

УДК 514.18

ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКОСТІ ВІДБИТТІВ СВІТЛОВОГО ПРОМЕНЯ ВСЕРЕДИНИ СВІТЛОВОЇ ШАХТИ У ВИГЛЯДІ ПРАВИЛЬНОЇ ШЕСТИКУТНОЇ ПРИЗМИ

Пугачов Є.В., д-р. техн. наук,

pev1957@ukr.net, ORCID: 0000-0003-4771-0942

Літніцький С.І., канд. техн. наук,

gavran88@ukr.net, ORCID: 0000-0003-4962-7800

Кундрат Т.М., канд. техн. наук,

kundratt@i.ua, ORCID: 0000-0001-9345-3161

Зданевич В.А.,

vasyl.zdanevych@gmail.com, ORCID: 0000-0002-9875-8463

Національний університет водного господарства та
природокористування (м. Рівне, Україна)

В статті розроблено алгоритм та відповідне програмне забезпечення визначення кількості відбиттів у вертикальній призматичній світловій шахті з горизонтальними верхньою та нижньою основами у вигляді правильного шестикутника.

Для визначення кількості відбиттів променя від поверхні призматичної шахти з горизонтальними верхньою та нижньою основами у вигляді правильного шестикутника використано спосіб випрямлення бильярдної траєкторії, запропонований німецьким математиком Г.А. Шварцем. Суть цього способу полягає у тому, що шахта і падаючий на її грань промінь дзеркально відображаються відносно відбиваючої грані. При цьому промінь падаючий і відбитий утворюють одну пряму. Повторюючи таке відображення для кожної грані шахти, можна замостити простір навколо шахти призмами з правильними шестикутниками в основах, а траєкторію променя випрямити.

Для демонстрації роботи алгоритму була задана призма з правильними шестикутниками в основах (грані вертикальні). Сторона основи шахти складала 2 м, а висота призми дорівнювала 3 м. Розрахункова точка знаходилася в площині нижньої основи, а через точку проходили вектори вихідного променя. Координати абсцис і ординат вектора залишалися сталими, а кут його нахилу до горизонтальної площини змінювали з кроком 5 градусів. На рисунках були показані результати роботи алгоритму при кутах нахилу вихідного променя до горизонтальної площини 30° , 25° і 20° . При куті нахилу падаючого променя до горизонтальної площини 30° було два відбиття світлового променя, а при 25° і 20° – було відповідно 3 і 4 відбиття. Тобто при зменшенні кута нахилу вихідного променя до горизонтальної площини кількість відбиттів збільшується, а довжини відрізків горизонтальної проєкції випрямленого

променя залишаються сталими в межах окремого шестикутника.

Координати вхідного променя можна отримати, відбивши дзеркально світловий промінь від бічної площини призми, на якій знаходиться перша відбиваюча точка.

Розроблений алгоритм визначення кількості відбивань і траєкторії променя дозволяє обчислити яскравість вихідного променя для затверджених МКО (Міжнародною комісією з освітлення) сучасних моделей розподілу яскравості за небозводом і, відповідно, моделювати освітленість відбитим від поверхонь шахти світлом.

Ключові слова: світлова шахта, трасування світлового променя, шестикутна призма, яскравість променя.

Постановка проблеми. Для розрахунку природної освітленості від світлових шахт з дзеркальним відбиванням світла необхідно визначати яскравість променя, який виходить з шахти і потрапляє в розрахункову точку. Яскравість вихідного променя залежить від кількості відбивань променя до його виходу з світлової шахти і яскравості цього променя на вході у світлову шахту:

$$L_{вих} = L_{вх} \cdot \rho^n, \quad (1)$$

де $L_{вих}$ – яскравість вихідного променя;

$L_{вх}$ – яскравість вхідного променя;

ρ – коефіцієнт дзеркального відбивання стінки шахти;

n – кількість відбивань променя до виходу з світлової шахти.

Яскравість вхідного променя визначається його координатами в системі координат, до якої віднесена модель розподілу яскравості за небосхилом. Початок цієї системи координат збігається з першою відбивальною точкою (рис. 1).

Отже, виникає необхідність у трасуванні променя у шахті. Причому треба розглядати обернену траєкторію променя, тобто від точки 1 (остання відбиваюча точка траєкторії променя) до точки n . Положення вихідного променя задається розрахунковою точкою P_T і точкою 1, яка є центром нескінченно малої площинки в області інтегрування по внутрішній поверхні шахти, видимої з розрахункової точки (ця область відбиває світло в розрахункову точку).

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Частково таке завдання вирішувалося в [1, 2]. Але в цих роботах розглядалися тільки циліндричні шахти і шахти у вигляді паралелепіпеда, для яких визначалася тільки кількість відбивань променя, оскільки для моделювання освітленості під шахтою використовувалася модель Муна-Спенсер розподілу яскравості по небозводу, в якій яскравість точки на небозводі залежить тільки від її кутової висоти (кута нахилу вхідного променя до горизонтальної площини), що при відображенні променя від вертикальних площин не змінюється [1, 2]. Тобто ці кути однакові для вхідного та вихідного

променя. У роботі [3] розглядалося трасування світлового променя у вертикальних призматичних шахтах з горизонтальними основами у вигляді довільних опуклих багатокутників, але особливість геометрії правильного шестикутника у ній не враховувалася.

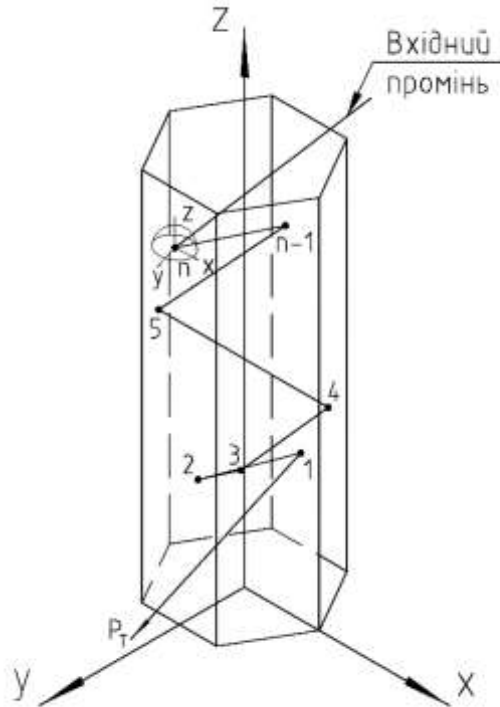


Рис. 1. Траєкторія світлового променя всередині призматичної світлової шахти: P_T – розрахункова точка; 1 – остання відбивальна точка

Формулювання цілей статті. У роботі поставлена мета – розробити алгоритм та відповідне програмне забезпечення визначення кількості відбиттів у вертикальній призматичній світловій шахті з горизонтальними верхньою та нижньою основами у вигляді правильного шестикутника.

Основна частина. Для визначення кількості відбиттів променя від поверхні призматичної шахти з горизонтальними верхньою та нижньою основами у вигляді правильного шестикутника використано спосіб випрямлення більярдної траєкторії, запропонований німецьким математиком Г.А. Шварцем [4]. Суть цього способу полягає у тому, що шахта і падаючий на її грань промінь дзеркально відображаються відносно відбиваючої грані. При цьому падаючий і відбитий промені утворюють одну пряму. Повторюючи таке відображення для кожної грані шахти, можна замостити простір навколо шахти призмами з вертикальними гранями і правильними шестикутниками в основі, а траєкторію променя випрямити.

Алгоритм визначення кількості відбивань і траєкторії променя складається з таких дій:

1. Задаємо розрахункову точку P_T і в області інтегрування останню відбиваючу точку (на рис.1 – точка 1).

2. Визначаємо рівняння випрямленого променя, який проходить через розрахункову точку P_T і першу відбиваючу точку.

3. Визначаємо координати точки перетину випрямленого променя з площиною верхньої основи шахти і обчислюємо довжину проекції відрізка, який утворює ця точка і перша відбиваюча точка на площині $z = 0$.

4. Перевіряємо паралельність випрямленого променя площинам всіх граней шахти. Грані паралельні відбитому променю надалі при визначенні наступної відбивальної грані шахти не розглядаються.

5. Серед залишених граней визначаємо грань, яка відображатиме промінь, і на ній – точку відображення. Для цього визначаємо координати точок, в яких відбитий промінь перетинає кожен з площин граней шестикутника, що залишилися (на рис. 2 показані точки перетину з площинами тільки трьох граней – ed , ab , cb). Обчислюємо довжини відрізків, які утворюють точки перетину з парами точок відповідної грані. Для точки k – це відрізки ak і kb , для точки t – відрізки tb і tc , для точки m – відрізки em , md . Якщо сума довжин пари цих відрізків дорівнює довжині грані, то це означає, що промінь перетинає грань в межах шахти. Таких граней буде дві – ed і ab . Відбираємо ту грань (на рис. 2 – ab), чия точка разом з розрахунковою точкою утворить довший вектор – його напрямок буде збігатися з напрямком випрямленого променя.

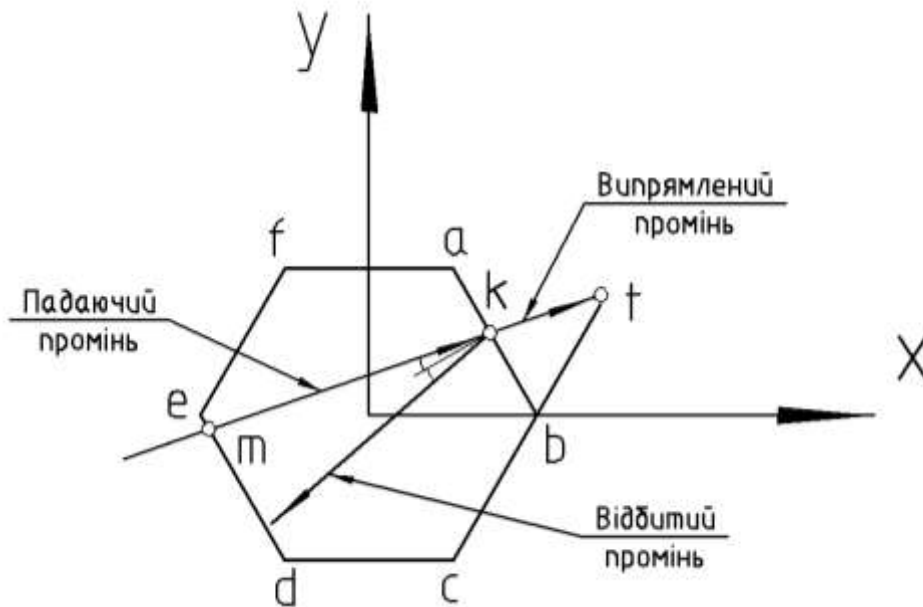


Рис. 2. До визначення відбивальної грані

6. Задаємо вісь, що збігається в плані з відібраною гранню і щодо неї дзеркально відображаємо шестикутник (рис. 3).

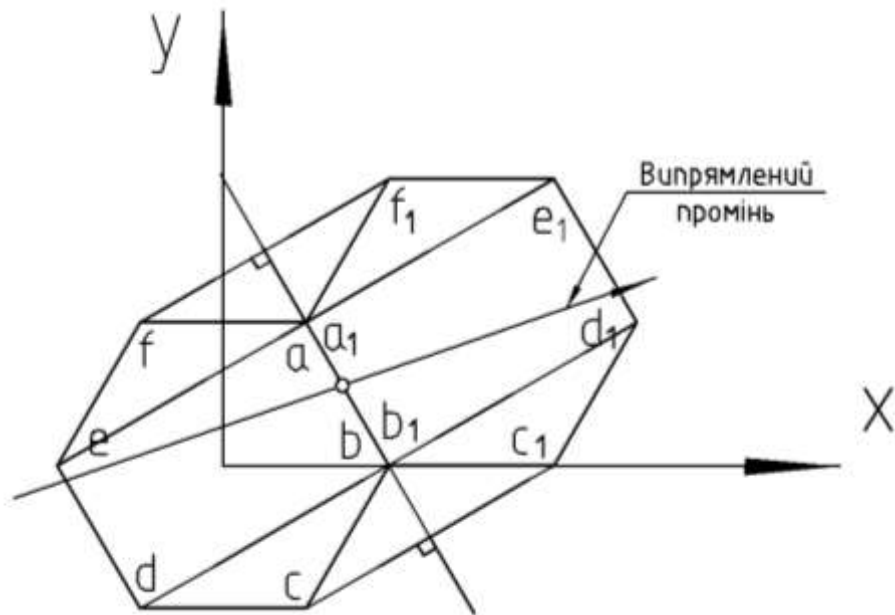


Рис. 3. Дзеркальне відображення основи шахти

7. Для відібраної грані і визначеної точки відбивання будуємо продовження випрямленого променя. Повторюємо пункти 4 і 6 алгоритму до тих пір, доки відбиваюча точка не опиниться вище верхньої основи шахти, тобто довжина випрямленого променя вийде більшою за довжину визначену у пункті 3 (рис. 4), або кількість відбивань не стане більшою за задану наперед максимальну кількість відбивань $n_{\max}$, за якої яскравість вихідного променя стане не суттєвою (фактично це – уникнення ситуації, коли кількість відбивань стає більшою за машинну нескінченність, при цьому вважається, що яскравість променя дорівнює нулю).

8. Якщо кількість відбивань n (на рис. 4 $n=8$) є меншою за максимальну кількість відбивань $n_{\max}$, то визначаємо координати вхідного променя. Вектор вхідного променя буде проходити через відбиваючу точку, яка опинилася вище верхньої основи шахти (на рис. 4 $n=9$), і відбиваючу точку під номером n .

Для демонстрації роботи алгоритму була задана призма у вигляді правильного шестикутника. Сторона основи шахти складала 2 м, а висота призми дорівнювала 3 м. Розрахункова точка знаходилася в площині нижньої основи, а через неї проходили вектори вихідного променя. Координати абсцис і ординат вектора залишалися сталими, а кут його нахилу до горизонтальної площини змінювали з кроком 5 градусів. На рис. 5-7 показані результати роботи алгоритму при кутах нахилу вихідного променя до горизонтальної площини 30° , 25° і 20° . На рис. 5 видно, що точка 3 знаходиться вище верхньої основи призми. Тому відбиттів променя було 2. Аналогічно на рис. 6 видно, що відбиттів було 3, а на рис. 7 відбиттів – 4. Слід зазначити, що довжини горизонтальних проєкцій відрізків P_{T1} , 12, 23 і так далі у всіх випадках були однаковими. Тому

можна зробити висновок, що при зменшенні кута нахилу вихідного променя до горизонтальної площини кількість відбиттів збільшується, а довжини відрізків горизонтальної проєкції випрямленого променя залишаються сталими в межах окремого шестикутника.

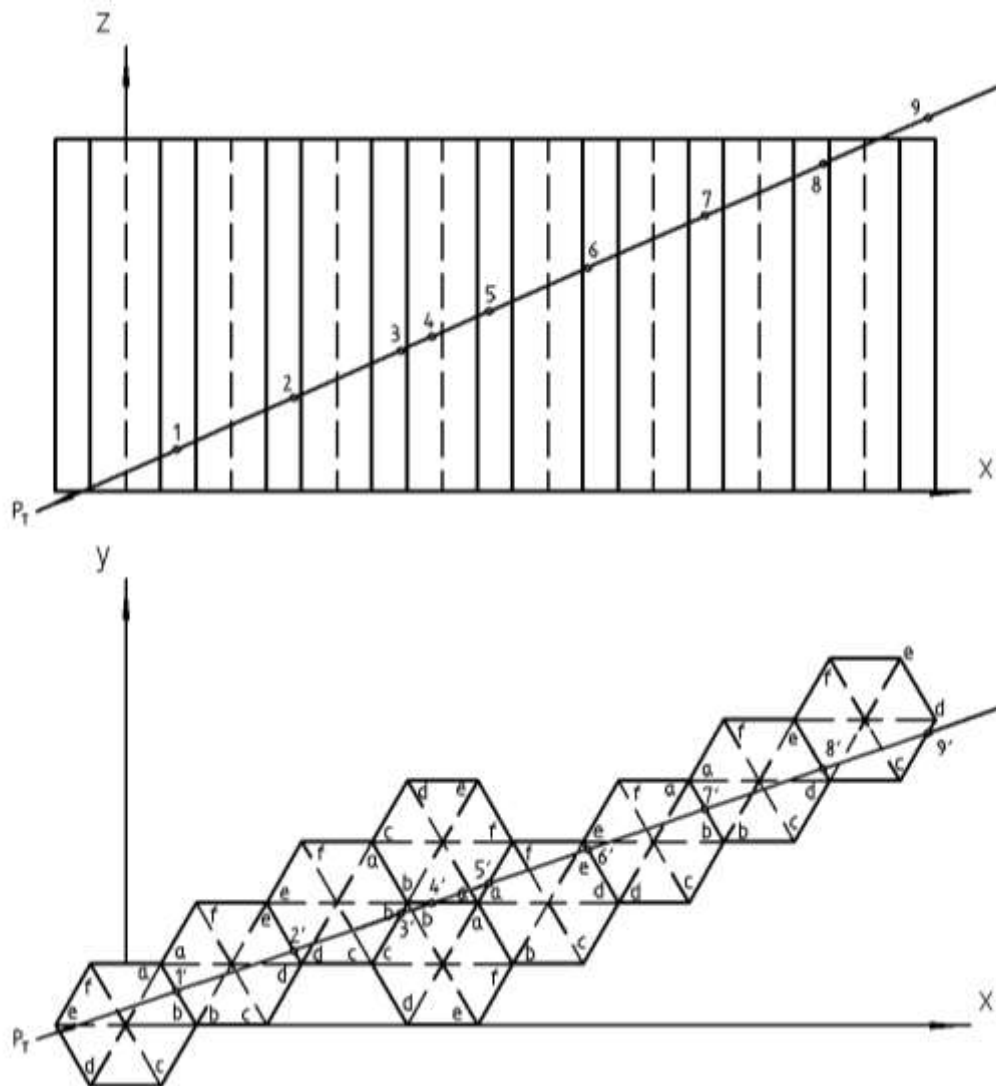


Рис. 4. До визначення кількості відбивань для шахти з основою у вигляді правильного шестикутника

Координати вхідного променя можна отримати, відбивши дзеркально світловий промінь від бічної площини призми, на якій знаходиться перша відбиваюча точка. Наприклад, на рис. 4 перша відбиваюча точка має номер 8.

Висновки. Розроблений алгоритм визначення кількості відбивань і траєкторії променя дозволяє обчислити яскравість вихідного променя для затверджених МКО (Міжнародною комісією з освітлення) сучасних моделей розподілу яскравості за небозводом [5, 6] і, відповідно, моделювати освітленість відбитим від поверхонь шахти світлом.

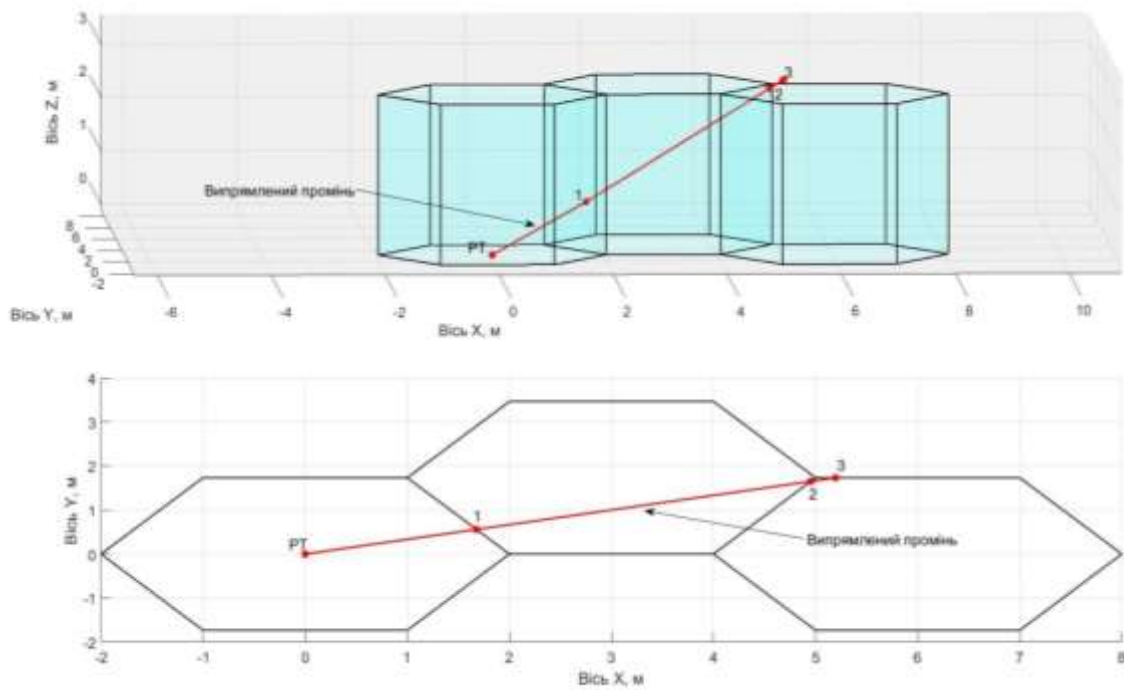


Рис. 5. Визначення кількості відбивань світлового променя (кут нахилу падаючого променя до горизонтальної площини становить 30°)

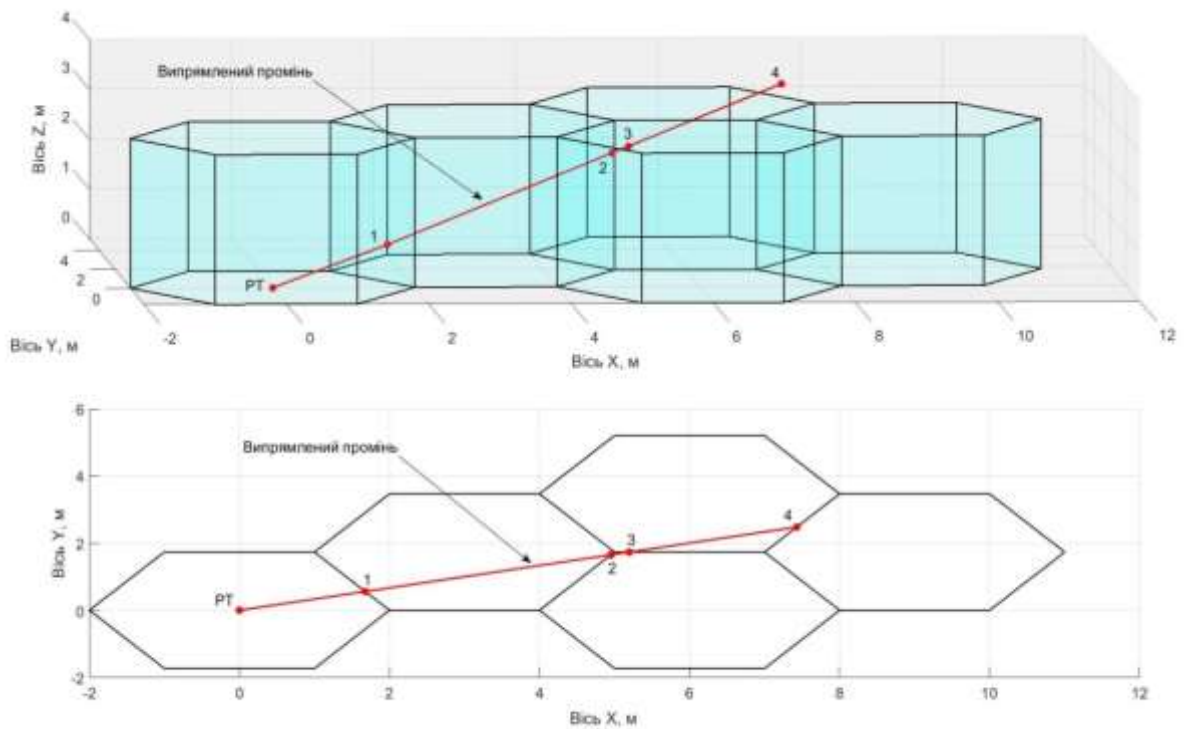


Рис. 6. Визначення кількості відбивань світлового променя (кут нахилу падаючого променя до горизонтальної площини становить 25°)

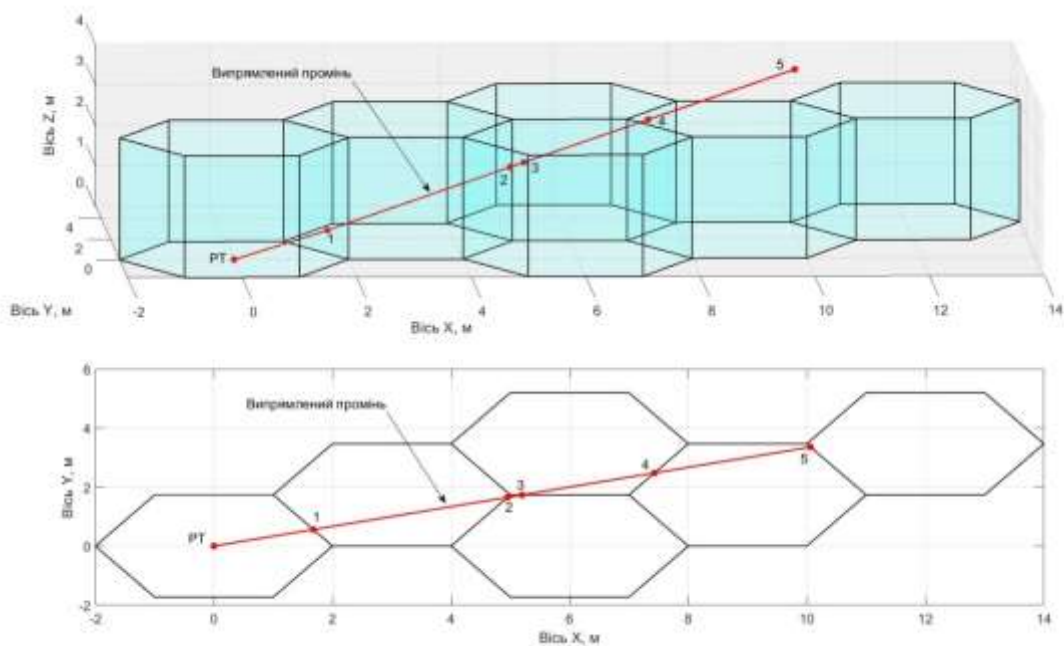


Рис. 7. Визначення кількості відбивань світлового променя (кут нахилу падаючого променя до горизонтальної площини становить 20°)

Література

1. Гарбарук Ю.В. Геометричне моделювання природної освітленості від дзеркально відбиваючих світових шахт [Текст]: дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01. Київ, 2016. 165 с.
2. Пугачов Є.В. Дискретне геометричне моделювання скалярних і векторних полів стосовно будівельної світлотехніки [Текст]: дис. ... докт. техн. наук: 05.01.01 Київ, 2001. 324 с.
3. Зданевич В.А., Кундрат Т.М., Літніцький С.І., Пугачов Є.В. Трасування світлового променя у вертикальних призматичних шахтах з горизонтальними основами. *Сучасні проблеми моделювання*: Мелітополь: МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2017. Вип. 9. С. 43-47.
4. Rozikov U. A. An Introduction to Mathematical Billiards. World Scientific Publishing Company, 2019. 224 p.
5. Розподіл яскравості денного світла просторовий. Стандартне хмарне та безхмарне небо згідно з CIE (ISO 15469:2004, IDT) : ДСТУ ISO 15469:2008. Київ: Держспоживстандарт України, 2013. 7 с.
6. Kittler R., Darula S. CIE general sky standard defining luminance distribution. *Proceedings of eSim Conference*. Montreal, Canada: 2002. P. 36-43.

THE NUMBER DETERMINATION OF A LIGHT BEAM REFLECTIONS INSIDE A LIGHT SHAFT IN THE FORM OF A REGULAR HEXAGONAL PRISM

Evgen Pugachev, Serhii Litnitskyi, Taras Kundra, Vasyl Zdanevych

In the article, an algorithm and corresponding software for determining the number of reflections in a vertical prismatic light shaft with horizontal upper and lower bases in the form of a regular hexagon are developed.

To determine the number of beam reflections from the surface of a prismatic shaft with horizontal upper and lower bases in the form of a regular hexagon, the method of straightening a billiard trajectory proposed by the German mathematician G.A. Schwartz was used. The essence of this method is that the shaft and the beam incident on its face are mirrored relative to the reflecting face. In this case, the incident and reflected beams form one straight line. By repeating this mapping for each face of the shaft, you can pave the space around the shaft with prisms with regular hexagons at the bases and straighten the beam trajectory.

To demonstrate the algorithm's operation, a prism in the form of a regular hexagon was given. The side of the base of the shaft was 2 m, and the height of the prism was 3 m. The calculated point was located in the plane of the lower base, through which the vectors of the output beam were set. The abscissa and ordinate coordinates of the vector remained constant, and the angle of its inclination to the horizontal plane was changed in steps of 5 degrees. The figures show the results of the algorithm at angles of inclination of the output beam to the horizontal plane of 30° , 25° , and 20° . At an angle of inclination of the incident beam to the horizontal plane of 30° , there were two reflections of the light beam, and at 25° and 20° , there were 3 and 4 reflections, respectively. Therefore, it was concluded that when the angle of inclination of the output beam to the horizontal plane decreases, the number of reflections increases, and the lengths of the segments of the horizontal projection of the straightened beam remain constant within a separate hexagon.

The coordinates of the incoming beam can be obtained by specularly reflecting the light beam from the side plane of the prism on which the first reflecting point is located.

The developed algorithm for determining the number of reflections and the trajectory of the beam allows you to calculate the brightness of the output beam for modern models of brightness distribution across the firmaments approved by the CIE (International Commission on Illumination) and, accordingly, to model the illumination by light reflected from the shaft surfaces.

Keywords: light shaft, light beam tracing, hexagonal prism, beam brightness.

References

1. Garbaruk, Yu. V. (2016). *Geometric modeling of daylighting from specularly reflecting light shafts*, NUWEE PhD thesis. [in Ukrainian]
2. Puhachov, Ye.V. (2001). *Discrete geometric modeling of scalar and vector fields in relation to building lighting*, KNUBA Doctor's thesis. [in Ukrainian]
3. Pugachev, Ye. V., Litnitskyi, S. I., Kundrat, T. M., Zdanevych, V. A. (2017) Light beam tracing in vertical prismatic shafts with horizontal bases. Cuchasni problemy modelyuvannya: zb. nauk. prats' MDPU im. B. Khmel'nyts'kkoho, 9, 43-47. [in Ukrainian]
4. Rozikov, U. A. (2019). *An Introduction to Mathematical Billiards*. World Scientific Publishing Company. [in English]
5. *The distribution of daylight luminance is spatial. Standard cloudy and cloudless sky according to CIE (ISO 15469:2004, IDT): DSTU ISO 15469:2008*. (2013). Kyiv: Derzhspozhyvstandart Ukrayiny. [in Ukrainian]
6. Kittler R., Darula S. (2002). CIE general sky standard defining luminance distribution. *Proceedings of eSim Conference*, 36-43. [in English]