. *Геометричне моделювання об'єктів, явищ і процесів*. Харків : ТОВ «ТЕХНОЛОГІЧНИЙ ЦЕНТР ГРУП», 2023. 246 с.

4. Куценко Л.М., Калиновський А.Я., Сухарькова О.І., Бордюженко С.Я., Журавський М.М. Визначення на основі методу Нусельта теплового потоку від поверхні обертання. *Проблеми надзвичайних ситуацій*. 2023. № 1(37). С. 348–368.
5. Dashkevych A., Vorontsova D., Rosokha S. An approach for the determination of drone positions set with maximal terrain visibility. *CEUR Workshop Proceedings*. 3013. 2021. Pp. 64–73.
6. Шоман О.В. Використання поверхонь однакового нахилу для одержання сімей паралельних кривих. *Праці Таврійського держ. агротехнол. ун-ту*. 2011. Вип. 4. Т. 49. С. 11–16.
7. Шоман О.В., Даниленко В.Я. Розв'язання задач формоутворення двовимірних геометричних множин у тривимірному просторі. *Сучасні проблеми моделювання*. 2014. Вип. 3. С. 147–152.
8. Даниленко В.Я., Шоман О.В. Проекційне моделювання геометричних об'єктів. Харків : ПП «Технологічний центр», 2021. 324 с.

USING THE METHOD BASED ON NORMAL FUNCTIONS FOR CONSTRUCTION AND VISUALIZATION OF LEVEL SURFACES WITH RESPECT TO POINTS, LINES, AND PLANES

Olga Shoman, Volodymyr Danylenko

In various fields of knowledge, scientific research and applied developments, the goal is to obtain a real product or recommendations for implementation. At the beginning of research or development, as a rule, the problem as a whole is formed, and tasks are set. As a rule, this involves both studying the physical characteristics of real objects and processes and selecting existing mathematical models for their description. Due to the complexity of problems and tasks, those that can be solved separately, having in the arsenal of known or new (specially developed) methods, are distinguished. Of course, this depends on the input data about the modeling objects. The difficulties relate to the extension of such selected or specially developed methods to solving problems of modeling objects and processes of different physical content. In Euclidean space, geometric objects can be represented as zero-dimensional, one-dimensional, two-dimensional, or three-dimensional. Solutions to geometric modeling problems of objects are such models that are visualized in the form of images of points, lines, surfaces, and solids. Graphical representation of solutions allows for visual analysis of results, detection of errors, and determination of further stages of work. The same applies to the development of models that represent phenomena and processes in geometric language and are implemented in the form of visual pictures. In this case, it is important to properly form the input conditions of the modeling problem. Methods for geometric representation of input information and visualization of results depend on the space dimension and level of complexity of the modeling object.

The article identifies the features of using the method based on normal functions (a method from the theory of generalized parallel sets) in constructing and visualizing level surfaces (which are graphical representations of normal functions) relative to points, lines, and planes; examples are given. Limitations of use apply only to the classical method and the mathematical models underlying it. It is indicative that for the specified types of geometric objects of Euclidean space, the proposed practical implementation of the method based on normal functions is acceptable, where these objects can be arranged arbitrarily, and visual analysis of the existing intersections of level surfaces with coordinate planes can be carried out.

Keywords: geometric modeling, normal functions, visualization of models, level surfaces, parallel lines and surfaces.

References

1. Kutsenko, L., Semkiv, O., Zapolskiy, L., Shoman, O., Ismailova, N., Vasyliiev, S., Adashevskaya, I., Danylenko, V., & Pobidash, A. (2018). Geometrical modeling of the shape of a multilink rod structure in weightlessness under the influence of pulses on the end points of its links. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2 (7 (92)), 44–58. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.126693> [in English]
2. Kutsenko, L.M., Kalynovskyi, A.Ya., & Sukharkova, O.I. (2022). Development of models of opening of rod structures for emergency rescue work in weightlessness. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*, 102, 100–126. DOI: <https://doi.org/10.32347/0131-579X.2022.102.100-126> [in Ukrainian]
3. Kutsenko, L.M., & Shoman, O.V. (2023). *Geometric modeling of objects, phenomena and processes*. O.V. Shoman (Ed.). Kharkiv : TOV «TEKHNOLOHICHNYY TSENTR HRUP». 246 c. [in Ukrainian]
4. Kutsenko, L.M., Kalynovskyi, A.Ya., Sukharkova, O.I., Bordiuzhenko, S.Ya., & Zhuravsky, M.M. (2023). Determination based on the Nusselt method heat flow from surface rotation. *Problemy nadzvychainykh sytuatsii*, 1(37), 348–368 [in Ukrainian]
5. Dashkevych, A., Vorontsova, D., & Rosokha, S. (2021). An approach for the determination of drone positions set with maximal terrain visibility. *CEUR Workshop Proceedings*, 3013, 64–73 [in English]
6. Shoman, O.V. (2011). Using surfaces of equal slope to obtain families of parallel curves. *Pratsi Tavriys'koho derzhavnogo ahrotekhnolohichnoho universytetu*, 2011, 4, 49, 11–16 [in Ukrainian]
7. Shoman, O.V., & Danylenko, V.Ya., (2014). A decision of tasks of form formation of two-dimensional geometrical sets is in three-dimensional space *Suchasni problemy modelyuvannya*, 2014, 3, 147–152 [in Ukrainian]
8. Danylenko, V.Ya., & Shoman, O.V. (2021). *Projection modeling of geometric objects*. V.Ya. Danylenko (Ed.). Kharkiv : PP «TEKHNOLOHICHNYY TSENTR» [in Ukrainian]