

УДК 681.513.52

СИНТЕЗ ЗАМКНЕНИХ СИСТЕМ СТАБІЛІЗАЦІЇ ПОТУЖНОСТІ РІЗАННЯ ФРЕЗЕРНОГО ВЕРСТАТА З ОПТИМАЛЬНИМИ ДИНАМІЧНИМИ ТА СТАТИЧНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

DOI: 10.33842/2313-125X-2026-29-64-82

Герашенко А. Ю., аспірант*

2844604@gmail.com, ORCID: 0009-0006-6803-3329*Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького (м. Запоріжжя, Україна)*

У статті розглянуто актуальну науково-прикладну задачу синтезу замкнених систем автоматичної стабілізації потужності різання фрезерних верстатів із забезпеченням оптимальних динамічних та статичних характеристик. Підвищення ефективності процесів механічної обробки матеріалів вимагає створення високоточних систем керування, здатних підтримувати заданий рівень потужності різання за умов зміни технологічних параметрів, неоднорідності матеріалу заготовки та випадкових зовнішніх збурень. Стабілізація потужності різання дозволяє забезпечити підвищення продуктивності обробки, покращення якості поверхні деталей, зниження енергоспоживання та збільшення ресурсу різального інструменту.

У роботі запропоновано підхід до синтезу замкнених систем керування на основі дробово-інтегральних регуляторів із підвищеним порядком астатизму. Для оцінювання якості перехідних процесів сформульовано спеціальний критерій оптимізації, орієнтований на досягнення максимальної швидкодії при одночасному обмеженні перерегулювання в межах заданого коридору допустимих відхилень. На відміну від традиційних критеріїв середньоквадратичної помилки, запропонований функціонал враховує не лише величину похибки, але й її розташування відносно допустимої області, що забезпечує отримання перехідних процесів без значних короточасних перевищень та провалів.

Пошук оптимальних параметрів системи здійснено із застосуванням генетичних алгоритмів, реалізованих у середовищі MATLAB. Використання еволюційного підходу дозволило уникнути проблем локальної оптимізації, характерних для градієнтних методів, та знайти глобально оптимальні значення параметрів передаточної функції для широкого діапазону значень дробового порядку інтегрування. Отримано таблицю нормованих параметрів оптимального налаштування та встановлено закономірності їх зміни залежно від порядку астатизму системи.

На основі отриманих результатів виконано синтез дробово-

* Науковий керівник – канд. техн. наук, доцент Спірінцев Д.В.

інтегральних регуляторів для системи стабілізації потужності різання. Розглянуто декілька структур регуляторів, побудованих за принципами дробового інтегрування та диференціювання. Показано, що використання регуляторів дробового порядку дозволяє формувати бажані перехідні характеристики із суттєво кращими показниками якості порівняно з класичними системами автоматичного керування.

Проведені дослідження динамічних режимів роботи системи під час пуску, а також при різких змінах навантаження, що імітують зміну глибини різання. Результати моделювання показали, що запропоновані регулятори забезпечують швидке відпрацювання збурень і значне зменшення відхилень потужності різання. Встановлено, що при зміні навантаження, яка викликає стрибок потужності різання на 50 %, система здатна знизити амплітуду перехідного відхилення приблизно з 200 Вт до 19–39 Вт залежно від вибраного порядку астатизму. Тривалість перехідного процесу при цьому не перевищує 0,02 с.

Окрему увагу приділено аналізу властивостей систем із дробовим порядком астатизму, більшим за одиницю. Показано, що такі системи забезпечують поступове зменшення швидкісної помилки при лінійній зміні сигналу завдання, що є важливою перевагою для задач стабілізації технологічних параметрів процесу різання. Доведено, що підвищення порядку астатизму сприяє зменшенню динамічних похибок, хоча одночасно ускладнює структуру регулятора. За результатами дослідження рекомендовано використовувати значення порядку астатизму в межах 1,7–1,8 як компроміс між точністю керування та складністю реалізації.

Практичне значення отриманих результатів полягає у можливості використання розроблених методів синтезу під час створення сучасних систем автоматичного керування металорізальними верстатами, роботизованими виробничими комплексами та іншими технологічними установками, де необхідне високоточне регулювання енергетичних параметрів процесу. Запропонований підхід забезпечує підвищення якості обробки, стабільності технологічного процесу та ефективності використання виробничого обладнання.

Ключові слова: потужність різання, фрезерний верстат, система автоматичного керування, дробово-інтегральний регулятор, дробовий порядок, астатизм, генетичний алгоритм, оптимізація, перехідний процес, стабілізація технологічних параметрів, MATLAB, електропривод.

Постановка проблеми. Сучасне машинобудівне виробництво характеризується високими вимогами до продуктивності, точності та енергоефективності процесів механічної обробки матеріалів. Одним із найбільш поширених видів обробки є фрезерування, ефективність якого значною мірою визначається стабільністю режимів різання. У процесі роботи фрезерного верстата потужність різання зазнає постійних змін під впливом неоднорідності структури оброблюваного матеріалу, коливань

припуску на обробку, зміни геометрії різального інструменту, його зношування та інших зовнішніх і внутрішніх збурюючих факторів. Такі зміни призводять до погіршення якості обробленої поверхні, зниження продуктивності, збільшення енергоспоживання та прискореного зносу інструменту й обладнання.

Традиційні системи автоматичного керування верстатними електроприводами переважно орієнтовані на стабілізацію швидкості обертання шпинделя або швидкості подачі. Проте в умовах значних змін навантаження такі системи не завжди забезпечують підтримання оптимального енергетичного режиму процесу різання. Перспективним напрямом підвищення ефективності обробки є безпосередня стабілізація потужності різання шляхом автоматичної зміни швидкості подачі інструмента. Реалізація такого підходу дозволяє підтримувати енергетичне навантаження на оптимальному рівні незалежно від змін технологічних умов.

Водночас під час побудови систем стабілізації потужності різання виникає проблема забезпечення високої швидкодії та точності регулювання за наявності суттєвих нелінійностей і змінних параметрів об'єкта керування. Використання класичних регуляторів не завжди дозволяє отримати необхідні показники якості перехідних процесів, оскільки між швидкодією, перерегулюванням і статичною точністю існують суперечливі вимоги. Особливої актуальності набуває пошук нових методів синтезу систем керування, здатних забезпечити мінімальні динамічні похибки, обмежене перерегулювання та високу стійкість до зовнішніх збурень.

Одним із перспективних напрямів розв'язання зазначеної проблеми є застосування дробово-інтегральних регуляторів, які завдяки додатковим ступеням свободи дозволяють більш гнучко формувати динамічні характеристики замкнених систем. Проте питання вибору оптимального порядку астатизму, розроблення критеріїв оптимізації перехідних процесів та визначення параметрів таких регуляторів для систем стабілізації потужності різання залишаються недостатньо дослідженими.

У зв'язку з цим актуальною науково-технічною задачею є синтез замкнених систем стабілізації потужності різання фрезерних верстатів на основі дробово-інтегральних регуляторів із забезпеченням оптимальних динамічних та статичних характеристик, що дозволить підвищити точність підтримання потужності різання, покращити якість технологічного процесу та збільшити ефективність використання верстатного обладнання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Підвищення ефективності процесів механічної обробки на металорізальних верстатах безпосередньо пов'язане з удосконаленням систем автоматичного керування технологічними параметрами різання. Одним із найбільш інформативних показників стану процесу обробки є потужність різання, стабілізація якої дозволяє забезпечити раціональне використання енергетичних ресурсів, підвищити продуктивність верстатів та зменшити зношування різального

інструменту. Для вирішення подібних задач останніми роками активно розвиваються методи дробового керування, які забезпечують додаткові можливості формування динамічних і статичних характеристик замкнених систем.

Так у роботі [1] авторами розглянуто мікропроцесорну систему керування електроприводом змінного струму з регулюванням технологічного параметра. Дослідниками продемонстровано можливість побудови систем керування, орієнтованих не лише на підтримання кінематичних координат електропривода, а й безпосередньо на регулювання параметрів технологічного процесу. Отримані результати підтверджують перспективність використання технологічних параметрів як координат керування, проте питання забезпечення оптимальних динамічних характеристик та використання регуляторів дробового порядку в роботі не розглядалися.

Теоретичні передумови використання дробового математичного апарату наведено у науковій праці [2], де досліджено можливість апроксимації перехідних температурних процесів у складних геометричних структурах за допомогою дробових похідних. Результати дослідження підтвердили ефективність застосування моделей дробового порядку для опису складних фізичних процесів із розподіленими параметрами та вираженими інерційними властивостями.

Практичні аспекти реалізації систем керування на основі дробового числення розглянуто у дослідженні [3]. Авторами виконано синтез і технічну реалізацію систем автоматичного керування з дискретними дробово-інтегрально-диференціальними регуляторами. Показано, що використання дробових операторів розширює можливості налаштування систем керування та дозволяє формувати бажані характеристики перехідних процесів.

Подальший розвиток цього напрямку представлено у роботі [4], яка присвячена моделюванню та ідентифікації систем із дробовими інтегральними та диференціальними ланками. Запропоновані підходи створюють методологічну основу для побудови математичних моделей дробового порядку та подальшого синтезу відповідних систем керування.

Фундаментальні положення теорії дробової динаміки та керування систематизовано у роботі [5]. Авторами викладено математичні основи дробового числення, розглянуто методи аналізу систем дробового порядку та принципи побудови регуляторів, які забезпечують додаткові ступені свободи при формуванні необхідних динамічних характеристик замкнених систем.

Широке використання моделей дробового порядку в сучасній техніці підтверджується оглядовою науковою працею [6], що присвячена моделям суперконденсаторів, акумуляторних батарей та паливних елементів. Автори показали, що дробові моделі дозволяють адекватніше описувати процеси

накопичення та перетворення енергії порівняно з традиційними моделями цілого порядку.

Значний внесок у розвиток методів синтезу систем дробового порядку зроблено дослідниками в роботі [7]. Тут запропоновано методику синтезу автоматичних систем керування на основі стандартних дробових форм Баттерворта та біноміальних форм. Отримані результати продемонстрували можливість цілеспрямованого формування необхідних частотних і динамічних характеристик систем керування шляхом вибору порядку дробового інтегрування.

Практичну ефективність дробових регуляторів у технологічних процесах продемонстровано у [8], де досліджено керування контуром подрібнення руди за допомогою регуляторів дробового порядку. Результати досліджень підтвердили можливість покращення якості регулювання та компенсації зовнішніх збурень порівняно з традиційними PID-регуляторами.

Сучасним напрямом розвитку дробового керування є поєднання дробових регуляторів із адаптивними алгоритмами. Так, у [9] запропоновано дробові PI–PI μ D-регулятори з нейромережевою адаптацією для систем керування електроприводами BLDC-двигунів. Отримані результати свідчать про можливість підвищення точності регулювання та покращення динамічних характеристик електроприводів за рахунок використання дробового порядку інтегрування і диференціювання.

В [10] досліджено використання PI λ D μ -регуляторів для вдосконалення людино-машинної взаємодії у складних технічних системах. Авторами проаналізовано вплив регуляторів дробового порядку на характеристики функціонування систем керування та показано перспективність їх застосування для складних технічних об'єктів.

Практичні аспекти використання дробових регуляторів для оптимізації динамічних процесів розглянуто у [11], де авторами досліджено систему керування електромагнітними гальмами стенда налаштування двигунів внутрішнього згоряння із застосуванням дробових ID-регуляторів. Виконаний аналіз підтвердив перспективність використання регуляторів дробового порядку для підвищення якості керування та покращення динамічних показників електромеханічних систем.

Проведений аналіз літературних джерел свідчить про значний розвиток теорії дробового керування, методів моделювання об'єктів дробового порядку та практичного застосування дробових регуляторів у різноманітних електромеханічних і технологічних системах. Разом із тим у розглянутих роботах практично не досліджуються питання стабілізації потужності різання металорізальних верстатів як основної регульованої координати технологічного процесу. Недостатньо уваги приділено вибору оптимального порядку астатизму замкнених систем, формуванню критеріїв оптимізації перехідних процесів та визначенню параметрів дробово-інтегральних регуляторів, здатних одночасно забезпечувати високу

швидкодію, мінімальне перерегулювання та зменшення динамічних похибок при різких змінах навантаження.

Формулювання цілей статті. Метою статті є розроблення методики синтезу замкнених систем стабілізації потужності різання фрезерного верстата на основі дробово-інтегральних регуляторів, які забезпечують оптимальні динамічні та статичні характеристики. Для досягнення поставленої мети виконано обґрунтування критерію оптимізації перехідних процесів, визначено оптимальні параметри замкненої системи та здійснено синтез регуляторів дробового порядку для підвищення точності стабілізації потужності різання за змінних режимів навантаження.

Основна частина.

Вибір та обґрунтування критерію оцінки якості перехідних процесів астатичних систем. Будемо вважати, що внутрішній контур замкненої системи керування може бути описаний передаточною функцією наступного виду:

$$H_o(s) = \frac{1}{T_v p + 1} \frac{k}{a_2 p^{1+\mu} + a_1 p^\mu + 1}, \quad (1)$$

де T_v – некомпенсована мала постійна часу.

Представимо бажану передаточну функцію розімкненого контуру у вигляді $H_{opt}(p)$, на підставі якої з урахуванням одиничного від'ємного зв'язку отримаємо і передаточну функцію замкненого контуру $H_c(p)$:

$$H_{opt}(p) = \frac{b_{opt} p + 1}{a_{opt} p^{1+\mu}} \frac{1}{T_v p + 1}, \quad (2)$$

$$H_c(p) = \frac{a_{opt} p^{1+\mu} T_v p + a_{opt} p^{1+\mu}}{a_{opt} p^{1+\mu} T_v p + a_{opt} p^{1+\mu} + b_{opt} p + 1}.$$

Такий контур має порядок астатизму $1 + \mu$, що забезпечить не тільки відсутність статичної помилки, а й зменшення динамічних складових помилки, наприклад, швидкодісна помилка при лінійній зміні сигналу завдання буде поступово зменшуватись до 0.

Знайдемо коефіцієнти a_{opt} , b_{opt} такими, щоб забезпечити відповідність перехідного процесу наступному критерію при стрибку завдання:

- перерегулювання мінімальне;
- швидкодія найбільша.

Виберемо аналітичний опис критерію оцінки якості перехідних процесів.

Класичний критерій середньоквадратичної сумарної помилки формально можна уявити, як суму добутків помилок на їх «вагу», рівну самої помилці. В результаті найбільший «внесок» дають перші точки з максимальним відхиленням, а оптимальним виявляється процес, «притиснутий» до осі ординат. Перерегулювання при цьому може бути дуже великим, але короткочасним, що неприпустимо при металообробці.

Сформулюємо критерій оптимізації перехідного процесу для систем, що вимагають забезпечити високу швидкодію системи (порівняну з обраною величиною T_v), але при обмеженні ширини допустимого «коридору» відхилень від заданого значення $\pm\delta$ (рис. 1).

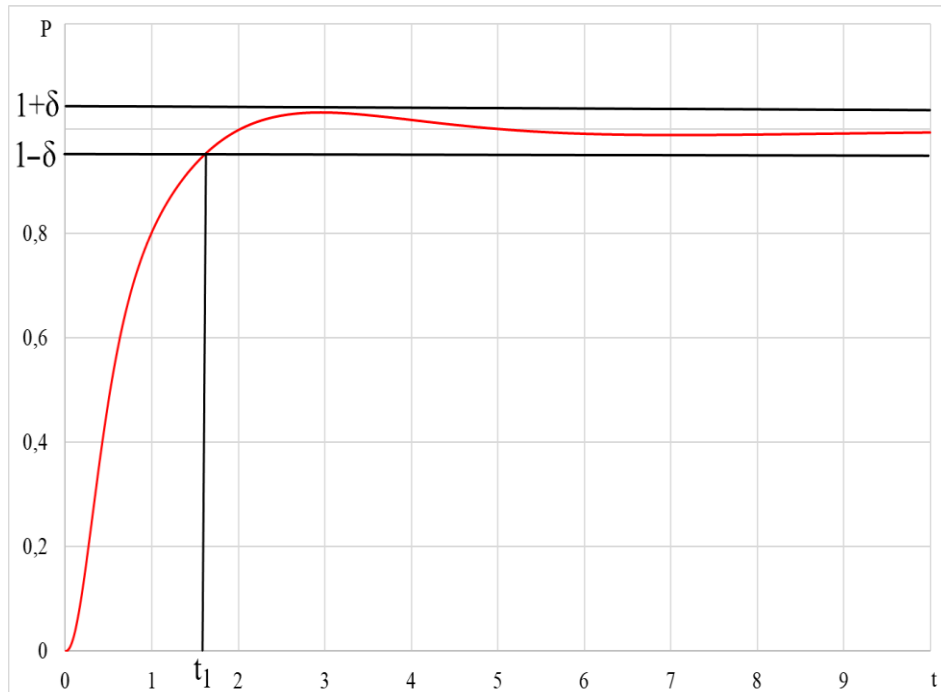


Рис. 1. Вибір критерію оцінки перехідного процесу

Для цього підсумуємо помилки в кожному циклі розрахунку до першого входження в «коридор» ($|Y_i - 1| < \delta$), тоді їх вага складе 1. А потім функціонал F будемо збільшувати на величину зведеної в 4-у степе́нь відносно́ї до δ помилки. Відповідно, в «коридорі» вага виявляється меншою за 1, а поза ним – більшою за 1 і зростаючою за кубічною параболою:

$$F = \sum_{i=1}^N \begin{cases} (1 - Y_i) \forall t < t_1 \\ \left(\frac{1 - Y_i}{\delta}\right)^4 \forall t > t_1 \end{cases} \rightarrow \min, \quad (3)$$

де t_1 – час першого входження в «коридор».

Такий критерій оцінки дозволяє уникнути стиснення оптимальної перехідної функції до 0 в часі і короткочасних сплесків / провалів поза заданого коридору [7].

Пошук параметрів оптимальної функції здійснено за допомогою генетичних алгоритмів. Причиною обрання такого методу є різноманітність форм поверхонь відклику залежно від порядку інтегрування, що при використанні методів градієнтного спуску може призвести до затягнення у локальні мінімуми (рис. 2).

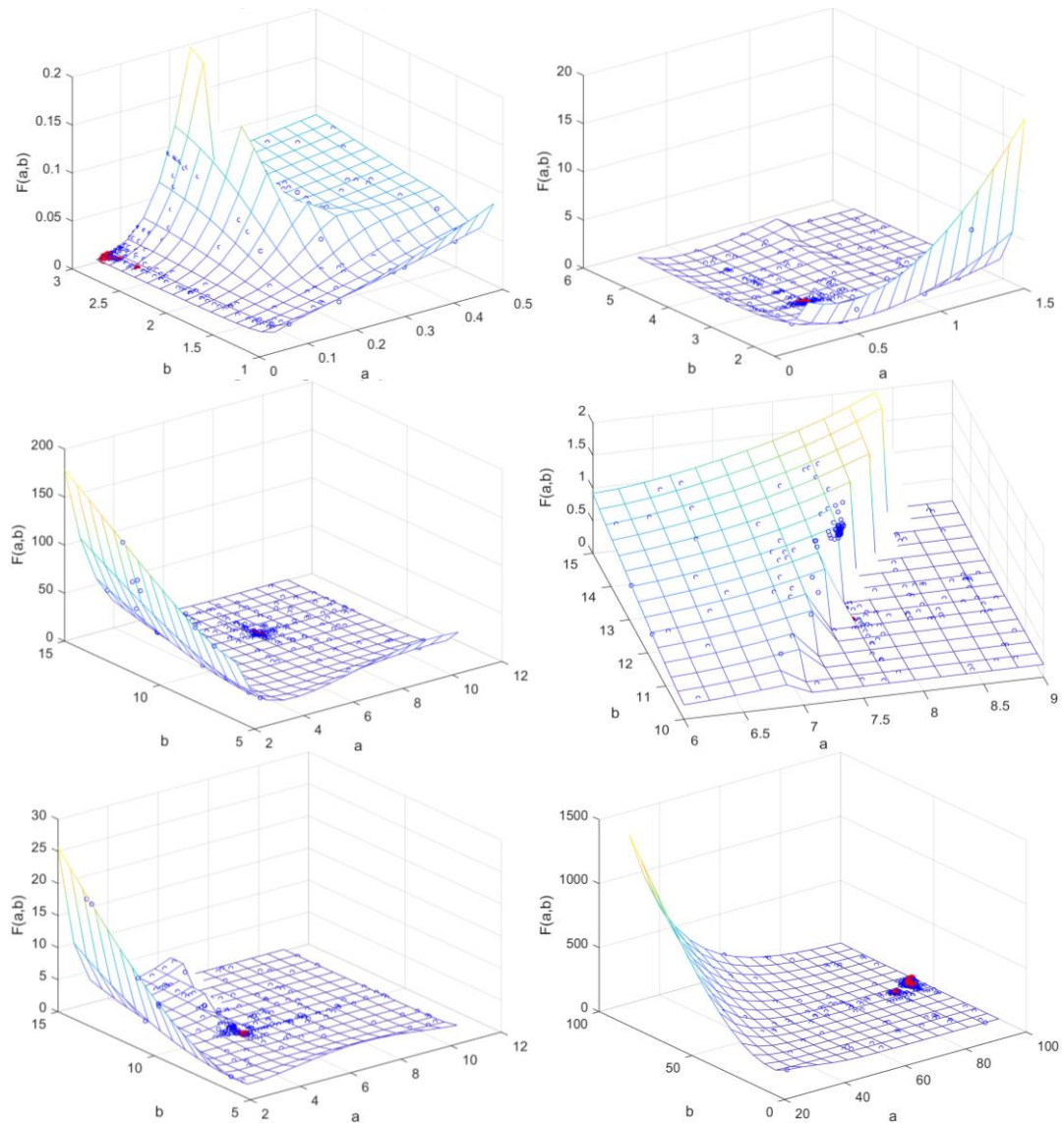


Рис. 2. Поверхні відклику за критерієм (3): а – $\mu = 0.1$; б – $\mu = 0.2$; в – $\mu = 0.5$; г – $\mu = 0.6$; д – $\mu = 0.7$; е – $\mu = 0.9$

Налаштування генетичного алгоритму в MATLAB здійснено наступним чином:

- CreationFcn: @gacreationuniform – функція створення початкової популяції з параметром Gagation uniform обрана такою, що початкові особини розподіляються рівномірно випадково по всьому діапазону, заданому lb (нижні границі) і ub (верхні границі).

- CrossoverFcn: @crossoverscattered – функція кросовера (схрещування) з параметром crossoverscattered бере двох батьків і випадково вибирає гени (змінні) з кожного, щоб створити нащадка. Це дає високу варіативність та допомагає дослідити простір пошуку.

- SelectionFcn: @selectionstochunif – функція відбору батьків з параметром selectionstochunif – стохастичний рівномірний відбір: ймовірність вибору особини пропорційна її пристосованості, але з

елементом випадковості. Це забезпечує баланс між «виживають найсильніші» та «зберігаємо різноманітність».

- MutationFcn: @mutationadaptfeasible – функція мутації адаптивно змінює гени особин так, щоб вони залишалися в межах допустимих меж (lb, ub). Це допомагає уникнути передчасної збіжності та вийти з локальних мінімумів.

Знайдені параметри оптимального налаштування зведено в табл. 1, на рис. 3 наведено 3-вимірну залежність $F_{opt} = f(a_{opt}, b_{opt})$, а на рис. 4 – залежність $b_{opt} = f(a_{opt})$.

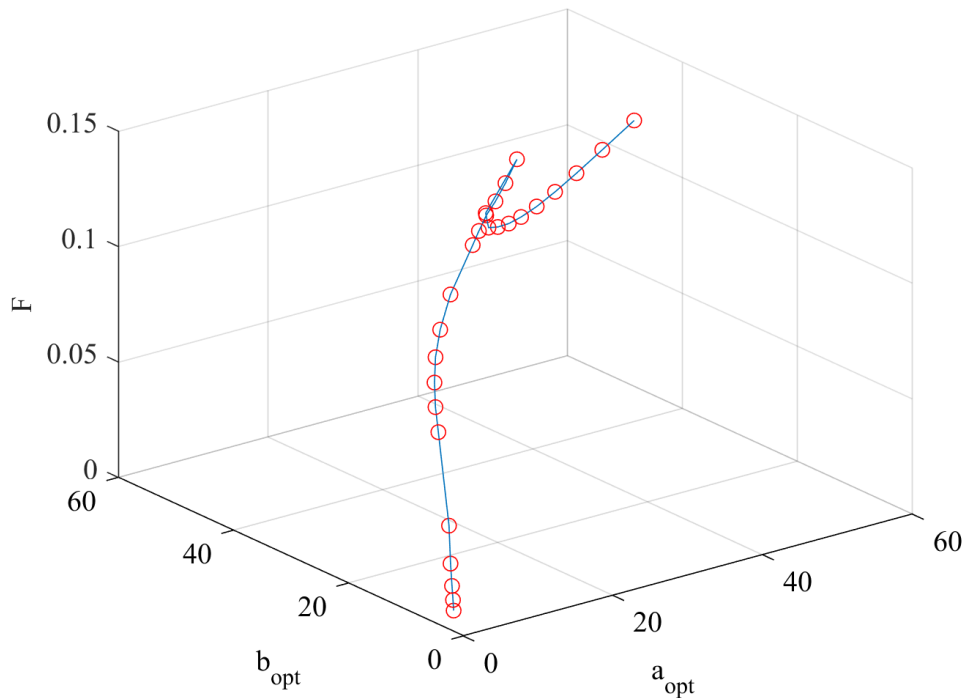


Рис. 3. Залежність $F_{opt} = f(a_{opt}, b_{opt})$

Таблиця 1.

Нормовані параметри оптимального налаштування

$1 + \mu$	a_{opt}^{norm}	b_{opt}^{norm}	F
1.10	0.0565	2.9493	0.00337
1.20	0.2315	2.2277	0.01787
1.30	0.5507	2.8883	0.03941
1.40	1.1105	4.1371	0.08216
1.50	2.2575	6.0961	0.13378
1.55	5.2532	10.0621	0.12807
1.60	7.4784	11.9454	0.14179
1.65	7.2328	11.6106	0.14202
1.70	11.0696	14.8803	0.13494
1.80	29.1947	27.5605	0.14775
1.90	99.8456	61.4263	0.20568

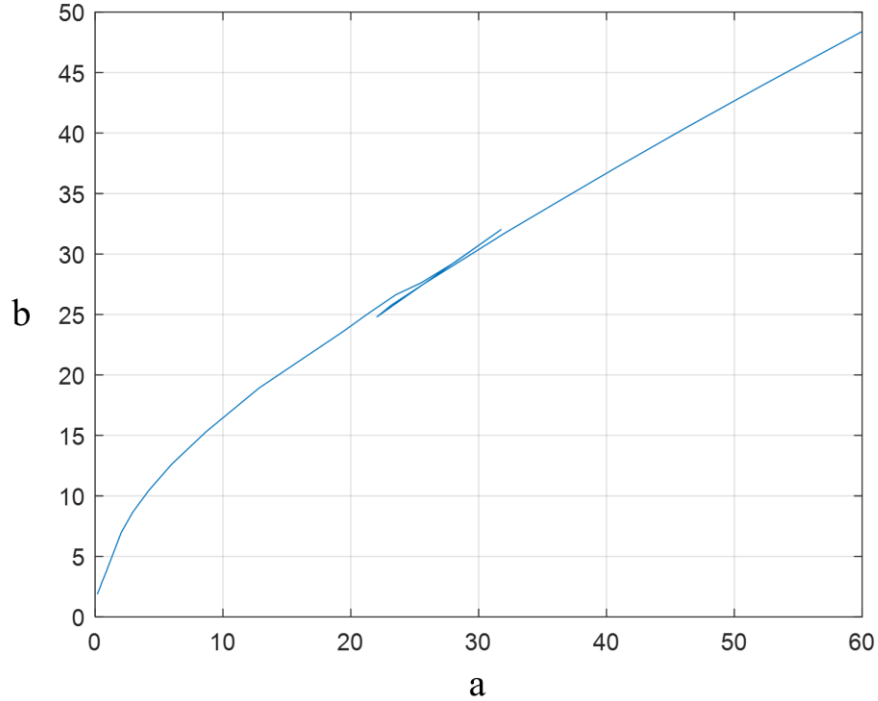


Рис. 4. Залежність $b_{opt} = f(a_{opt})$

На рис. 3, 4 добре видно петлю, яка виникає в області $1.65 < 1 + \mu < 1.75$, що заважає отриманню аналітичних функцій $a_{opt} = f(\mu)$, $b_{opt} = f(\mu)$, але це не впливає на досягнення якісних показників в перехідних функціях.

На рис. 5 наведено сімейства перехідних функцій у відносному часі $\frac{t}{T_v}$, отриманих на підставі заданого критерію. Видно, що в усіх випадках перерегулювання менше, ніж при налаштуванні на класичний модульний (технічний) оптимум (4.35%, що відповідає $y_{max} = 1.0435$), при значно збільшеній швидкодії (для всіх μ перше узгодження настає до $4.7T_v$) при більшому на величину μ порядку астатизму.

Це нормовані за осями абсцис і ординат функції, які для певного технологічного процесу необхідно привести до абсолютних одиниць. Найбільш складною є операція узгодження за часом. При розрахунку параметрів a , b прийнято $T_v = 1$, тобто оператору Лапласа відповідає у реальному часі

$$p \leftrightarrow T_v \frac{d}{dt}. \quad (4)$$

Тоді з передаточної функції (2) отримаємо:

$$H_{opt}^{norm}(p) = \frac{b_{opt}^{norm} p + 1}{a_{opt}^{norm} p^{1+\mu}} \frac{1}{p+1} \Rightarrow H_{opt}(p) = \frac{(b_{opt}^{norm} T_v) p + 1}{(a_{opt}^{norm} T_v^{1+\mu}) p^{1+\mu}} \frac{1}{T_v p + 1} \quad (5)$$

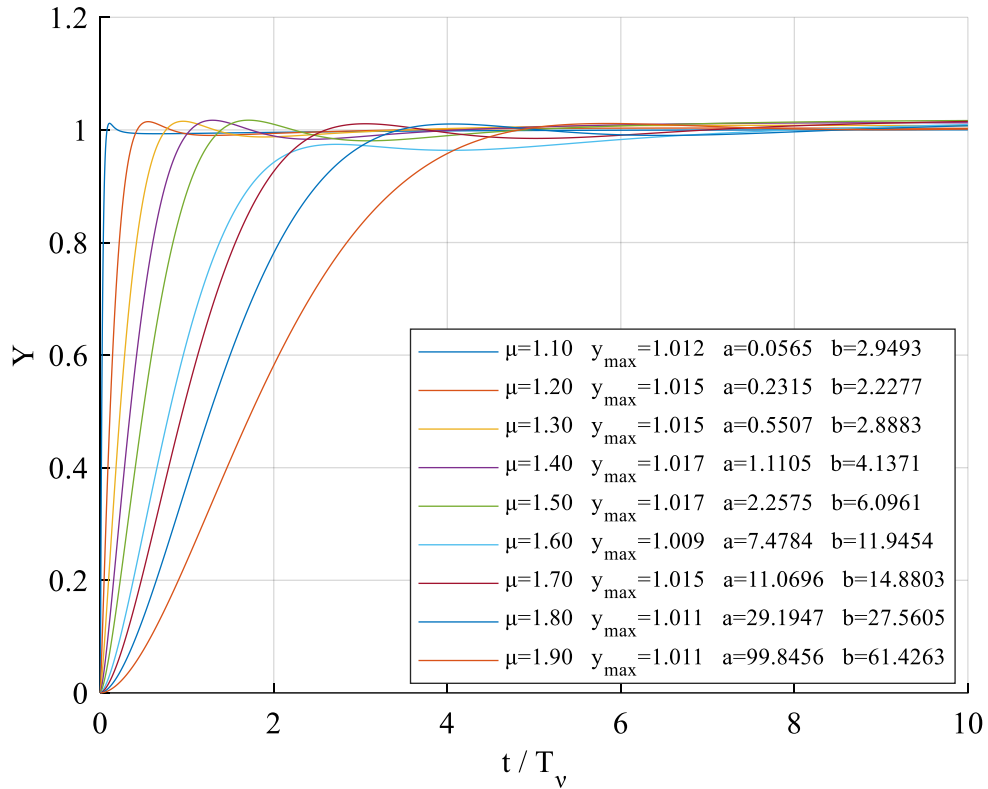


Рис. 5. Перехідні характеристики при оптимальному за критерієм (3) співвідношенні μ , a , b та $\delta = 0.025$

Таким чином, в реальній системі:

$$\begin{aligned} a_{opt} &= a_{opt}^{norm} T_v^{1+\mu}; \\ b_{opt} &= b_{opt}^{norm} T_v. \end{aligned} \quad (6)$$

Це надає змогу отримати оптимальні налаштування регуляторів в системах керування, що здійснено для системи регулювання потужності різання.

Синтез дробово-інтегральних регуляторів системи стабілізації потужності різання. В багатьох випадках об'єкт керування може бути описаним наступною передаточною функцією дробового порядку [6]:

$$H_o^s(p) = \frac{k}{a_2 p^{1+\mu(s)} + a_1 p^{\mu(s)} + 1} \frac{1}{T_v p + 1}, \quad (7)$$

де k , a_2 , a_1 , μ – параметри об'єкту.

Для синтезу регулятора, який буде вмикатися послідовно з об'єктом керування, необхідно знайти рішення наступного рівняння:

$$H_{opt}(p) = H_R(p) H_o^s(p) \Rightarrow \quad (8)$$

$$\frac{(b_{opt}^{norm} T_v) p + 1}{(a_{opt}^{norm} T_v^{1+\mu}) p^{1+\mu}} \frac{1}{T_v p + 1} = H_R(p) \frac{b(s)}{a_2(s) p^{1+\mu(s)} + a_1(s) p^{\mu(s)} + 1} \frac{1}{T_v p + 1}, \Rightarrow (9)$$

$$H_R(p) = \frac{(b_{opt}^{norm} T_v) p + 1}{(a_{opt}^{norm} T_v^{1+\mu}) p^{1+\mu}} \frac{a_2(s) p^{1+\mu(s)} + a_1(s) p^{\mu(s)} + 1}{b(s)}, \Rightarrow \quad (10)$$

$$H_R(p) = \frac{((b_{opt}^{norm} T_v) p + 1)}{(a_{opt}^{norm} T_v^{1+\mu}) b(s)} \left(\frac{a_2(s) p^{1+\mu(s)}}{p^{1+\mu}} + \frac{a_1(s) p^{\mu(s)}}{p^{1+\mu}} + \frac{1}{p^{1+\mu}} \right). \quad (11)$$

Рівняння (11) надає змогу обрати структуру і параметри регулятора. Розглянемо декілька можливих варіантів.

1. Бажаний параметр $\mu = \mu(s)$:

$$H_R(p) = \frac{((b_{opt}^{norm} T_v) p + 1)}{(a_{opt}^{norm} T_v^{1+\mu}) b(s)} \left(a_2(s) + a_1(s) \frac{1}{p} + \frac{1}{p^{1+\mu}} \right) \Rightarrow$$

$$H_R(p) = \frac{1}{(a_{opt}^{norm} T_v^{1+\mu}) b(s)} \left(\begin{array}{l} (b_{opt}^{norm} T_v) a_2(s) p + \\ + a_2(s) + (b_{opt}^{norm} T_v) a_1(s) + \\ + a_1(s) \frac{1}{p} + \\ + \frac{1}{p^\mu} \left((b_{opt}^{norm} T_v) + \frac{1}{p} \right) \end{array} \right) \Rightarrow \quad (12)$$

$$H_R(p) = \left(k_d p + k_p + \frac{k_i}{p} \right) + I^\mu \left(k_{p\mu} + \frac{k_{i\mu}}{p} \right).$$

Отримано регулятор за структурою $(PID) + I^\mu (PI)$, де параметри

$$k_d = \frac{(b_{opt}^{norm} T_v) a_2(s)}{(a_{opt}^{norm} T_v^{1+\mu}) b(s)},$$

$$k_p = \frac{a_2(s) + (b_{opt}^{norm} T_v) a_1(s)}{(a_{opt}^{norm} T_v^{1+\mu}) b(s)},$$

$$k_i = \frac{a_1(s)}{(a_{opt}^{norm} T_v^{1+\mu}) b(s)},$$

$$k_{p\mu} = \frac{(b_{opt}^{norm} T_v)}{(a_{opt}^{norm} T_v^{1+\mu}) b(s)},$$

$$k_{i\mu} = \frac{1}{(a_{opt}^{norm} T_v^{1+\mu}) b(s)}.$$

Важливо, що операція розрахунку дробового інтеграла (найбільш складна) виконується лише один раз.

2. Бажаний параметр $\mu \neq \mu(s)$:

$$H_R(p) = \frac{\left((b_{opt}^{norm} T_v) p + 1 \right)}{\left(a_{opt}^{norm} T_v^{1+\mu} \right) b(s)} \left(\frac{1}{p^{\mu-\mu(s)}} \left(a_2(s) + \frac{a_1(s)}{p} \right) + \frac{1}{p^{1+\mu}} \right). \quad (13)$$

В цьому випадку отримано регулятор за структурою $(PD)(I^{\mu-\mu(s)}(PI) + I^{1+\mu})$. Він включає до себе дві ланки дробового інтеграла малого позитивного або від'ємного порядку $\mu - \mu(s)$ і порядку $1 + \mu$.

Отримані регулятори забезпечують реакцію замкненої системи відповідно до рис. 3.5.

Реалізуємо модель системи і дослідимо процес запуску з лінійно наростаючим завданням та реакцію на миттєве збільшення та зменшення глибини різання, яке за 0.05 s призводить до зміни потужності різання на 50 %. Нормуємо коефіцієнти для $T_v = 0.01$ s – зазвичай стандартної постійної часу електроприводів.

На рис. 6 наведено перехідний процес при різному обраному порядку інтегрування $1 + \mu$. Видно, що динамічні помилки при порядку 1.5 менше, ніж при 1.8. Але з урахуванням результатів ідентифікації для спрощення структури регулятора доцільним слід вважати налаштування з порядком 1.7...1.8.

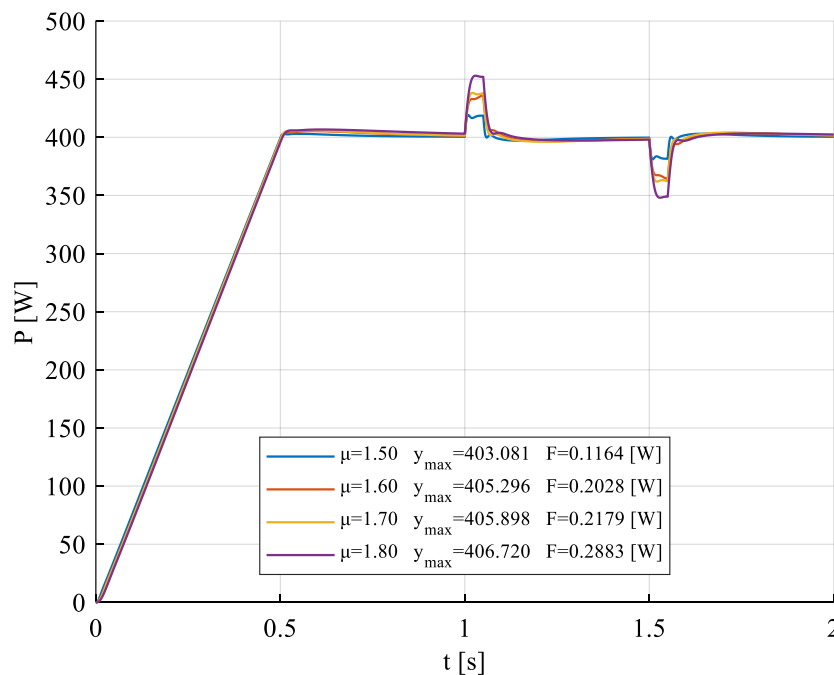


Рис. 6. Графіки перехідних процесів потужності різання під час пуску, накиду і скидання навантаження

На наступному рис. 7 надано збільшені фрагменти процесів накиду та скидання навантаження, які свідчать про ефективність запропонованої системи – реакція системи керування і відповідне зменшення або збільшення швидкості подачі дозволяє суттєво зменшити амплітуду стрибка потужності різання з 200 W до 19 W при $\mu = 1.5$ або 39 W при рекомендованому $\mu = 1.7$. Час перехідного процесу становить лише 0.02 s.

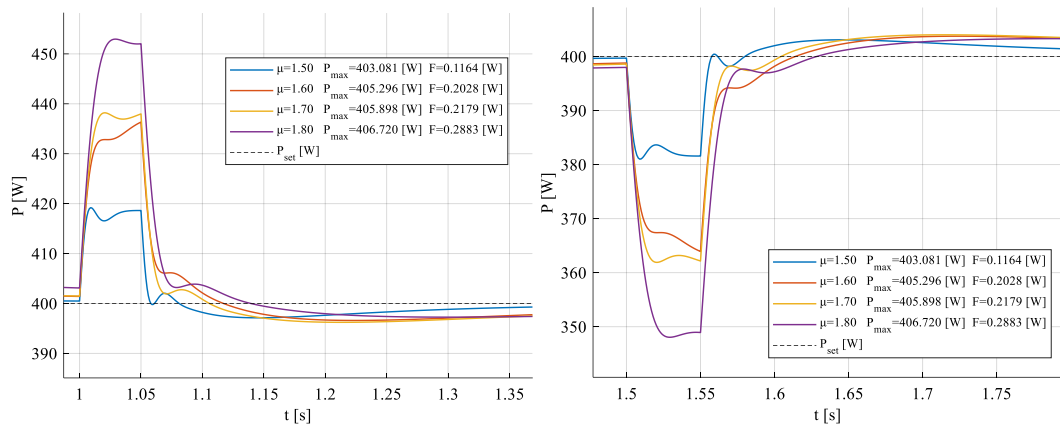


Рис. 7. Збільшені фрагменти процесів накиду і скидання навантаження

Рис. 8 ілюструє важливу властивість системи з дробовим порядком астатизму більше 1 – поступове зменшення швидкісної помилки при лінійній зміні сигналу завдання.

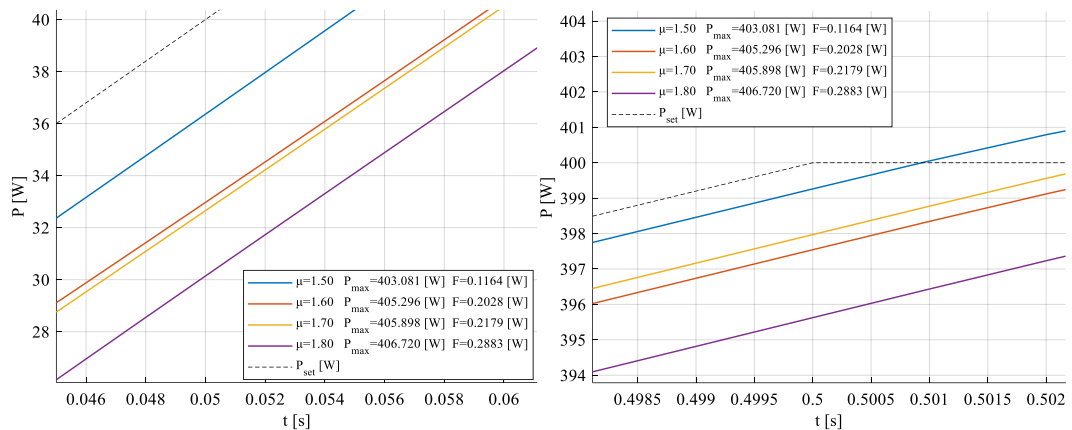


Рис. 8. Збільшені фрагменти початку і закінчення пуску з лінійно зростаючим завданням

На початку процесу помилки при всіх варіантах налаштування більше, ніж наприкінці в 2...4 рази. Найбільш точною також виявляється система з порядком астатизму 1.5. Але треба згадати, що мова йде про стабілізацію потужності різання, а не швидкості або положення. Тому в даному випадку основним критерієм щодо вибору порядку треба вважати складність структури регулятора.

Висновки. У роботі розроблено методику синтезу замкнених систем стабілізації потужності різання фрезерних верстатів на основі дробово-інтегральних регуляторів із підвищеним порядком астатизму. Запропонований підхід дозволяє формувати задані динамічні характеристики системи керування та забезпечувати високу точність підтримання потужності різання в умовах змінних технологічних навантажень.

Обґрунтовано новий критерій оцінювання якості перехідних процесів, який враховує не лише величину похибки регулювання, а й ступінь виходу перехідної характеристики за межі допустимого коридору відхилень. На відміну від традиційних критеріїв оптимізації, запропонований підхід забезпечує отримання швидкодіючих перехідних процесів з обмеженим перерегулюванням, що є важливим для систем керування процесами механічної обробки.

За допомогою генетичного алгоритму виконано пошук оптимальних параметрів замкнених систем для різних значень дробового порядку астатизму. Отримано залежності оптимальних коефіцієнтів передаточних функцій від порядку астатизму та визначено області параметрів, які забезпечують найкращі показники якості перехідних процесів.

На основі результатів оптимізації синтезовано структури дробово-інтегральних регуляторів для системи стабілізації потужності різання. Встановлено аналітичні співвідношення, що дозволяють визначати параметри регуляторів залежно від характеристик об'єкта керування та вимог до якості регулювання. Показано можливість реалізації регуляторів із дробовими інтегральними ланками для формування систем із порядком астатизму, більшим за одиницю.

Результати моделювання підтвердили високу ефективність запропонованих рішень. Встановлено, що при зміні навантаження, яка викликає зміну потужності різання на 50 %, система забезпечує суттєве зменшення амплітуди перехідних відхилень потужності та швидке відпрацювання збурень. При цьому тривалість перехідного процесу не перевищує 0,02 с, що свідчить про високі показники швидкодії синтезованої системи.

Показано, що використання дробового порядку астатизму понад одиницю забезпечує поступове зменшення швидкісної складової похибки під час лінійної зміни сигналу завдання та сприяє покращенню динамічної точності системи. Водночас збільшення порядку астатизму супроводжується ускладненням структури регулятора, що необхідно враховувати під час практичної реалізації.

За результатами досліджень встановлено, що для задач стабілізації потужності різання доцільним є використання порядку астатизму в межах 1,7–1,8, який забезпечує раціональне співвідношення між точністю регулювання, швидкістю системи та складністю реалізації дробово-інтегрального регулятора.

Практична цінність отриманих результатів полягає у можливості їх використання під час розроблення сучасних систем автоматичного керування металорізальними верстатами та іншими технологічними установками, що потребують високоточного регулювання енергетичних параметрів процесу. Використання запропонованих методів дозволяє підвищити стабільність технологічних режимів, покращити якість обробки

деталей та підвищити ефективність функціонування виробничого обладнання.

Література

1. Копчак Л. С., Мусіхіна Н. П., Тверд М. Мікропроцесорна система керування верстатним електроприводом змінного струму з регулюванням технологічного параметра. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика.* 2002. № 12, т. 1. С. 228–229.
2. Aoki Y., Sen M., Paolucci S. Approximation of Transient Temperatures in Complex Geometries Using Fractional Derivatives. Technical Note of Department of Aerospace, University of Notre Dame, 2005. 21 p.
3. Busher V., Aldairi A. Synthesis and technical realization of control systems with discrete fractional integral-differentiating controllers. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies.* 2018. Vol. 2, No. 4(94). P. 63–71. DOI: [10.15587/1729-4061.2018.139892](https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.139892)
4. Busher V., Yarmolovich V. Modeling and identification of systems with fractional order integral and differential. *Electrotechnical and Computer Systems.* 2014. No. 15(91). P. 52–56. DOI: <https://doi.org/10.15276/etks.15.91.2014.9>.
5. Baleanu D. et al. Fractional Dynamics and Control. New York : Springer, 2012. 309 p.
6. Freeborn T. J., Maundy B., Elwakil A. S. Fractional-order models of supercapacitors, batteries and fuel cells: A survey. *Materials for Renewable and Sustainable Energy.* 2015. Vol. 4. P. 1–7. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40243-015-0060-8>.
7. Marushchak Y., Kopchak B. Synthesis of automatic control systems by using binomial and Butterworth standard fractional order forms. *Computational Problems of Electrical Engineering.* 2015. Vol. 5, No. 2. P. 89–94.
8. Aguila-Camacho N., Le Roux J. D., Duarte-Mermoud M. A., Orchard M. E. Control of a grinding mill circuit using fractional order controllers. *Journal of Process Control.* 2017. Vol. 53. P. 8–94. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2017.01.009>.
9. Busher V., Kuznetsov V., Kovalenko V., Babyak M., Druzhinin V., Tytiuk V., Rojek A., Klochko K., Gurin I., Shramko Y. Fractional PI-PI μ D Controllers with Neural Network Adaptation in Control System of BLDC Motor Electric Drives. *Energies.* 2025. Vol. 18, No. 23. Article 6132. DOI: <https://doi.org/10.3390/en18236132>.
10. Druzhinin V., Busher V., Mrachkovskiy D., Tytiuk V., Chorny O., Kurliak P., Sivyakova G. Improvement of human–machine interface of complex technical systems using fractional-order PI λ D μ controllers. *Energetika.* 2025. Vol. 71, No. 1. P. 78–91. DOI: <https://doi.org/10.6001/energetika.2025.71.1.6>.

11. Busher V., Zakharchenko V., Shestaka A., Kuznetsov V., Nader S. Optimization of the control of electromagnetic brakes in the stand for tuning internal combustion engines using ID regulators of fractional order. *Energies*. 2022. Vol. 15. Article 9378. DOI: <https://doi.org/10.3390/en15249378>.

SYNTHESIS OF CLOSED-LOOP CUTTING POWER STABILIZATION SYSTEMS FOR MILLING MACHINES WITH OPTIMAL DYNAMIC AND STEADY-STATE CHARACTERISTICS

Anatolii Herashchenko

The article considers the relevant scientific and applied problem of synthesizing closed-loop systems for automatic stabilization of milling machine cutting power with optimal dynamic and static characteristics. Improving the efficiency of material machining processes requires the creation of high-precision control systems capable of maintaining a specified cutting power level under conditions of changing technological parameters, non-uniformity of the workpiece material, and random external disturbances. Stabilization of cutting power makes it possible to increase machining productivity, improve the quality of the machined surface, reduce energy consumption, and extend the service life of the cutting tool.

The paper proposes an approach to the synthesis of closed-loop control systems based on fractional-integral controllers with an increased astatism order. To evaluate the quality of transient processes, a special optimization criterion is formulated, aimed at achieving maximum speed of response while simultaneously limiting overshoot within a specified corridor of permissible deviations. Unlike traditional mean-square-error criteria, the proposed functional takes into account not only the magnitude of the error but also its position relative to the admissible region, which ensures transient responses without significant short-term overshoots and undershoots.

The search for optimal system parameters was carried out using genetic algorithms implemented in the MATLAB environment. The use of an evolutionary approach made it possible to avoid the local optimization problems typical of gradient-based methods and to determine globally optimal values of the transfer function parameters for a wide range of fractional integration order values. A table of normalized optimal tuning parameters was obtained, and the regularities of their variation depending on the astatism order of the system were established.

Based on the obtained results, fractional-integral controllers were synthesized for the cutting power stabilization system. Several controller structures based on the principles of fractional integration and differentiation were considered. It was shown that the use of fractional-order controllers makes it possible to form desired transient characteristics with significantly better quality indicators compared to classical automatic control systems.

Studies of the dynamic operating modes of the system during start-up, as well as under abrupt load changes simulating variations in the depth of cut, were carried out. The simulation results showed that the proposed controllers provide rapid disturbance rejection and a significant reduction in cutting power deviations. It was established that, when a load change causes a 50% jump in cutting power, the system is capable of reducing the amplitude of the transient deviation from approximately 200 W to 19–39 W depending on the selected astatism order. The transient process duration does not exceed 0.02 s.

Particular attention was paid to the analysis of the properties of systems with a fractional astatism order greater than unity. It was shown that such systems provide a gradual reduction of the velocity error under a linear change of the reference signal, which is an important advantage for the stabilization of technological parameters of the cutting process. It was proved that increasing the astatism order contributes to the reduction of dynamic errors, although it simultaneously complicates the controller structure. Based on the research results, it is recommended to use astatism order values within the range of 1.7–1.8 as a compromise between control accuracy and implementation complexity.

The practical significance of the obtained results lies in the possibility of applying the developed synthesis methods in the creation of modern automatic control systems for metal-cutting machine tools, robotic manufacturing complexes, and other technological installations requiring high-precision regulation of process energy parameters. The proposed approach ensures improved machining quality, technological process stability, and efficiency of production equipment utilization.

Keywords: cutting power, milling machine, automatic control system, fractional-integral controller, fractional order, astatism, genetic algorithm, optimization, transient process, stabilization of technological parameters, MATLAB, electric drive.

References

1. Kopchak, L. S., Musikhina, N. P., & Tverd, M. (2002). Microprocessor control system of an AC machine-tool electric drive with regulation of a technological parameter. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «Kharkivskiyi politekhnichnyi instytut»*. *Problemy avtomatyzovanoho elektropryvodu. Teoriia i praktyka*, 12(1), 228–229. [In Ukrainian].
2. Aoki, Y., Sen, M., & Paolucci, S. (2005). Approximation of transient temperatures in complex geometries using fractional derivatives. *Technical Note of Department of Aerospace, University of Notre Dame*, 21 p. [In English].
3. Busher, V., & Aldairi, A. (2018). Synthesis and technical realization of control systems with discrete fractional integral-differentiating controllers. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2, 4(94), 63–71. [In English].
4. Busher, V., & Yarmolovich, V. (2014). Modeling and identification of systems with fractional order integral and differential. *Electrotechnical and Computer*

- Systems, 15(91), 52–56. DOI: <https://doi.org/10.15276/etks.15.91.2014.9> [In English].
5. Baleanu, D., et al. (2012). Fractional dynamics and control. New York: Springer, 309 p. [In English].
 6. Freeborn, T. J., Maundy, B., & Elwakil, A. S. (2015). Fractional-order models of supercapacitors, batteries and fuel cells: A survey. *Materials for Renewable and Sustainable Energy*, 4, 1–7. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40243-015-0060-8> [In English].
 7. Marushchak, Y., & Kopchak, B. (2015). Synthesis of automatic control systems by using binomial and Butterworth standard fractional order forms. *Computational Problems of Electrical Engineering*, 5(2), 89–94. [In English].
 8. Aguila-Camacho, N., Le Roux, J. D., Duarte-Mermoud, M. A., & Orchard, M. E. (2017). Control of a grinding mill circuit using fractional order controllers. *Journal of Process Control*, 53, 8–19. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2017.01.009> [In English].
 9. Busher, V., Kuznetsov, V., Kovalenko, V., Babyak, M., Druzhinin, V., Tytiuk, V., Rojek, A., Klochko, K., Gurin, I., & Shramko, Y. (2025). Fractional PI-PI μ D controllers with neural network adaptation in control system of BLDC motor electric drives. *Energies*, 18(23), Article 6132. DOI: <https://doi.org/10.3390/en18236132> [In English].
 10. Druzhinin, V., Busher, V., Mrachkovskiy, D., Tytiuk, V., Chorny, O., Kurliak, P., & Sivyakova, G. (2025). Improvement of human–machine interface of complex technical systems using fractional-order PI λ D μ controllers. *Energetika*, 71(1), 78–91. DOI: <https://doi.org/10.6001/energetika.2025.71.1.6> [In English].
 11. Busher, V., Zakharchenko, V., Shestaka, A., Kuznetsov, V., Kuznetsov, V., & Nader, S. (2022). Optimization of the control of electromagnetic brakes in the stand for tuning internal combustion engines using ID regulators of fractional order. *Energies*, 15, Article 9378. DOI: <https://doi.org/10.3390/en15249378> [In English].

Матеріал надійшов до редакції 29.04.2026

Прийнято до друку 13.05.2026 р.