

УДК 515.2

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РЕКОНСТРУКЦІЇ ДЕЯКИХ ОБ'ЄКТІВ ЗА ЇХ ТІНЬОВИМИ ПРОЄКЦІЯМИ

Сівак Є.М., канд. техн. наук,

lskolos@i.ua, ORCID: 0000-0002-5526-8544

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут» (м. Харків, Україна)

Семенова-Куліш В.В., канд. техн. наук,

semenova.vita.v@gmail.com, ORCID: 0000-0003-4807-0625

Українська державна академія залізничного транспорту, (м. Харків, Україна)

Інструментами побудови зображень та обробки графічної інформації є безліч засобів, якими сьогодні досконало оперує сучасний, досвідчений інженер, який повинен вміти знаходити нові розв'язання технічних задач на основі поєднання вихідництва, математики, оновлених методик, прикладних наукових знань та професійно підходити до нових впроваджень.

У курсі нарисної геометрії прямою задачею є вивчення методів побудови зображень. При цьому можна отримати розв'язок незалежно від завдання проєкціювання і виду об'єкта, що відображається. Зворотньою задачею можна вважати задачу розпізнавання зображених образів, знаходження їх позиційних і метричних характеристик. Саме така задача є задачею, яку не завжди можна розв'язати. Відновлення інформації про геометричний об'єкт є важливою необхідністю.

Актуальність теми визначається необхідністю дослідження у знаходженні та виявленні загальних методик, які часто виникають при застосуванні різних аспектів реконструкції геометричних об'єктів за їх тіньовими проєкціями.

У роботі дано означення поняттю «еліпсоїд», як спільного об'єкта досліджень. Зазначено, що в деяких впровадженнях виникає задача реконструкції «еліпсоїда» за його ортогональними тіньовими проєкціями, які застосовуються, наприклад, у ядерній технології для визначення енергетичних параметрів мікротвелів, при стереологічному контролі для визначення параметрів доменів-включень. При цьому передбачається, що поверхню гранули або домену з достатньою точністю можна апроксимувати «еліпсоїдом».

Існує безліч задач з різних розділів науки і техніки, у розв'язанні яких можна застосувати метод реконструкції геометричних об'єктів за їх достатньо інформативними тіньовими проєкціями, наприклад, при аерофотозніманні, як засіб компенсації недоліків зображень, у рентгенографії як засіб поліпшення рентгеновських знімків, в галузі

діагностики плазми й особливо в експериментах по керованому термоядерному синтезі.

Ключові слова: геометричний об'єкт; тіньова проєкція; еліпсоїд; реконструкція; стереологія; гранула; домен.

Постановка проблеми. Процес розпізнавання зображених образів, знаходження їх позиційних і метричних характеристик є процесом, який не завжди може мати фінальний розв'язок. Існують геометричні задачі, що виникають при реконструкції об'єктів за їх тіньовими проєкціями.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Інформацією про просторову структуру форми геометричного об'єкту, методи відновлення, реконструкцію займається наука стереологія.

Характеристики просторової структури, наприклад, металу або сплаву можна визначити двома принципово різними шляхами. Один з них полягає у побудові просторової моделі, що є точною копією структури і наступному кількісному визначенні властивостей цієї моделі [1], [2] має назву безпосередня реконструкція. Метод визначення характеристик структури за допомогою вимірів на площині спостереження має назву статистична реконструкція. Для його здійснення необхідні виміри на площині спостереження [1], [2]. За допомогою формул, виведених на підставі законів геометричної ймовірності і диференціальної геометрії [3], результати цих вимірів перетворюються у кількісні характеристики структури.

Дослідження вказують, що властивість речовини залежить від наявності в структурі певних домішок, тобто доменів, що мають, як правило, вид гранул. На якість речовини впливають як розміри так і геометрична форма цих гранул. Контроль якості речовини здійснюється методом стереології [2], що полягає в просвічуванні речовини промінями та одержанні на приймачі детекторі тіньових проєкцій кожної із гранул.

Застосування саме тіньових проєкцій у ядерних технологіях, питання виготовлення і контролю якості мікротвелів і твелів, а також керування багатьма відповідними технологічними процесами достатньо освічені інформаційними виданнями [4], [5].

Формулювання цілей статті. Метою статті є дослідження узагальнення вирішення ряду задач, пов'язаних із методами реконструкції об'єктів за їх тіньовими проєкціями.

Основна частина. Оперувати досконало знаннями з побудови будь-яких графічних зображень є показником рівня досвідченості кожного інженера, здатного працювати із сучасними комп'ютерними засобами, володіти оновленими методиками, математичними аспектами, професійно підходити до нових впроваджень.

Вивчення методів побудови зображень є прямою задачею нарисної

геометрії. Цю задачу можна розв'язати незалежно від завдання проєкціювання та виду образу, фігури, об'єкту, що відображаються. Зворотня задача полягає у відновленні за існуючими зображеннями геометричних об'єктів [1]. Така задача не завжди є задачею, яку можна розв'язати.

Наприклад, знання просторової будови металів і сплавів не викликає сумнівів, тому очевидна залежність властивостей металевих матеріалів від їх просторової структури. Стереологія є наукою про просторову структуру форми геометричного об'єкта і способи її реконструкції [2]. Можна приділити увагу достатньо важливій задачі – стереологічний контроль якості речовини. Комп'ютерна стереологія має на меті створення певних алгоритмів для визначення форми і розмірів доменів включно, які трапляються у речовині. Домішки – домени у речовині мають вид гранул, розміри і геометрична форма яких впливають на ступінь якості речовини. Процес контролю самої якості речовини проводиться методами стереології, тобто просвічуванням речовини на базі відповідних методик та одержанні на детекторі тіньових проєкцій гранул.

При класичному способі безпосередньої реконструкції, аналізуючи ряд тіньових проєкцій при різноманітному положенні конкретної гранули, виникають висновки про її геометричні й інтегральні характеристики. При реконструкції розмірів і форми гранул у металознавстві звичайно приймають деякі спрощення. За тіло, що описує форму опуклих часток, що не мають чіткого огранювання, часто використовують еліпсоїд у різних його модифікаціях [6]. При цьому тіньовими проєкціями еліпсоїда будуть еліпси (три фотоприймачі – детектори розташовані взаємно ортогонально). Після цього встає задача про відновлення параметрів гранули-еліпсоїда за його проєкціями (рис.1).

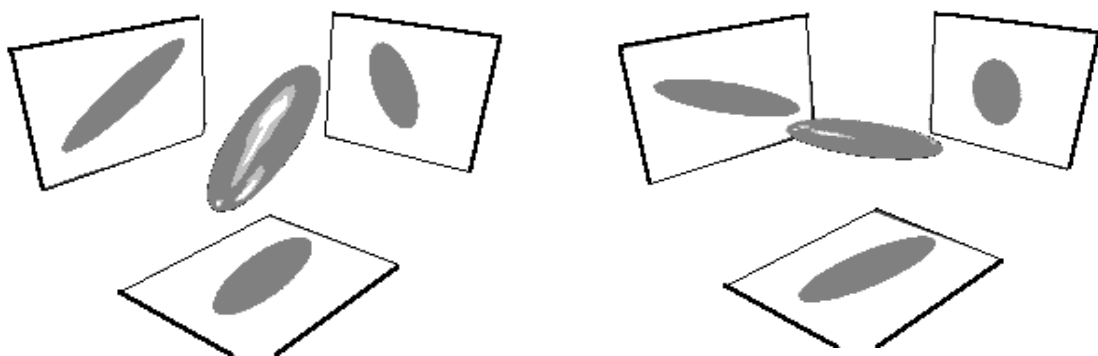


Рис.1. Зображення еліпсоїда та його ортогональних проєкцій на три координатні площини

Однак, при відновленні гранули за її тіньовими проєкціями, одержуємо деяке геометричне тіло – ортогональний апроксимант, але не

еліпсоїд (рис. 2). Тому виникає задача про відновлення саме ортогонального апроксиманта за його тінювими проєкціями.

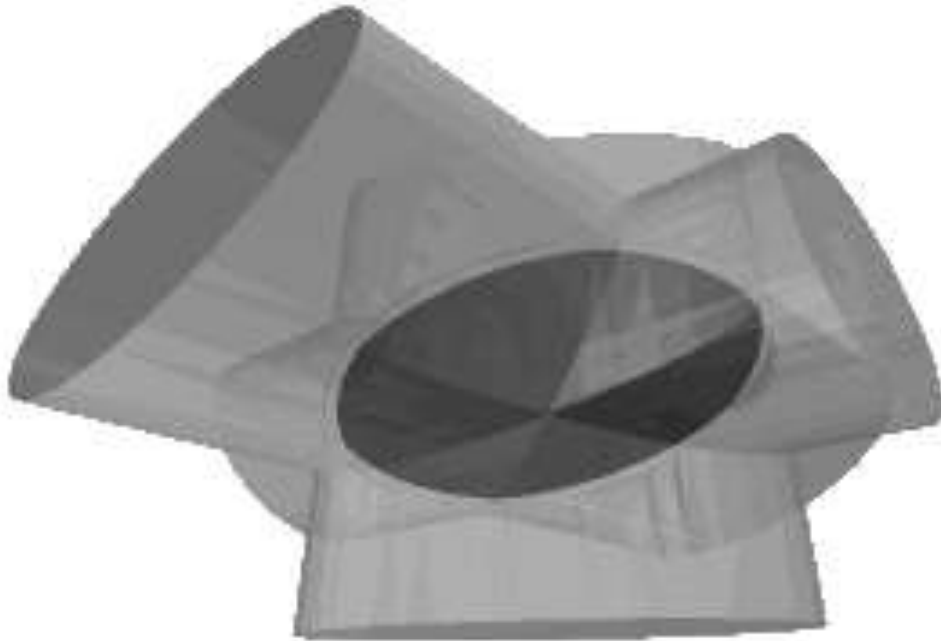


Рис. 2. Відновлення ортогонального апроксиманта за його проєкціями

Завдяки досягненням у створенні уран-графітових твелів, що забезпечують утримання продуктів ділення при температурі $1200 - 1400\text{ C}^0$ стало можливим проєктування високотемпературних газоохолоджених реакторів для комбінованого одержання високотемпературного технологічного тепла й електроенергії [4]. При виборі конструкції твелів необхідно керуватися параметрами мінімальної температури палива, технологічності й мінімальної вартості виготовлення твелів. Кульові твелі, також твелі еліпсоїдоподібної форми найбільш задовольняють експлуатаційним вимогам енерготехнологічного високотемпературного технологічного реактора [5].

Методика контролю, що не руйнує речовину, геометричних розмірів і форми цих гранул – мікротвелів заснована на просвічуванні палива променями [4]. У результаті чого на детекторі одержують тінюву проєкцію кожної з гранул. Змінюючи напрямок просвітчастих променів і орієнтацію детектора, одержується набір тінювих проєкцій (на практиці цей набір складається не менше, ніж із трьох проєкцій). При традиційному способі реконструкції розмірів і форми гранул у ядерній технології поверхню гранули з достатньою точністю можна апроксимувати еліпсоїдом загального вигляду. Але на практиці в результаті відновлення одержується новий «апроксимуючий» об'єкт – ортогональний апроксимант. Виникає задача про необхідність визначення його об'єму та

площі його поверхні.

Метод неруйнівного пошарового дослідження внутрішньої побудови об'єкта має назву комп'ютерна томографія. Метод заснований на певних алгоритмах [7] та комп'ютерній обробці різниці ослаблення рентгенівського випромінювання різними за щільністю тканинами. Комп'ютерна томографія є методом дослідження внутрішніх органів людини за допомогою саме тінювих проєкцій з використанням рентгенівського випромінювання.

У різних галузях можна пов'язати відновлення інформації геометричного об'єкта за його достатньо інформативними проєкціями – тінювими. Відновлення зображень набуває велике значення. Наприклад, при аерофотозніманні як засіб компенсації недоліків зображення, у рентгенографії як засіб якісного поліпшення рентгеновських знімків, в галузі діагностики плазми й особливо в експериментах по керованому термоядерному синтезі.

Висновки. Спільні риси, які притаманні деяким задачам з різних розділів науки і техніки можуть привести до спільного шляху їх розв'язання. Це дозволяє застосовувати різні аспекти методу реконструкції геометричних об'єктів за їх тінювими проєкціями. Саме ортогональний апроксимант виступає спільним об'єктом досліджень геометричних задач, в яких він виступає як математична модель в процесі реконструкції об'єкта за його проєкціями. Якщо вважати, що домен включення або гранула твелів при відтворенні на основі його тінювих проєкцій буде мати форму ортогонального апроксиманта еліпсоїда зі заздалегідь відомими інтегральними характеристиками, це дозволить утриматися від похибок в розрахунках.

Література

1. Natterer, F., & Wubbeling, F. (2001). *Mathematical Methods in Image Reconstruction*. Philadelphia, PA: SIAM. 216p. DOI: 10.1137/1.9780898718324.
2. Попович В.В., Попович В.В. *Технологія конструкційних матеріалів і матеріалознавство*. Львів: Світ, 2006. 624с.
3. Семенова-Куліш В.В., Сівак Є.М. Математичні та геометричні моделі у вигляді фазових портретів диференціальних рівнянь. *Прикладна геометрія та інженерна графіка: науковий збірник*. Київ, 2012. Вип. 89. С.316–322.
4. Булавін Л.А., Тартаковський В.К. *Ядерна фізика*. Київ: Знання, 2005. 439с.
5. Ахієзер О.І., Бережной Ю.А. *Теорія ядерних реакцій*. Харків: Основа, 2001. 256с.

6. Семенова-Куліш В.В. Обчислення об'єму ортогонального апроксиманта еліпсоїда. *Прикладна геометрія та інженерна графіка: науковий збірник*. Київ, 1999. Вип. 65. С.201–204.
7. Natterer, F. *The Mathematics of Computerized Tomography*. Philadelphia, PA: SIAM, 2001. 240p.

GEOMETRIC MODELING OF THE RECONSTRUCTION OF SOME OBJECTS BASED ON THEIR SHADOW PROJECTIONS

Elizaveta Sivak, Viktoria Semenova-Kulish

There are many tools for constructing images and processing graphic information, which today are perfectly operated by a modern experienced engineer, who must be able to find new solutions to technical problems based on a combination of originality, mathematics, updated methods, applied scientific knowledge and professionally approach new implementations.

In the course of descriptive geometry, the direct problem is the study of methods for constructing images. In this case, a solution can be obtained regardless of the projection task and the type of object being displayed. The inverse problem can be considered the problem of recognizing the depicted images, finding their positional and metric characteristics. It is precisely such a problem that cannot always be solved. Restoring information about a geometric object is an important necessity.

The relevance of the topic is determined by the need for research in finding and indentifying general tecniques that often arise when applying various aspects of the reconstruction of geometric objects from their shadow proections.

The work defines the concept of «ellipsoid» as a common object of research. It is noted that in some implementations the problem of reconstructing an «ellipsoid» from its orthogonal shadow projections arises, which are used, for example, in nuclear technology to determine the energy parameters of microfuels, with stereological control to determine the parameters of inclusion domains. In this case, it is assumed that the surface of a granule or domain can be approximated with sufficient accuracy by an «ellipsoid».

There are many problems from various branches of science and technology, in the solution of which it is possible to apply the method of reconstructing geometring objects from their sufficiently informative shadow projections, for example, in aerial photography as a means of qualitatively

improving X-ray images, in the field of plasma diagnostics, and especially in experiments on controlled thermonuclear fusion.

Key words: geometric object; shadow projection; ellipsoid; reconstruction; stereology; granule; domain.

References

1. Natterer, F., & Wubbeling, F. (2001). *Mathematical Methods in Image Reconstruction*. Philadelphia, PA: SIAM. DOI: 10.1137/1.9780898718324. [in English]
2. Popovich, V.V., & Popovich, V.V. (2006). *Technology of structural materials and materials science*. Lviv: World [in Ukrainian]
3. Semenova-Kulish, V.V., Sivak, E.M. (2012). Mathematical and geometric models in the form of phase portraits of differential equations. *Applied geometry and engineering graphics*, 89, 316–322 [in Ukrainian]
4. Bulavin, L.A., & Tartakovsky, V.K. (2005). *Nuclear physics*. Kyiv: Knowledge [in Ukrainian]
5. Akhiezer O.I., & Berezhnoy Yu. A. *Theory of nuclear reactions*. Kharkiv: Basis [in Ukrainian]
6. Semenova-Kulish, V.V. (1999). Calculating the volume of an orthogonal approximant of an ellipsoid. *Applied geometry and engineering graphics*, 65, 201–204 [in Ukrainian]
7. Natterer, F. (2001). *The Mathematics of Computerized Tomography*. Philadelphia, PA: SIAM. [in English]