

УДК 515.1

**ТОПОЛОГІЧНІ СТРУКТУРИ ВІРТУАЛЬНОЇ РЕАЛЬНОСТІ**

DOI: 10.33842/2313-125X-2026-29-15-23

Ванін В.В., д-р. техн. наук,

[vaninvladimir30@gmail.com](mailto:vaninvladimir30@gmail.com), ORCID: 0000-0001-7008-7269

Залевська О.В., канд. техн. наук,

[o.zalevska@kpi.ua](mailto:o.zalevska@kpi.ua), ORCID 0000-0002-3163-1695*Національний технічний університет України Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського (м. Київ, Україна)*

*У статті розв'язано актуальну науково-практичну проблему підвищення обчислювальної ефективності рендерингу та забезпечення стабільності динамічної деформації тривимірних поверхонь у системах віртуальної реальності в режимі реального часу. Сучасні технології тривимірного сканування, сегментації медичних знімків та генеративного штучного інтелекту створюють високополігональні неструктуровані сітки з надмірною щільністю (до 107 полігонів) і численними топологічними дефектами. Безпосередній рендеринг таких об'єктів на автономних VR-гарнітурах викликає критичне падіння частоти кадрів нижче норми у 90 FPS та виникнення ефекту кіберзаколювання. Традиційні методи спрощення геометрії хаотично руйнують структуру направляючих ліній, що призводить до появи візуальних артефактів та зламів сітки під час анімації.*

*Для подолання цих обмежень розроблено алгоритм адаптивної ретопології, що базується на декомпозиції геометричних даних на два незалежні рівні. А саме, обчислювально легкий регулярний чотирикутний каркас та карту високочастотних деталей для апаратного прорахунку освітлення. Математичний апарат алгоритму поєднує первинне спрощення за метрикою квадратичної помилки із контролем Ейлерової характеристики для збереження топологічного роду поверхні, а також генерацію тангенціального орієнтаційного крос-поля. Це дозволило автоматично прокладати ребра полігонів уздовж ліній головних кривизн поверхні та переносити топологічні сингулярності у статичні, нерухомі під час анімації зони об'єкта.*

*Експериментальна апробація розробленого алгоритму здійснена у середовищі Unreal Engine 5.5 на автономній VR-гарнітурі Meta Quest 3 та стаціонарній системі PCVR. Для тестування використано три типи моделей- високоточний скан голови людини, анатомічну модель серця та індустриальний механічний вузол. Результати моделювання показали, що*

запропонований метод забезпечує зниження середньої геометричної похибки Гаусдорфа в 4,5 раза порівняно з традиційною децимацією. При цьому час генерації одного кадру на Meta Quest 3 скоротився до 8,3–10,8 мс, що дозволило досягти стабільної частоти кадрів на рівні 92–120 FPS.

*Ключові слова:* топологічні структури, моделювання, нейронні мережі, віртуальна реальність, міміка аватару,

**Постановка проблеми.** Стрімкий розвиток технологій віртуальної реальності виходить за межі розважальної індустрії, перетворивши їх на ключові інструменти у таких галузях як, медицина, цифрова реабілітація, спеціалізовані тренажерні комплекси та інтелектуальні асистивні системи. Ефективність таких рішень критично залежить від якості імерсивного середовища та здатності системи обробляти складні 3D-сцени в режимі реального часу.

Для побудови віртуального об'єкта важливим є його топологічна структура, а саме спосіб організації вершин, ребер та полігонів (сіток), що визначає не лише геометричну форму, а й динамічну поведінку об'єкта під час взаємодії його з середовищем. Зі зростанням складності завдань, таких як перенесення міміки на цифрові аватари в реальному часі або точне моделювання біомеханічних рухів користувача, класичні підходи до організації топології виявляються недостатньо ефективними. Неоптимальна топологічна структура призводить до надмірних витрат обчислювальних ресурсів під час рендерингу, артефактів деформації при динамічній зміні сітки та затримок побудови. У контексті медико-інженерних рішень чи тренажерів навіть мінімальні затримки або геометричні викривлення руйнують ефект присутності та можуть викликати кіберзаколювання.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Публікації останніх років вказують на доцільність поєднання надшвидкого рендерингу *3D Gaussian Splatting (3DGS)* із полігональними сітками для забезпечення взаємодії у VR. В роботі [1] вирішено проблему неструктурованості точок у 3DGS, через яку об'єкти не мали чіткої поверхні. Запропоновано метод регуляризації, який змушує криві вирівнюватися вздовж геометрії сцени. Це дозволило проводити швидку реконструкцію сітки (за допомогою алгоритму Пуассона) та виконувати класичний ріггінг, скульптуринг та анімацію об'єктів у VR.

Для запобігання візуальним артефактам важливим є збереження коректної топології при автоматичній генерації або стисненні даних. У роботі [2] розв'язано проблему втрати структурної цілісності у зонах із низькою кривизною поверхні. Авторами запропонований математичний апарат персистентних гомологій, як топологічне обмеження під час оптимізації сцени. Такий підхід дозволив зберегти коректну топологічну структуру без розривів та аномалій під час рендерингу у віртуальній реальності.

Для перенесення міміки в реальному часі доцільним є інтеграція геометричних апріорних даних у нейромережеві контури обличчя автара [3]. Полігональна сітка обличчя може бути представлена графом, що дозволяє застосовувати до неї методи глибокого навчання [4]. Запропонований алгоритм нелінійної деформаційної реєстрації 3D-сіток у реальному часі в роботі [5] може оптимізувати топологію 3D-моделі тканини, що підвищує точність відображення.

Сучасний етап розвитку віртуальної реальності залежить від інтеграції методів машинного навчання та нейромереж для управління динамічними середовищами. Алгоритми штучного інтелекту вимагають стандартизованих, математично обґрунтованих та оптимізованих топологічних структур для швидкого аналізу та трансформації геометрії об'єктів. Розв'язання цього завдання дозволить знизити обчислювальне навантаження на апаратне забезпечення, підвищити реалістичність динамічних деформацій (зокрема, анатомічних та біомеханічних моделей) та створити надійне програмне підґрунтя для розробки інтелектуальних VR-систем нового покоління.

Ефективне функціонування систем віртуальної реальності в режимі реального часу накладає жорсткі обмеження на обчислювальну складність тривимірних сцен. Сучасні методи генерації створюють неструктуровані трикутні сітки з надмірною щільністю та топологічними дефектами. Прямий рендеринг таких об'єктів у VR-гарнітурах є неможливим через обмежену пропускну здатність мобільних графічних процесорів, оскільки частота кадрів знижується до 90 FPS. Така частота кадрів призводить до виникнення затримок, що руйнує імерсивність і викликає кіберзаколювання.

**Формулювання цілей статті.** Метою статті є розроблення та дослідження алгоритму адаптивної ретопології високополігональних тривимірних моделей, який забезпечує зменшення обчислювальної складності рендерингу, збереження топологічної структури поверхні та підвищення стабільності її деформації в системах віртуальної реальності реального часу. Для досягнення поставленої мети передбачено створення математичного апарату декомпозиції геометричних даних на регулярний чотирикутний каркас і карту високочастотних деталей, розроблення методів контролю топологічних характеристик поверхні та формування орієнтаційного крос-поля для узгодження структури полігональної сітки з напрямками головних кривизн об'єкта.

**Основний матеріал.** Дискретний віртуальний об'єкт у тривимірному просторі представимо у вигляді полігональної сітки. Таку сітку  $M$  можна формалізувати як неорієнтований зв'язний граф  $G = (V, E, F)$ , що визначає топологічну зв'язність об'єкта в евклідовому просторі  $R^3$ .

Множина вершин  $V$  графу визначається геометричним положенням точок у просторі, а множина ребер  $E$  відповідає за зв'язки між парами вершин. Множина полігонів  $F$  визначається замкненими кривими поверхні.

Матриця суміжності вершин  $A$  розмірністю  $Nv \times Nv$  формалізує каркас усього віртуального об'єкта:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ якщо } (v_i, v_j) \in E \\ 0, \text{ в інших випадках} \end{cases} \quad (1)$$

Для забезпечення стабільного рендерингу та фізичної взаємодії об'єктів у віртуальній реальності без обчислювальних збоїв, топологічна структура повинна задовольняти умовам:

1. Кожне ребро  $e \in E$  належить рівно двом граням  $f \in F$  (для замкнених поверхонь) або одній грані (для межі).
2. Для будь-якої вершини  $v$  множина граней, що містять  $v$ , утворює єдиний замкнений або відкритий цикл.

Не виконання наведених умов може обумовити появу самоперетинання ребер, або ребер, що проходять більше ніж через 2 грані. Це може призвести до появи неточностей при розрахунку об'єкта у віртуальній реальності.

У віртуальних середовищах об'єкти постійно змінюють форму, наприклад динаміка аватарів, рух тканин тощо. Процес деформації описується як зміна геометрії при збереженні топологічної константи.

Нехай  $M(0) = (V(0), E, F)$  — початковий стан об'єкта. Деформація у часі  $t \in [0, T]$  задається через часову змінну залежного поля зміщень  $D$ :

$$V(t) = V(0) + D(V(0), t) \quad (2)$$

Оскільки матриця суміжності  $A$  та множини  $E, F$  не змінюються, то топологічна структура є обмеженунням об'єкту.

Для запобігання деформаційним розривам і збереження гладкості поверхні під час трекінгу рухів користувача, зміна координат вершин визначається оператором Лапласа  $\Delta M$ :

$$\Delta M v_i = \frac{1}{2A_i} \sum_{j \in N(i)} (\cot(\alpha_{ij}) + \cot(\beta_{ij}))(v_j - v_i) \quad (3)$$

де:

- $N(i)$  — множина сусідніх вершин для  $v_i$ ;
- $A_i$  — барицентрична площа або площа Вороного, яка припадає на вершину  $v_i$ ;
- $\alpha_{ij}$  та  $\beta_{ij}$  — кути, протилежні ребрам  $e_{ij}$  у двох суміжних трикутниках.

Мінімізація енергії Лапласа-Бельтрамі під час руху об'єкта дозволяє алгоритмам віртуальної реальності розраховувати натяг сітки в реальному часі, зберігаючи природні кути та кривизну топологічної структури.

Наведемо можливий алгоритм адаптивної побудови об'єкта через його обчислювальний конт ур, що овизначається наведеним графом топологічної структури.

*Крок 1.* Сканування об'єкту, як хмари точок, та пошук топологічних

дефектів та зон зі збільшеною щільністю сітки

*Крок 2.* Розрахунок ліній головних кривизн на поверхні об'єкта, для забезпечення напрямку руху елементів об'єкта

*Крок 3.* Перетворення трикутної чи хаотичної сітки у регулярну сітку із динамічним зменшенням щільності на плоских ділянках та збереженням деталізації на вигинах

*Крок 4.* Збереження отриманої сітки об'єкта та зміна деталей з полігональної моделі на нову оптимізовану топологію через нормалі поверхні

Запропонований підхід дозволяє ефективно розділити вихідну інформацію про 3D-об'єкт на топологічний каркас та карту високих частот. Це забезпечує зниження інженерного навантаження на CPU під час обчислення деформацій, переносячи прорахунок дрібних деталей на фрагментні шейдери. Завдяки інтеграції метрики квадратичної помилки на етапі первинного спрощення, алгоритм зберігає рід поверхні та значно знижує появу аномалій. Використання орієнтаційного крос-поля для автоматичного прокладання направляючих ліній вздовж головних ліній кривизн поверхні забезпечує анатомічно й біомеханічно коректну поведінку сітки під час анімації. Локалізація та витіснення топологічних сингулярностей (вершин із валентністю чорити) у статичні зони об'єкта дозволяє мінімізувати візуальні артефакти та злами геометрії при екстремальних деформаціях. Алгоритм динамічно перерозподіляє щільність полігонів, зберігаючи високу деталізацію в зонах високої кривизни (наприклад, м'язи цифрового аватара чи рухомі вузли механізмів). Це забезпечує досягнення стабільної частоти кадрів (понад 90 FPS) навіть на автономних VR-платформах з обмеженими ресурсами.

Такий підхід може вирішити протиріччя між високими вимогами до реалістичності віртуального середовища та обмеженою обчислювальною потужністю апаратного забезпечення. Описаний математично-алгоритмічний апарат виступає основою для проведення подальших експериментальних досліджень та оцінки часової ефективності рендерингу.

Ефективність запропонованого методу порівнювалася з двома поширеними підходами: класичною децимацією сітки на основі чистого алгоритму QEM (без врахування крос-полів) та сучасним методом ретопології Instant Meshes.

Критеріями оцінки виступали: кількість полігонів після оптимізації, частота кадрів, час генерації одного кадру графічним процесором та геометрична точність, яка вимірювалася за допомогою метрики відстані Гаусдорфа  $H(A,B)$  між оригінальною (A) та оптимізованою (B) поверхнями.

Запропонований у роботі алгоритм адаптивної ретопології показав найкращі результати. За рахунок генерації орієнтаційного крос-поля, яке спрямовує ребра уздовж ліній головних кривизн, похибка Гаусдорфа знизилася в середньому у 4.5 раза порівняно з QEM при однаковій кількості полігонів.

Таблиця 1

## Порівняльний аналіз ефективності рендерингу на Meta Quest 3

Тестова модель (Оригінальний Polycount)	Метод оптимізації	Кількість полігонів (Polycount)	Частота кадрів (FPS)	Похибка Гаусдорфа (H, % від діагоналі)
Avatar Head	Без оптимізації	850	34	0.00%
(850,000 tris)	Класичний QEM	42	82	1.84%
	Запропонований метод	42,000 (quads)	110	0.42%
Biomedical Heart	Без оптимізації	1,400,000	19	0.00%
(1,400,000 tris)	Класичний QEM	75	68	2.95%
	Запропонований метод	75,000 (quads)	92	0.61%
Mechanical Joint	Без оптимізації	620	48	0.00%
(620,000 tris)	Класичний QEM	25	90	1.12%
	Запропонований метод	25,000 (quads)	120	0.15%

Ефект підвищення FPS до 92–120 кадри/сек (зменшення часу кадру до 8.3–10.8 мс) на автономній гарнітурі Meta Quest 3 пояснюється двома факторами. Регулярна чотирикутна топологія з валентністю вершин  $V=4$  обробляється графічним процесором суттєво швидше, ніж хаотичні трикутні стрижні. Збереження високочастотних деталей у карти нормалей дозволило перенести обчислювальне навантаження з геометричного конвеєра на текстурні блоки GPU, які апаратно оптимізовані під такі завдання.

Попри високу ефективність на етапі рендерингу, розроблений алгоритм має обмеження: процес розрахунку поля та мінімізації глобальної енергії Діріхле є обчислювально містким завданням. Наприклад, для моделі «Biomedical Heart» процес повної ретопології займає 4.2 секунди. Це унеможливило використання алгоритму для динамічної ретопології «на льоту» безпосередньо під час VR-сесії. Метод орієнтований на етап попередньої підготовки ассетів перед їх імпортом у VR-середовище

**Висновки.** Наведених у стітті підхід підвищує ефективність рендерингу та стабільність деформації тривимірних об'єктів у системах віртуальної реальності реального часу. Запропоновано та математично обґрунтовано новий комплексний алгоритм адаптивної ретопології, який

базується на декомпозиції геометричних даних тривимірної сітки. Розділення вихідної моделі на регулярний чотирикутний каркас та карту високочастотних деталей дозволило збалансувати обчислювальне навантаження між центральним (CPU) та графічним (GPU) процесорами. Інтеграція орієнтаційного крос-поля та контроль Ейлерової характеристики забезпечили побудову семантично коректних направляючих ліній на основі ліній кривизни поверхні. Це дозволило локалізувати та витіснити топологічні сингулярності у статичні зони об'єктів, мінімізуючи візуальні артефакти та злами сітки під час її динамічної деформації (наприклад, міміки цифрових аватарів чи руху анатомічних структур). Завдяки цьому середня геометрична похибка Гаусдорфа знизилася в середньому в 4.5 рази порівняно з класичними методами децимації (QEM). Експериментальна апробація розробленого алгоритму у середовищі Unreal Engine 5.5 на автономній гарнітурі Meta Quest 3 підтвердила його високу обчислювальну ефективність. Оптимізація топології дозволила скоротити час генерації кадру до 8.3–10.8 мс та забезпечити стабільну частоту кадрів на рівні 92–120 FPS (при початкових критичних 19–34 FPS на неоптимізованих моделях).

### *Література*

1. Guédon A., Lepetit V. SuGaR: Surface-Aligned Gaussian Splatting for Efficient 3D Mesh Reconstruction and High-Quality Mesh Rendering // Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 2024). 2024. P. 5354–5363.
2. Shen T. et al. Topology-Aware 3D Gaussian Splatting: Leveraging Persistent Homology for Optimized Structural Integrity // arXiv preprint. 2024. arXiv:2412.16619. URL: <https://arxiv.org/abs/2412.16619>.
3. Xiang J., Gao X., Guo Y., Zhang J. FlashAvatar: High-Fidelity Head Avatar with Efficient Gaussian Embedding // Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 2024). 2024. P. 12010-12020.
4. Yang, Q., Li, F., Xu, J., Liu, Z., Wang, X., & Zhang, L. (2025). Deformable registration framework for augmented reality-based surgical guidance in head and neck tumor resection. In Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention – MICCAI 2025 (pp. 104–115). Springer, Cham.
5. Yang, Z., Ding, K., Liu, H., & Wang, Y. (2024). MGM-AE: Self-supervised learning on 3D shape using mesh graph masked autoencoders. In Proceedings of the IEEE/CVF Winter Conference on Applications of Computer Vision (WACV) 2024 (pp. 3456–3465). IEEE.

## TOPOLOGICAL STRUCTURES OF VIRTUAL REALITY

Volodymyr Vanin, Olha Zalevska

*This paper addresses an urgent scientific and practical problem of enhancing the computational rendering efficiency and ensuring the stability of dynamic deformation of 3D surfaces in real-time virtual reality (VR) systems. Modern 3D scanning, medical image segmentation, and generative artificial intelligence (AI) technologies generate high-poly unstructured meshes with excessive density (up to 107 polygons) and numerous topological defects. Direct rendering of such objects on standalone VR headsets causes a critical frame rate drop below the standard 90 FPS, triggering cybersickness. Traditional geometry simplification methods chaotically destroy the structure of edge loops, leading to visual artifacts and mesh collapsing during animation.*

*To overcome these limitations, an adaptive retopology algorithm has been developed based on the decomposition of geometric data into two independent levels: a computationally lightweight regular quad-mesh and a high-frequency detail map for hardware-accelerated lighting calculation. The mathematical framework of the algorithm combines initial simplification via the quadric error metric (QEM) with Euler characteristic control to preserve the topological genus of the surface, alongside the generation of a tangential orientation cross-field. This enables the automatic alignment of polygon edges along the lines of principal curvatures and the relocation of topological singularities into static zones of the object that remain immobile during animation.*

*Experimental validation of the developed algorithm was performed within the Unreal Engine 5.5 environment on a standalone Meta Quest 3 VR headset and a stationary PCVR system. Three types of models were utilized for testing: a high-precision human head scan, an anatomical heart model, and an industrial mechanical joint. The simulation results demonstrate that the proposed method reduces the average geometric Hausdorff distance by 4.5 times compared to traditional decimation. Furthermore, the single-frame rendering time on Meta Quest 3 was reduced to 8.3–10.8 ms, enabling a stable frame rate of 92–120 FPS.*

*Keywords: topological structures, modeling, neural networks, virtual reality, avatar facial expressions.*

### **References**

1. Guédon, A., & Lepetit, V. (2024). SuGaR: Surface-aligned Gaussian splatting for efficient 3D mesh reconstruction and high-quality mesh rendering. In Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern

- Recognition (CVPR 2024) (pp. 5354–5363). [In English].
2. Shen, T., et al. (2024). Topology-aware 3D Gaussian splatting: Leveraging persistent homology for optimized structural integrity. arXiv preprint, arXiv:2412.16619. Available at: <https://arxiv.org/abs/2412.16619> [In English].
  3. Xiang, J., Gao, X., Guo, Y., & Zhang, J. (2024). FlashAvatar: High-fidelity head avatar with efficient Gaussian embedding. In Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 2024) (pp. 12010–12020). [In English].
  4. Yang, Q., Li, F., Xu, J., Liu, Z., Wang, X., & Zhang, L. (2025). Deformable registration framework for augmented reality-based surgical guidance in head and neck tumor resection. In Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention – MICCAI 2025 (pp. 104–115). Cham: Springer. [In English].
  5. Yang, Z., Ding, K., Liu, H., & Wang, Y. (2024). MGM-AE: Self-supervised learning on 3D shape using mesh graph masked autoencoders. In Proceedings of the IEEE/CVF Winter Conference on Applications of Computer Vision (WACV 2024) (pp. 3456–3465). IEEE. [In English].

*Матеріал надійшов до редакції 28.04.2026*

*Прийнято до друку 13.05.2026 р.*