

УДК 514.18

СПРОЩЕНЕ ОБЧИСЛЕННЯ ЗНАЧЕНЬ ТРАДИЦІЙНИХ ПЕРШИХ ПОХІДНИХ СЕГМЕНТІВ ТОЧКОВИХ ПОЛІНОМІВ У ЇХНІХ ПОЧАТКОВИХ ТОЧКАХ

Лисенко К.Ю., PhD in Technical Sciences,
lyksyushka24@gmail.com, ORCID: 0000-0003-3047-6352

Верещага І.В.,
ivereshchaha@gmail.com

Кривенко О.В., аспірант*,
krivenko321@gmail.com

Гончар Т.О.,
taniki.gonchar@gmail.com

*Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана
Хмельницького (м. Запоріжжя, Україна)*

Мелітопольська школа прикладної геометрії імені Володимира Найдюши

У задачах геометричного моделювання плоских кривих важливою є можливість ефективного обчислення похідних, зокрема – першої похідної у початковій точці сегменту. Це зумовлює потребу у створенні формул для обчислення традиційної (Ньютона–Лейбніца) першої похідної A_1 сегменту плоского точкового поліному за значення параметру $t_1 = 0$. У розгорнутому вигляді подано точкові поліноми другого, третього, четвертого та п'ятого степенів, а також відповідні до них вирази для обчислення похідної у початковій точці. Наприклад, для полінома другого степеня похідна обчислюється як подвоєна різниця між другою і першою точками, для третього – через комбінацію векторів, що враховує усі три точки тощо. З підвищенням степеня полінома складність аналітичного виразу значно зростає, що ускладнює виведення загальної формули для довільного n . Підкреслюється, що наявність розроблених авторами формул знаходження значень традиційних перших похідних зменшує ресурсовитратність знаходження центрів проєктування під час обчислення значень дифпроєкцій для утворення смуги дифпроєкцій.

Враховуючи ці труднощі, створення попередньо визначених аналітичних виразів для обчислення похідних стає практично необхідним для забезпечення швидкості й точності обчислень. У контексті побудови смуги дифпроєкцій така оптимізація особливо важлива, оскільки саме в цих ділянках здійснюється визначення напрямків та центрів проєктування, що потребує численних похідних. Отримані традиційні похідні використовуються як вхідні величини для подальшого конструювання композиційних похідних.

* Науковий керівник – д-р техн. наук, професор Верещага В.М.

Композиційні похідні мають ряд переваг, головна з яких – побудова на основі інваріантів паралельного проєктування. Це забезпечує сталість характеристик геометричних об'єктів незалежно від їхнього розташування у просторі, що особливо цінно при трансформаціях і уніфікованому аналізі моделей. У результаті, застосування композиційних похідних не тільки підвищує точність, а й знижує ресурсоемність створення відповідних програмних продуктів.

Ключові слова: точковий поліном, композиційна похідна, традиційна похідна, традиційна похідна, смуга дифпроєкцій, формули значень похідної у початковій точці.

Постановка проблеми. Під час утворення смуги дифпроєкцій необхідно обирати центр проєктування для обчислення значень дифпроєкцій у базисних точках. Якщо центр проєктування обирати довільним чином, то за формою графік супровідної ламаної лінії буде подібним до графіка традиційної (Ньютона-Лейбніца) першої похідної, однак їх значення відрізнятимуться одне від одного на якусь константу. Щоб уникнути цього, необхідно здійснити кореляцію значень традиційної похідної і смуги дифпроєкцій. Така кореляція здійснюється, коли є будь-яке значення традиційної похідної у одній із базисних точок. На наш погляд, найпростіше обчислити значення традиційної першої похідної у початковій базисній точці вихідного сегменту точкового поліному. Ще більше спрощення обчислень досягається шляхом створення формул для точкових поліномів різних степенів, що виглядає певною актуальною проблемою, яка розв'язується у цій статті.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Композиційна геометрія розробляється і досліджується у Мелітопольській школі прикладної геометрії імені Володимира Найдиша. Розпочиналися дослідження проф. Верещагою В.М. та його учнями у роботах [1-7]. Наразі, із застосуванням смуги дифпроєкцій [8] розробляються і досліджуються методи композиційного диференціювання. Обґрунтування необхідності розробки методів утворення композиційних похідних було надано у роботі [9]. Перші дослідження щодо утворення композиційних похідних надано у роботах [10, 11, 12]. Запропонована стаття є подальшим кроком у розробці теорії композиційних похідних для точкових поліномів. Головною особливістю композиційних похідних є те, що кожна із складових його функціонального базису являє собою просте відношення трьох точок, тобто є інваріантом паралельного проєктування.

Формулювання цілей статті. Створити формули знаходження значень традиційних перших похідних у початковій точці сегментів точкових поліномів другого, третього, четвертого, п'ятого степенів.

Основна частина. 1. Нехай плоска крива лінія визначається трьома точками A_1 , A_2 , A_3 . Тоді точковий поліном, який їх інтерполює, матиме вигляд:

$$M(t) = A_1 \frac{(t_2-t)(t_3-t)}{(t_2-t_1)(t_3-t_1)} + A_2 \frac{(t_1-t)(t_3-t)}{(t_1-t_2)(t_3-t_2)} + \\ + A_3 \frac{(t_1-t)(t_2-t)}{(t_1-t_3)(t_2-t_3)}. \quad (1)$$

Або у загальній формі: $M(t) = A_1 \cdot p_1(t) + A_2 \cdot p_2(t) + A_3 \cdot p_3(t)$.

У цьому випадку традиційна похідна точкового поліному (1) у початковій точці A_1 зі значенням параметру $t_1 = 0$ матиме вигляд:

$$M'(t_1) = A_1 \frac{-t_2-t_3}{t_2 t_3} + A_2 \frac{-t_3}{t_2^2 - t_2 t_3} + A_3 \frac{-t_2}{t_3^2 - t_2 t_3}. \quad (2)$$

2. Нехай плоска дискретна крива лінія визначається чотирма точками A_i ; $i = \overline{1,4}$. Тоді точковий поліном, який інтерполює ці точки, матиме вигляд:

$$M(t) = A_1 \frac{(t_2-t)(t_3-t)(t_4-t)}{(t_2-t_1)(t_3-t_1)(t_4-t_1)} + A_2 \frac{(t_1-t)(t_3-t)(t_4-t)}{(t_1-t_2)(t_3-t_2)(t_4-t_2)} + \\ + A_3 \frac{(t_1-t)(t_2-t)(t_4-t)}{(t_1-t_3)(t_2-t_3)(t_4-t_3)} + A_4 \frac{(t_1-t)(t_2-t)(t_3-t)}{(t_1-t_4)(t_2-t_4)(t_3-t_4)}. \quad (3)$$

Або у загальній формі: $M(t) = A_1 \cdot p_1(t) + A_2 \cdot p_2(t) + A_3 \cdot p_3(t) + A_4 \cdot p_4(t)$.

Тоді традиційна перша похідна точкового поліному (3) у початковій точці A_1 сегменту кривої цього поліному, за значення параметру $t_1 = 0$ матиме вигляд:

$$M'(t_1) = A_1 \frac{-t_2 t_3 - t_2 t_4 - t_3 t_4}{t_2 t_3 t_4} + A_2 \frac{-t_3 t_4}{-t_2^3 + t_2^2(t_3 + t_4) - t_2 t_3 t_4} + \\ + A_3 \frac{-t_2 t_4}{-t_3^3 + t_3^2(t_2 + t_4) - t_2 t_3 t_4} + A_4 \frac{-t_2 t_3}{-t_4^3 + t_4^2(t_2 + t_3) - t_2 t_3 t_4}. \quad (4)$$

Обчислення цього виразу надасть значення традиційної першої похідної у початковій точці A_1 .

3. Нехай плоска дискретна крива лінія визначається п'ятьма базисними точками A_i ; $i = \overline{1,5}$. Тоді точковий поліном, який їх інтерполює, матиме, у розгорнутому записі, наступний вигляд:

$$M(t) = A_1 \frac{(t_2-t)(t_3-t)(t_4-t)(t_5-t)}{(t_2-t_1)(t_3-t_1)(t_4-t_1)(t_5-t_1)} + \\ + A_2 \frac{(t_1-t)(t_3-t)(t_4-t)(t_5-t)}{(t_1-t_2)(t_3-t_2)(t_4-t_2)(t_5-t_2)} + \\ + A_3 \frac{(t_1-t)(t_2-t)(t_4-t)(t_5-t)}{(t_1-t_3)(t_2-t_3)(t_4-t_3)(t_5-t_3)} + \\ + A_4 \frac{(t_1-t)(t_2-t)(t_3-t)(t_5-t)}{(t_1-t_4)(t_2-t_4)(t_3-t_4)(t_5-t_4)} + \\ + A_5 \frac{(t_1-t)(t_2-t)(t_3-t)(t_4-t)}{(t_1-t_5)(t_2-t_5)(t_3-t_5)(t_4-t_5)}. \quad (5)$$

Або у загальному вигляді: $M(t) = A_1 \cdot p_1(t) + A_2 \cdot p_2(t) + A_3 \cdot p_3(t) + A_4 \cdot p_4(t) + A_5 \cdot p_5(t)$.

Тоді традиційна перша похідна точкового поліному (5) у початковій точці A_1 , за значення параметру $t_1 = 0$, обчислюватиметься із виразу:

$$\begin{aligned} M'(t_1) = & A_1 \frac{-t_2 t_3 t_4 - t_2 t_3 t_5 - t_2 t_4 t_5 - t_3 t_4 t_5}{t_2 t_3 t_4 t_5 - t_3 t_4 t_5} + \\ & + A_2 \frac{t_2^4 + t_2^3(t_3 + t_4 + t_5) + t_2^2(t_3 t_4 + t_3 t_5 + t_4 t_5) - t_2 t_3 t_4 t_5 - t_2 t_4 t_5}{t_2^4 + t_2^3(t_3 + t_4 + t_5) + t_2^2(t_3 t_4 + t_3 t_5 + t_4 t_5) - t_2 t_3 t_4 t_5 - t_2 t_4 t_5} + \\ & + A_3 \frac{t_3^4 + t_3^3(t_2 + t_4 + t_5) + t_3^2(t_2 t_4 + t_2 t_5 + t_4 t_5) - t_2 t_3 t_4 t_5 - t_2 t_3 t_5}{t_3^4 + t_3^3(t_2 + t_4 + t_5) + t_3^2(t_2 t_4 + t_2 t_5 + t_4 t_5) - t_2 t_3 t_4 t_5 - t_2 t_3 t_5} + \\ & + A_4 \frac{t_4^4 + t_4^3(t_2 + t_3 + t_5) + t_4^2(t_2 t_3 + t_2 t_5 + t_3 t_5) - t_2 t_3 t_4 t_5 - t_2 t_3 t_4}{t_4^4 + t_4^3(t_2 + t_3 + t_5) + t_4^2(t_2 t_3 + t_2 t_5 + t_3 t_5) - t_2 t_3 t_4 t_5 - t_2 t_3 t_4} + \\ & + A_5 \frac{t_5^4 + t_5^3(t_2 + t_3 + t_4) + t_5^2(t_2 t_3 + t_2 t_4 + t_3 t_4) - t_2 t_3 t_4 t_5}{t_5^4 + t_5^3(t_2 + t_3 + t_4) + t_5^2(t_2 t_3 + t_2 t_4 + t_3 t_4) - t_2 t_3 t_4 t_5}. \end{aligned} \quad (6)$$

Обчислення виразу (6) надасть значення традиційної першої похідної у початковій точці A_1 .

4. Нехай плоска дискретна крива лінія визначається шістьма базисними точками A_i ; $i = \overline{1,6}$. Тоді точковий поліном, який їх інтерполюватиме, матиме, у розгорнутому вигляді, наступний запис:

$$\begin{aligned} M(t) = & A_1 \frac{(t_2 - t)(t_3 - t)(t_4 - t)(t_5 - t)(t_6 - t)}{(t_2 - t_1)(t_3 - t_1)(t_4 - t_1)(t_5 - t_1)(t_6 - t_1)} + \\ & + A_2 \frac{(t_1 - t)(t_3 - t)(t_4 - t)(t_5 - t)(t_6 - t)}{(t_1 - t_2)(t_3 - t_2)(t_4 - t_2)(t_5 - t_2)(t_6 - t_2)} + \\ & + A_3 \frac{(t_1 - t)(t_2 - t)(t_4 - t)(t_5 - t)(t_6 - t)}{(t_1 - t_3)(t_2 - t_3)(t_4 - t_3)(t_5 - t_3)(t_6 - t_3)} + \\ & + A_4 \frac{(t_1 - t)(t_2 - t)(t_3 - t)(t_5 - t)(t_6 - t)}{(t_1 - t_4)(t_2 - t_4)(t_3 - t_4)(t_5 - t_4)(t_6 - t_4)} + \\ & + A_5 \frac{(t_1 - t)(t_2 - t)(t_3 - t)(t_4 - t)(t_6 - t)}{(t_1 - t_5)(t_2 - t_5)(t_3 - t_5)(t_4 - t_5)(t_6 - t_5)} + \\ & + A_6 \frac{(t_1 - t)(t_2 - t)(t_3 - t)(t_4 - t)(t_5 - t)}{(t_1 - t_6)(t_2 - t_6)(t_3 - t_6)(t_4 - t_6)(t_5 - t_6)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Або у загальному вигляді:

$$M(t) = \sum_{i=1}^{n=6} A_i \cdot p_i(t).$$

Тоді традиційна перша похідна точкового поліному (7) у початковій точці A_1 , за значення параметру $t_1 = 0$, обчислюватиметься із виразу:

$$\begin{aligned}
M'(t) = & A_1 \frac{-t_2 t_3 t_4 t_5 - t_2 t_3 t_4 t_6 - t_2 t_3 t_5 t_6 - t_2 t_4 t_5 t_6 - t_3 t_4 t_5 t_6}{t_2 t_3 t_4 t_5 t_6 - t_3 t_4 t_5 t_6} + \\
& + A_2 \frac{-t_2^5 + t_2^4(t_3 + t_4 + t_5 + t_6) + t_2^3(t_3 t_4 + t_3 t_5 + t_3 t_6 + t_4 t_5 + t_4 t_6 + t_5 t_6) + t_2^2(t_3 t_4 t_5 + t_3 t_4 t_6 + t_3 t_5 t_6 + t_4 t_5 t_6) - t_2 t_3 t_4 t_5 t_6}{-t_2 t_3 t_4 t_5 t_6} \\
& + A_3 \frac{-t_3^5 + t_3^4(t_2 + t_4 + t_5 + t_6) + t_3^3(t_2 t_4 + t_2 t_5 + t_2 t_6 + t_4 t_5 + t_4 t_6 + t_5 t_6) + t_3^2(t_2 t_4 t_5 + t_2 t_4 t_6 + t_2 t_5 t_6 + t_4 t_5 t_6) - t_2 t_3 t_5 t_6}{-t_2 t_3 t_5 t_6} \\
& + A_4 \frac{-t_4^5 + t_4^4(t_2 + t_3 + t_5 + t_6) + t_4^3(t_2 t_3 + t_2 t_5 + t_2 t_6 + t_3 t_5 + t_3 t_6 + t_5 t_6) + t_4^2(t_2 t_3 t_5 + t_2 t_3 t_6 + t_2 t_5 t_6 + t_3 t_5 t_6) - t_2 t_3 t_4 t_6}{-t_2 t_3 t_4 t_6} \\
& + A_5 \frac{-t_5^5 + t_5^4(t_2 + t_3 + t_4 + t_6) + t_5^3(t_2 t_3 + t_2 t_4 + t_2 t_6 + t_3 t_4 + t_3 t_6 + t_4 t_6) + t_5^2(t_2 t_3 t_4 + t_2 t_3 t_6 + t_2 t_4 t_6 + t_3 t_4 t_6) - t_2 t_3 t_4 t_5}{-t_2 t_3 t_4 t_5} \\
& + A_6 \frac{-t_6^5 + t_6^4(t_2 + t_3 + t_4 + t_5) + t_6^3(t_2 t_3 + t_2 t_4 + t_2 t_5 + t_3 t_4 + t_3 t_5 + t_4 t_5) + t_6^2(t_2 t_3 t_4 + t_2 t_3 t_5 + t_2 t_4 t_5 + t_3 t_4 t_5) - t_2 t_3 t_4 t_5}{-t_2 t_3 t_4 t_5}
\end{aligned}$$

(8)

Як бачимо (2), (4), (6), (8) традиційні перші похідні у початковій базисній точці A_1 для точкових поліномів з різною кількістю вихідних базисних точок, потребують обчислень за різними виразами. І нам наразі не вдалося утворити узагальнений вигляд наведених виразів. Однак, хоча ці вирази є громіздкими, їх утворення для будь-якого степеня точкового поліному не є складним і є необхідним для кореляції центру утворення дифпроекцій супровідної ламаної лінії дискретної кривої та першої похідної точкового полінома, який інтерполює базисні точки цієї кривої.

Висновки. Для точкових поліномів 2-го, 3-го, 4-го та 5-го степенів утворено формули для обчислення значень традиційної (Ньютона-Лейбніца) першої похідної у початковій точці A_1 сегменту плоскої кривої лінії, значення параметру у якій дорівнює нулю – $t_1 = 0$. Наявність таких формул спрощує, в сенсі ресурсовитрат, пошук центру утворення дифпроекцій супровідної ламаної лінії дискретної кривої, який використовується для утворення композиційної першої похідної для точкового поліному. Використання композиційної першої похідної замість традиційної обґрунтовується тим, що кожна складова функціонального базису композиційної похідної лишається інваріантом паралельного проектування як і у самого точкового поліному. А це зменшує ресурсовитратність програмних реалізацій і робить методи аналізу композиційних геометричних об'єктів набагато простішими.

Література

1. Адоньєв Є.О. Композиційний метод геометричного моделювання багатofакторних систем: дис. ... д-ра техн. наук. К.: КНУБА, 2018, 512 с.
2. Верещага В.М. Композиційне геометричне моделювання: монографія. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2017. 108с.
3. Верещага В.М., Найдиш А.В., Адоньєв Є.О., Лисенко К.Ю. Основи композиційного геометричного моделювання: навчальний посібник. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2019. 255 с.
4. Лисенко К.Ю. Теоретичні основи методів утворення композиційних ліній і поверхонь: дис...к.т.н. Київ. КНУБА, 2022. 267с.
5. Павленко О.М. Порівняльний аналіз композиційної інтерполяції з традиційними методами. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. К., 2022. Вип. 103. С. 162-174.
6. Павленко О.М. Параметричні композиційні матриці. *Збірник тез доповідей XVII Міжнародної науково-практичної конференції «Обухівські читання»* 30 березня 2023 р. НУБІП. Київ, 2023, С. 91-96.
7. Лисенко К.Ю. Точкові композиційні матриці. *Збірник тез доповідей*

- XVII Міжнародної науково-практичної конференції «Обухівські читання» 30 березня 2023 р. НУБІП. Київ, 2023, С. 97-99.*
8. Верещага В.М. О поле дифпроекции эмпирической кривой. *Начертательная геометрия и черчение* (межвузовский сборник) Алма-Ата, 1979. С. 63-66.
 9. Верещага В.М. Про необхідність розробки методів композиційного диференціювання та композиційного інтегрування. *Збірник тез доповідей XVII Міжнародної науково-практичної конференції «Обухівські читання» 30 березня 2023 р. НУБІП. Київ, 2023. С. 108-110.*
 10. Лисенко К.Ю., Верещага В.М. Елементи композиційного диференціювання у точковій формі. *Прикладна геометрія, інженерна графіка*. Випуск 103. КНУБА, 2023. С. 114-122 с.
 11. Муртазієв Е.Г., Верещага В.М. Узагальнений графічний аналіз кривих з використанням їхніх похідних. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. К., 2022. Вип. 103. С. 142-150.
 12. Муртазієв Е.Г. Алгоритм утворення смуги дифпроекцій та визначення композиційних похідних у базисних точках. *Збірник тез доповідей XVII Міжнародної науково-практичної конференції «Обухівські читання» 30 березня 2023 р. Київ: НУБІП, 2023. С. 102-105.*

SIMPLIFIED COMPUTATION OF TRADITIONAL FIRST DERIVATIVE VALUES OF POINT-BASED POLYNOMIAL SEGMENTS AT THEIR INITIAL POINTS

Kseniia Lysenko, Ivan Vereshchaha, Olensandr Kryvenko,
Tetyana Gonchar

In problems of geometric modeling of planar curves, the ability to efficiently compute derivatives—particularly the first derivative at the initial point of a segment—is of significant importance. This necessitates the development of formulas for computing the traditional (Newton–Leibniz) first derivative at point A_1 of a planar point-based polynomial segment, given the parameter value $t_1 = 0$. Expanded forms of second-, third-, fourth-, and fifth-degree point-based polynomials are presented, along with the corresponding expressions for computing the derivative at the initial point. For instance, for a second-degree polynomial, the derivative is calculated as twice the difference between the second and first points; for a third-degree polynomial, it involves a combination of vectors taking into account all three points, and so on. As the

degree of the polynomial increases, the analytical expression becomes significantly more complex, making it difficult to derive a general formula for arbitrary n .

It is emphasized that the availability of formulas developed by the authors for determining the values of traditional first derivatives reduces the computational cost of finding projection centers when calculating differential projections to form a differential projection strip. Given these challenges, the creation of predefined analytical expressions for derivative calculation becomes practically essential for ensuring computational speed and accuracy. In the context of constructing a differential projection strip, such optimization is especially important, since these segments involve determining projection directions and centers, which require numerous derivatives. The obtained traditional derivatives serve as input values for further construction of compositional derivatives.

Compositional derivatives offer a number of advantages, the main one being their construction based on invariants of parallel projection. This ensures the stability of the characteristics of geometric objects regardless of their spatial position, which is especially valuable in transformations and unified model analysis. As a result, the use of compositional derivatives not only increases precision but also reduces the computational complexity of the developed software products.

Keywords: point-based polynomial, compositional derivative, traditional derivative, differential projection strip, formulas for derivative values at the initial point.

References

1. Adoniev Ye.O. (2018). Compositional method of geometric modeling of multifactor systems: Doctor's thesis. K.: KNUBA. [in Ukrainian].
2. Vereshchaha V.M. *Композиційне геометричне моделювання*: Monohafiia. Melitopol: FOP Odnoroh T.V. [in Ukrainian].
3. Vereshchaha V.M., Naidysh A.V., Adoniev Ye.O., Lysenko K.Iu. (2019). *Fundamentals of composite geometric modeling: navchalnyi posibnyk*. Melitopol: FOP Odnoroh T.V. [in Ukrainian].
4. Lysenko K.Iu. (2022). Theoretical foundations of methods for creating compositional lines and surfaces: candidate's thesis. Kyiv. KNUBA. [in Ukrainian].
5. Pavlenko O.M. (2022). Comparative analysis of composite interpolation with traditional methods. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. K. Vyp. 103. pp. 162-174. [in Ukrainian].

6. Pavlenko O.M. (2023). Parametric composite matrices. *Zbirnyk tez dopovidei XVII Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii «Obukhivski chytannia»* NUBIP. Kyiv. 91-96. [in Ukrainian].
7. Lysenko K.Iu. (2023). Dot composite matrices. *Zbirnyk tez dopovidei XVII Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii «Obukhivski chytannia»* NUBIP. Kyiv, 97-99. [in Ukrainian].
8. Vereshchaha V.M. (1979). On the field of diffractions of the empirical curve. *Nachertatelnaia heometryia y cherchenye* (mezhvuzovskyi sbornyk). Alma-Ata, 63-66. [in Russian].
9. Vereshchaha V.M. (2023). On the need to develop methods of compositional differentiation and compositional integration. *Zbirnyk tez dopovidei XVII Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii «Obukhivski chytannia»* NUBIP. Kyiv, 108-110. [in Ukrainian].
10. Lysenko K.Iu., Vereshchaha V.M. (2023). Elements of compositional differentiation in point form. *Prykladna heometriia, inzhenerna hrafika*. KNUBA. Vypusk 103. 114-122. [in Ukrainian].
11. Murtaziiev E.H., Vereshchaha V.M. (2022). Generalized graphical analysis of curves using their derivatives. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. K. Vyp. 103. -142-150. [in Ukrainian].
12. Murtaziiev E.H. Algorithm for forming a strip of differential projections and determining composite derivatives at basis points. *Zbirnyk tez dopovidei XVII Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii «Obukhivski chytannia»* NUBIP. Kyiv. 102-105. [in Ukrainian].